(名城大学附属)高等学校　H(25)数学

（１００点満点　（40　）分）

１．次の問いに答えなさい。

(1) $\dfrac{3}{8}+\left(-\dfrac{3}{4}\right)\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2+\dfrac{3}{2}=\dfrac{\boxed{ア}\boxed{イ}}{\boxed{ウ}\boxed{エ}}$ である。

(2) $a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，$a^2+ab+b^2=\boxed{オ}\boxed{カ}$ である。

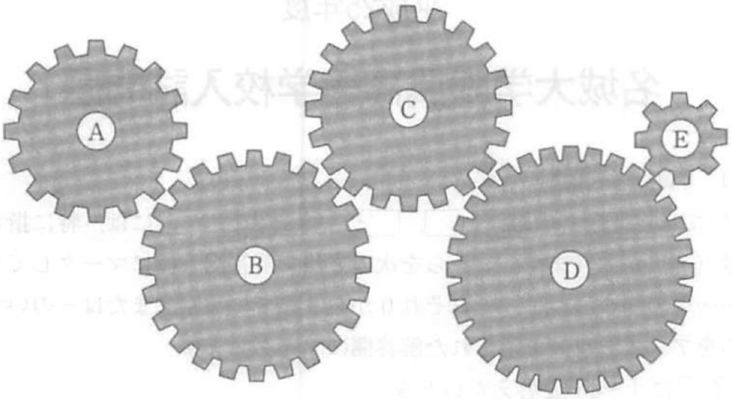
(3) $\begin{cases} ax+by=-17 \\ bx-ay=13 \end{cases}$ を解くと，$x=2$，$y=-3$ となる。このとき，$a=\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}\boxed{ケ}}$，

$b=\dfrac{\boxed{コ}\boxed{サ}}{\boxed{シ}\boxed{ス}}$ である。

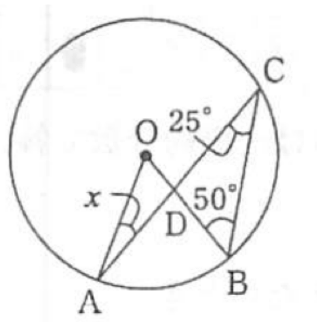
(4) $(3x+a)(bx-2)$ を展開したら $cx^2+4x+10$ となる。$c=\boxed{セ}\boxed{ソ}$ である。

(5) 10円硬貨3枚，50円硬貨2枚，100円硬貨1枚を一部または全部使って，支払うことができる金額は$\boxed{\text{タ}}\boxed{\text{チ}}$通りである。

(6) 次の図のように5つの歯車（左からA，B，C，D，Eとする）がそれぞれかみ合って回転している。Aの歯の数は16個で，順にBは24個，Cは20個，Dは32個，Eは8個あるとする。Aの歯車が一回転するとき，Eの歯車は$\boxed{\text{ツ}}$回転する。



(7) 下図において，$x=\boxed{\text{テ}}\boxed{\text{ト}}{}^\circ$である。



2.

大小２個のサイコロを同時に投げるとき，大きいサイコロの目を x，小さいサイコロの目を y とする。座標平面上の３点 A（x，y），B（1，2），C（3，4）で作る△ABC が直角三角形となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，鈍角三角形となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

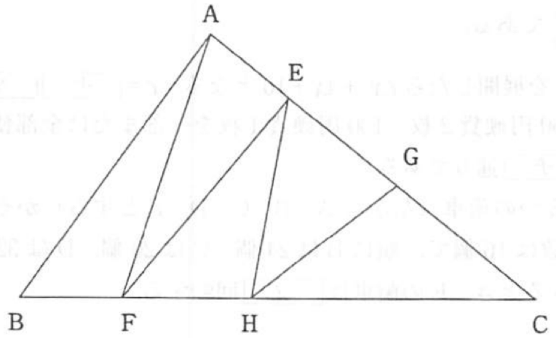
3.

△ABC に4本の線を下図のように引き，5つの三角形（△ABF，△FEA，△EFH，△HGE，△GHC）に分ける。分けられた5つの三角形の面積が同じで，FH＝EG のとき，以下の比を，最も簡単な形で答えなさい。

(1) BF：FC＝ ア ： イ

(2) BF：HC＝ ウ ： エ

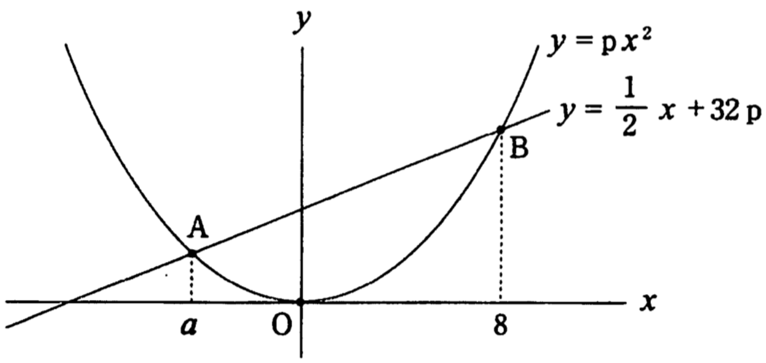
(3) AC：BC＝ オ カ ： キ ク



4.

下図のように $y=px^2$（pは正の定数）のグラフ上に2点A，Bがある。点Aの x 座標を a，点Bの x 座標を8とし，直線 $y=\frac{1}{2}x+32p$ が2点A，Bを通るとき，$p=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，$a=\boxed{ウ}\boxed{エ}$ である。

また，放物線上に点Oと異なる点Qを直線ABの下側にとる。△OABの面積と△QABの面積が同じになるとき，点Qの座標は（$\boxed{オ}$，$\boxed{カ}$）である。また，点Aを通り，△OABの面積を2等分する直線の方程式は $y=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}x+\boxed{ケ}$ である。



5.

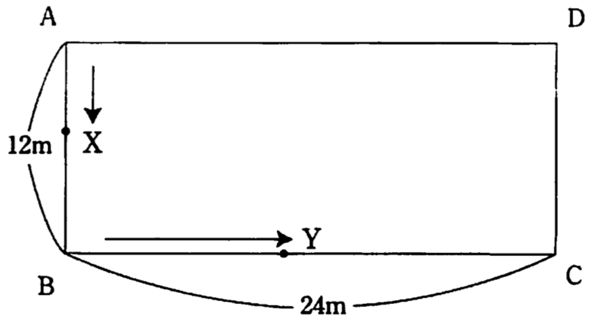
下図のように AB＝12m，BC＝24m の長方形 ABCD がある。X は頂点 A を出発し，長方形の周上を毎秒 1m の速さで左回りに進む。また，Y は頂点 B を X と同時に出発し，長方形の周上を毎秒 3m の速さで左回りに進む。このとき，以下の問いに答えなさい。

(1) 5 秒後の X の位置を P，Y の位置を Q とするとき，

△PQD の面積は $\dfrac{\boxed{ア}\boxed{イ}\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ m^2 である。

(2) x 秒後の X の位置を P，Y の位置を Q とするとき，△PQD の面積が $120m^2$ となるのは x＝ $\boxed{オ}$ のときである。ただし，$0<x<8$ とする。

(3) Y は X に追いつくまで進み，その後停止する。Y が停止するのは出発してから $\boxed{カ}\boxed{キ}$ 秒後である。



(名城大学附属)高等学校　H(25)数学

（１００点満点　（ 40 ）分）

１．次の問いに答えなさい。

(1) $\frac{3}{8}+\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{3}{2}=\frac{\boxed{ア}\boxed{イ}}{\boxed{ウ}\boxed{エ}}$ である。

$= \frac{3}{8}+\left(-\frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{8}_{2}}\right)\times\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{9}_{3}}+\frac{3}{2} = \frac{3}{8}-\frac{1}{3}+\frac{3}{2} = \frac{9}{24}-\frac{8}{24}+\frac{36}{24} = \frac{37}{24}$ //

(2) $a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，$a^2+ab+b^2=\boxed{オ}\boxed{カ}$ である。

$a^2+ab+b^2 = (a+b)^2-ab$

代入

- $a+b = (\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 2\sqrt{3}$
- $ab = (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
  $= (\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2 = 3-2 = 1$

$a^2+ab+b^2 = (a+b)^2-ab$
$= (2\sqrt{3})^2-1$
$= 12-1 = 11$ //

(3) $\begin{cases} ax+by=-17 \\ bx-ay=13 \end{cases}$ を解くと，$x=2$，$y=-3$ となる。このとき，$a=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}\boxed{ケ}}$，$b=\frac{\boxed{コ}\boxed{サ}}{\boxed{シ}\boxed{ス}}$ である。

代入

$\begin{cases} 2a-3b=-17 & \cdots ① \\ 2b+3a=13 & \cdots ② \end{cases}$

①×2＋②×3

$4a-6b=-34$
$+)\ 9a+6b=39$
$13a = 5$
$a=\frac{5}{13}$

$a=\frac{5}{13}$ を②に代入

$2b+3\times\frac{5}{13}=13$

$2b=\frac{169}{13}-\frac{15}{13}$

$2b=\frac{154}{13}$

$b=\frac{77}{13}$

$(a,b)=\left(\frac{5}{13},\frac{77}{13}\right)$ //

(4) $(3x+a)(bx-2)$ を展開したら $cx^2+4x+10$ となる。$c=\boxed{セ}\boxed{ソ}$ である。

x^2の係数を求めるので

$(3x+a)(bx-2)$を展開する。

$3bx^2-6x+abx-2a$
$=3bx^2+(ab-6)x-2a$

$cx^2+4x+10$ と係数比較

$\begin{cases} 3b=c & \cdots ① \\ ab-6=4 & \cdots ② \\ -2a=10 & \cdots ③ \end{cases}$

③より $a=-5$
②より $-5b-6=4$
$b=-2$

①より
$3\times(-2)=c$
$c=-6$

-6 //

(5) 10円硬貨3枚，50円硬貨2枚，100円硬貨1枚を一部または全部使って，支払うことができる金額は$\boxed{タ}\boxed{チ}$通りである。

それぞれ使う枚数を書き出す。 10円 − 50円 − 100円 を使う枚数で樹形図をかく。

0 ─ 0 ─ 1 100
　 └ 1 ─ 0 50
　　　 └ 1 150

1 ─ 0 ─ 0 10
　　　 └ 1 110
　 ├ 1 ─ 0 60
　　　 └ 1 160
　 └ 2 ─ 0 110 ×
　　　 └ 1 210

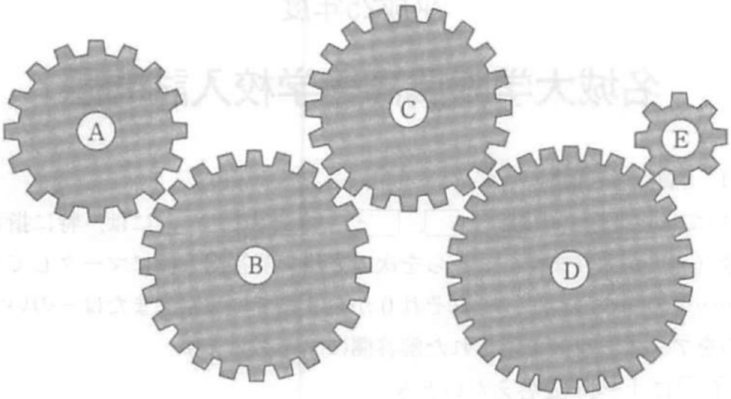
2 ─ 0 ─ 0 20
　　　 └ 1 120
　 ├ 1 ─ 0 70
　　　 └ 1 170
　 └ 2 ─ 0 120
　　　 └ 1 220

3 ─ 0 ─ 0 30
　　　 └ 1 130
　 ├ 1 ─ 0 80
　　　 └ 1 180
　 └ 2 ─ 0 130 ×
　　　 └ 1 230

重複するところは×とする。

19通り

(6) 次の図のように5つの歯車（左からA，B，C，D，Eとする）がそれぞれかみ合って回転している。Aの歯の数は16個で，順にBは24個，Cは20個，Dは32個，Eは8個あるとする。Aの歯車が一回転するとき，Eの歯車は$\boxed{ツ}$回転する。



(Aの歯数) × (Aの回転数)

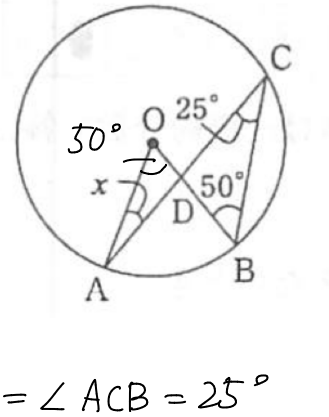
= (Eの歯数) × (Eの回転数)

なので

$16 \times 1 = 8 \times$ Eの回転数

よって 2回転

(7) 下図において，$x = \boxed{テ}\boxed{ト}$°である。

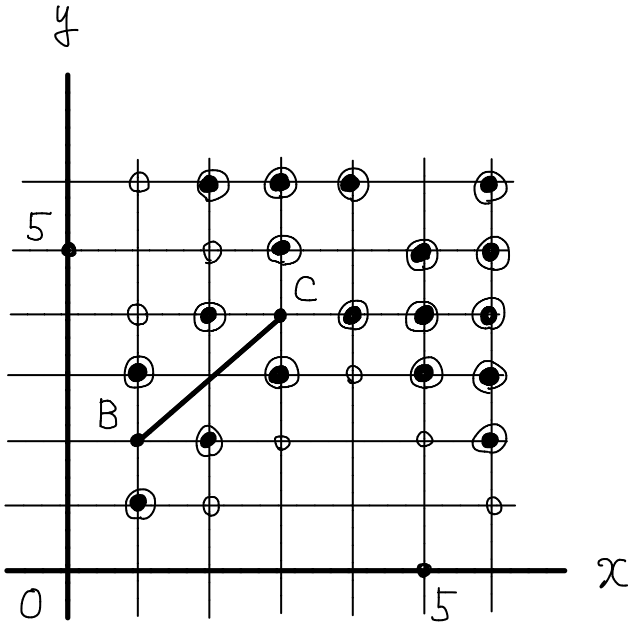


- $\overset{\frown}{AB}$の円周角 $\angle ACB = 25°$ なので
  中心角 $\angle AOB = 25 \times 2 = 50°$
- $\angle AOB = \angle CBO = 50°$ で
  錯角は等しいので AO // CB。
- AO // CB で錯角は等しいので

x
‖
$\angle OAC = \angle ACB = 25°$

2.

大小２個のサイコロを同時に投げるとき，大きいサイコロの目を x，小さいサイコロの目を y とする。座標平面上の３点 A（x，y），B（1，2），C（3，4）で作る△ABC が直角三角形となる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，鈍角三角形となる確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。



・直角三角形はAが○にあるときなので $\dfrac{8}{36} = \dfrac{2}{9}$ //

・鈍角三角形はAが◉にあるときなので $\dfrac{18}{36} = \dfrac{1}{2}$ //

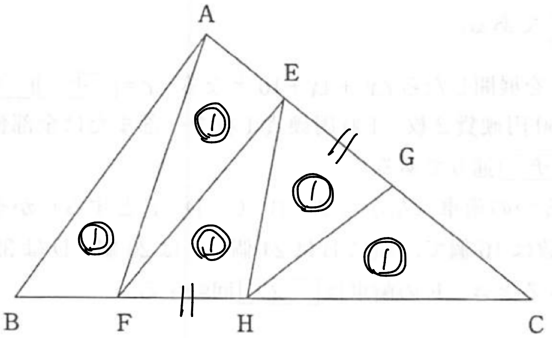
3.

△ABC に 4 本の線を下図のように引き，5 つの三角形（△ABF，△FEA，△EFH，△HGE，△GHC）に分ける。分けられた 5 つの三角形の面積が同じで，FH＝EG のとき，以下の比を，最も簡単な形で答えなさい。

(1) BF：FC＝ ア ： イ

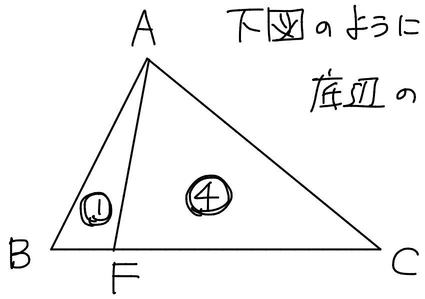
(2) BF：HC＝ ウ ： エ

(3) AC：BC＝ オ カ ： キ ク



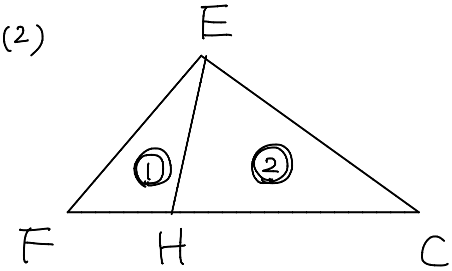
(1) 面積は5つとも同じなので面積比をそれぞれ ① とできる。

下図のように考えると



底辺の比 BF：FC＝1：4 となる。

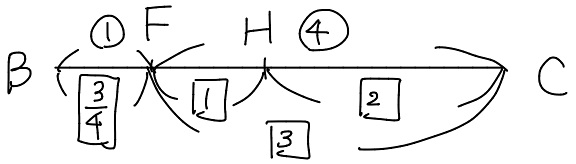
(2)



左図より FH：HC＝1：2 なので

FC＝FH＋HC＝3

(1)より BF：FC＝1：4なので ①＝$\boxed{\frac{3}{4}}$



よって BF：HC

$=\frac{3}{4}:2=3:8$

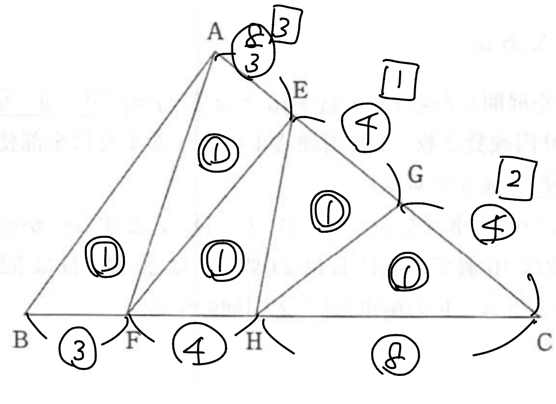
(3)

$\boxed{1}$ ・ BF：FH：HC＝3：4：8

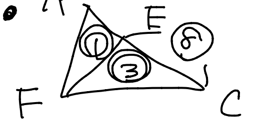
FH＝EG より EG＝④

$\boxed{2}$ ・ △EHG：△HGC＝①：①

より GC＝④



$\boxed{3}$ ・



より AE＝$\frac{8}{3}$

以上より AC＝$\frac{8}{3}+4+4=\frac{32}{3}$

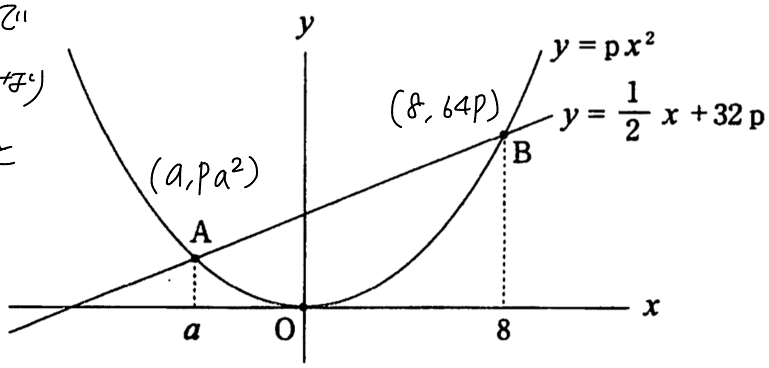
BC＝15

AC：BC＝$\frac{32}{3}$：15 ＝ 32：45

4.

下図のように $y=px^2$（p は正の定数）のグラフ上に２点 A，B がある。点 A の x 座標を a，点 B の x 座標を８とし，直線 $y=\frac{1}{2}x+32p$ が２点 A，B を通るとき，$p=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，$a=\boxed{ウ}\boxed{エ}$ である。

また，放物線上に点 O と異なる点 Q を直線 AB の下側にとる。△OAB の面積と△QAB の面積が同じになるとき，点 Q の座標は（$\boxed{オ}$，$\boxed{カ}$）である。また，点 A を通り，△OAB の面積を２等分する直線の方程式は $y=\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}x+\boxed{ケ}$ である。

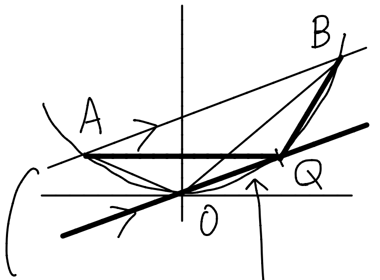


- A,Bは $x=a$, $x=8$ の点なので $A(a, pa^2)$ $B(8, 64p)$ となり その傾きは $y=\frac{1}{2}x+32p$ と等しく $\frac{1}{2}$。

$$\frac{1}{2}=\frac{64p-pa^2}{8-a}$$

$$=\frac{p(64-a^2)}{8-a}=\frac{p(8+a)\cancel{(8-a)}}{\cancel{8-a}}$$ よって $p(8+a)=\frac{1}{2}$ ↑代入して

- $x=8$ のときのy座標が等しいので $\frac{1}{2}\times8+32p=64p$ より $p=\frac{1}{8}$ $a=-4$

- 

$y=\frac{1}{2}x+4$ なので は原点を通る直線 $y=\frac{1}{2}x$ となる。

△OAB＝△QABとなる点Qは Oを通りABに平行な線と放物線との交点である。
（等積変形）

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x \\ y=\frac{1}{8}x^2 \end{cases}$$ を解くとQが求まる。

$\frac{1}{2}x=\frac{1}{8}x^2$ $4x=x^2$ $x(x-4)=0$
$x=0,4$ $Q(4,2)$

- 求める式はAを通りOBの中点Mを通る直線である。

O $(0,0)$ B $(8,8)$ より $M=\left(\frac{0+8}{2}, \frac{0+8}{2}\right)=(4,4)$

$A(-4,2)$ $M(4,4)$ を通るので傾き $=\frac{4-2}{4-(-4)}=\frac{1}{4}$

$y=\frac{1}{4}x+b$ 代入 $2=\frac{1}{4}\times(-4)+b$ $b=3$

$y=\frac{1}{4}x+3$

5．

下図のように AB＝12m，BC＝24m の長方形 ABCD がある。X は頂点 A を出発し，長方形の周上を毎秒 1m の速さで左回りに進む。また，Y は頂点 B を X と同時に出発し，長方形の周上を毎秒 3m の速さで左回りに進む。このとき，以下の問いに答えなさい。

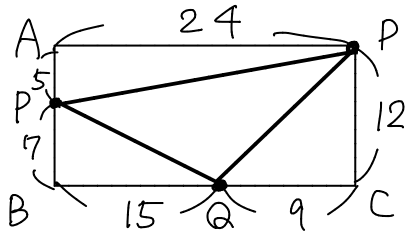
(1) 5 秒後の X の位置を P，Y の位置を Q とするとき，

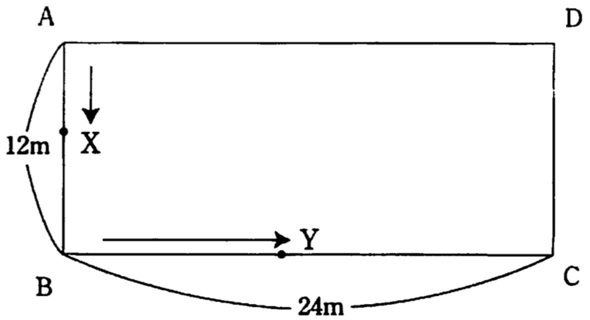
△PQD の面積は $\dfrac{\boxed{ア}\boxed{イ}\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ m^2 である。

(2) x 秒後の X の位置を P，Y の位置を Q とするとき，△PQD の面積が $120m^2$ となるのは x＝$\boxed{オ}$のときである。ただし，$0<x<8$ とする。

(3) Y は X に追いつくまで進み，その後停止する。Y が停止するのは出発してから$\boxed{カ}\boxed{キ}$秒後である。

(1)



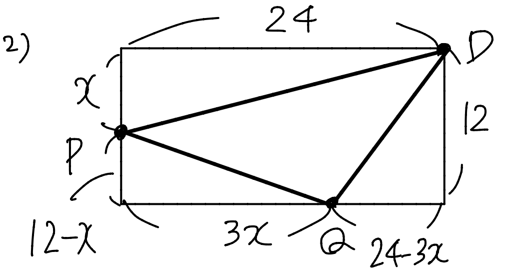


△PQD＝

□ABCD − △PAD − △PBQ − △PQC

$= 12 \times 24 - \left(5 \times 24 \times \frac{1}{2}\right) - \left(15 \times 7 \times \frac{1}{2}\right) - \left(9 \times 12 \times \frac{1}{2}\right) = \frac{243}{2}$ cm² //

(2)



(1) 同様に計算すると

$120 = 12 \times 24 - \left(x \times 24 \times \frac{1}{2}\right)$

$- \left(3x \times (12-x) \times \frac{1}{2}\right) - \left((24-3x) \times 12 \times \frac{1}{2}\right)$

整理すると，$120 = \frac{3}{2}x^2 - 12x + 144$，$3x^2 - 24x + 48 = 0$

$3(x^2 - 8x + 16) = 0$，$3(x-4)^2 = 0$　よって $x = 4$ //

(3) Y は x 秒後に $3x$ m 進んでおり，X は x m 進んでいる。

よって追いつくのは $3x - x$ ＝ □ABCD の周の長さ ＝ 60 cm

$2x = 60$　$x = 30$　　30 秒後 //