

1 1次関数 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ のグラフと1次関数 $y = 3x + 9$ のグラフの交点の座標を求めよ。

2 次の(ア)～(エ)の数量の関係のうち、 y が x の2乗に比例するものを1つ選び、記号で答えよ。また、その関係について、 y を x の式で表せ。

(ア) 半径が x cm の円の周の長さを y cm とする。

(イ) 周の長さが 8 cm の長方形の縦の長さを x cm、横の長さを y cm とする。

(ウ) 面積が 12 cm^2 の三角形の底辺の長さを x cm、高さを y cm とする。

(エ) 底面の1辺の長さが x cm、高さが 6 cm の正四角錐の体積を $y \text{ cm}^3$ とする。

3 y が x の1次関数で、 $x = -1$ のとき $y = 5$ 、 $x = 3$ のとき $y = -7$ である。この1次関数の式を求めなさい。

4 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域を求めなさい。

- 5 y が x に反比例しているものを下の (ア) ～ (ウ) の中から 1 つ選び、その記号を書け。また、そのときの y を x の式で表せ。

(ア) 時速 60 km で走る自動車が、 x 時間走ったときに進む道のり y km
(イ) 1 本 120 円の缶ジュースを x 本買い、1000 円払ったときのおつり y 円
(ウ) 面積が 36 cm^2 の平行四辺形で、底辺の長さを $x \text{ cm}$ としたときの高さ $y \text{ cm}$

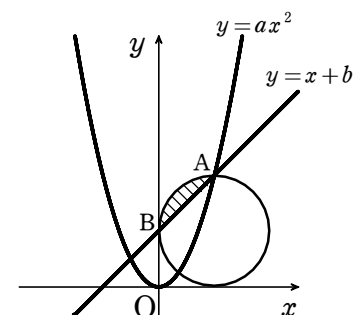
- 6 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ において、 x の値が -1 から a まで変化するときの変化の割合が 5 のとき、

$a = \boxed{}$ である。

- 7 右の図のように、放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = x + b$ が 2 点で交わり、そのうち x 座標が正である点 A の座標は $(4, 8)$ である。また、直線と y 軸の交点を B とすると、 x 軸と y 軸に接する円は 2 点 A, B を通っている。このとき、次のものを求めなさい。

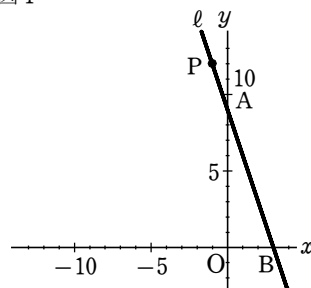
ただし、円周率は π とする。

- (1) a の値
(2) 円の中心の座標
(3) 弦 AB と円で囲まれた図の斜線部分の面積



- 8 右の図1で、点Oは原点、直線 ℓ は1次関数
 $y = -3x + 9$ のグラフを表している。
 直線 ℓ と y 軸との交点をA、直線 ℓ と x 軸との交
 点をBとする。
 直線 ℓ 上にある点をPとする。
 次の各問に答えよ。

図1

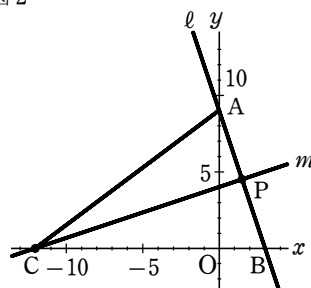


- (1) 次の の中に当てはまる数字を答えよ。

点Pの x 座標が -1 のとき、点Pの y 座標は、
 である。

- (2) 右の図2は、図1において、点Pの x 座標が
 3より小さい正の数であるとき、 x 軸上にあり、
 x 座標が -12 である点をCとし、点Aと点C
 を結び、2点C、Pを通る直線を m とした場合
 を表している。

図2



次の(ア)、(イ)に答えよ。

- (ア) 直線 m が $\triangle ACB$ の面積を2等分すると
 き、直線 m の式を求めよ。

- (イ) 次の の中に当てはまる数字を答え
 よ。

図2において、 y 軸を対称の軸として点Bと線対称な点をDとし、点Dと点Pを
 結んだ場合を考える。

$\triangle CDP$ の面積が $\triangle ACP$ の面積の $\frac{2}{5}$ 倍になるとき、

点Pの x 座標は、 である。

- 9 右の図1で、点 O は原点、曲線 f は関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフ、直線 ℓ は関数 $y = \frac{1}{2}x + b$ のグラフを表している。

直線 ℓ と y 軸との交点を A 、曲線 f と直線 ℓ との交点を x 座標の小さい方からそれぞれ P 、 Q とする。

次の各問に答えよ。

(1) 点 P の座標が $\left(-3, \frac{9}{4}\right)$ のとき、点 Q の座標を求めよ。

(2) $a = 3$ 、 $PA : AQ = 4 : 5$ のとき、 b の値を求めよ。

(3) 右の図2は、図1において、 $a = 3$ 、点 P 、

点 Q の x 座標をそれぞれ $-\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ として

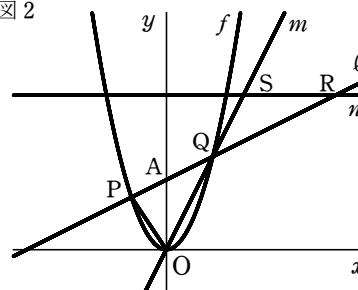
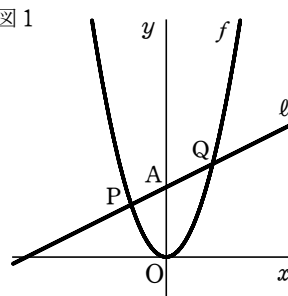
点 O と点 P を結び、2点 O 、 Q を通る直線を m 、点 $(0, c)$ を通り x 軸に平行な直線を n 、直線 n と直線 ℓ との交点を R 、直線 n と直線 m との交点を S とした場合を表している。

ただし、 c の値は、点 Q の y 座標より大きい。

$\triangle OQP$ の面積と $\triangle QRS$ の面積が等しいとき、 c の値を求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

図1



1 1次関数 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ のグラフと 1次関数 $y = 3x + 9$ のグラフの交点の座標を求めよ。

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 & \dots \textcircled{1} \\ y = 3x + 9 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{代入} \\ \text{代入} \end{array} \right\}$$

$$\therefore (x, y) = (-2, 3)$$

$$\begin{aligned} 3x + 9 &= -\frac{1}{2}x + 2 \quad \downarrow \times 2 \\ 6x + 18 &= -x + 4 \end{aligned}$$

$$7x = -14$$

$$x = -2 \quad \text{を} \textcircled{2} \text{に代入}$$

$$y = 3 \times (-2) + 9 = 3$$

Point
グラフの交点は
連立方程式で
求めることができる。

2 次の(ア)～(エ)の数量の関係のうち、 y が x の2乗に比例するものを1つ選び、記号で答えよ。また、その関係について、 y を x の式で表せ。

(ア) 半径が x cm の円の周の長さを y cm とする。

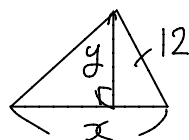
(イ) 周の長さが 8 cm の長方形の縦の長さを x cm、横の長さを y cm とする。

(ウ) 面積が 12 cm^2 の三角形の底辺の長さを x cm、高さを y cm とする。

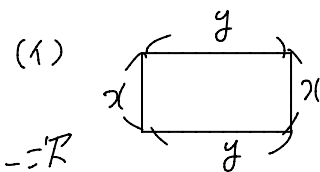
(エ) 底面の1辺の長さが x cm、高さが 6 cm の正四角錐の体積を $y \text{ cm}^3$ とする。

(ア) 円周 = 直径 $\times \pi$ (比例) (ウ)

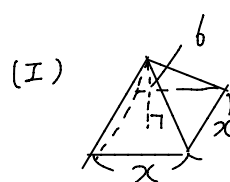
$$y = 2 \times x \times \pi = 2\pi x$$



$$\begin{aligned} x \times y \times \frac{1}{2} &= 12 \\ y &= \frac{24}{x} \quad (\text{反比例}) \end{aligned}$$



関数 $2x + 2y = 8$
 $\Rightarrow y = -x + 4$



$$\begin{aligned} y &= x \times x \times 6 \times \frac{1}{3} \\ &= 2x^2 \quad (y \text{ が } x \text{ の } 2 \text{ 乗に比例する}) \end{aligned}$$

3 y が x の 1 次関数で、 $x = -1$ のとき $y = 5$ 、 $x = 3$ のとき $y = -7$ である。この 1 次関数の式を求めなさい。

$y = ax + b$ とおき、 $x = -1$ のとき $y = 5$ 、 $x = 3$ のとき $y = -7$ を代入し、 a と b の連立方程式を解く。

$$\begin{cases} 5 = -a + b \\ -7 = 3a + b \end{cases}$$

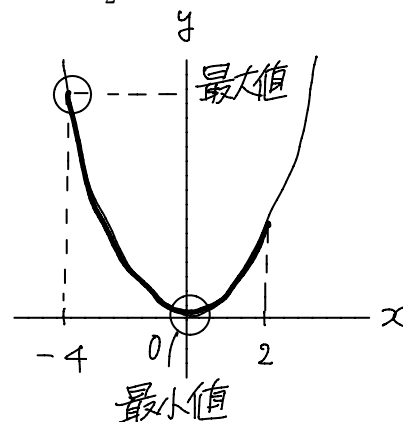
$\rightarrow$

$$\begin{aligned} 12 &= -4a \\ a &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 &= 3 + b \\ 2 &= b \end{aligned}$$

$$y = -3x + 2$$

4 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域を求めなさい。



• $x = -4$ のとき 最大値

$$y = \frac{1}{2} \times (-4)^2 = 8$$

• $x = 0$ のとき 最小値

$$y = 0 \quad \text{と} \quad 3$$

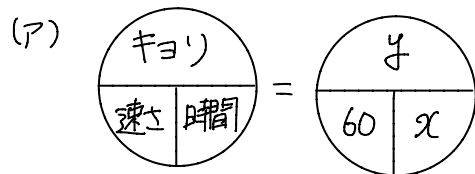
$$\therefore 0 \leq y \leq 8$$

- 5 y が x に反比例しているものを下の(ア)～(ウ)の中から1つ選び、その記号を書け。また、そのときの y を x の式で表せ。

(ア) 時速 60 km で走る自動車が、 x 時間走ったときに進む道のり y km

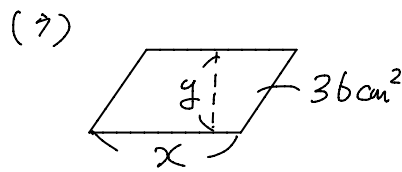
(イ) 1 本 120 円の缶ジュースを x 本買い、1000 円払ったときのおつり y 円

(ウ) 面積が 36 cm^2 の平行四辺形で、底辺の長さを $x \text{ cm}$ としたときの高さ $y \text{ cm}$



$$y = 60x \text{ (比例)}$$

(イ) $y = 1000 - 120x$
 $= -120x + 1000$
 (- 一次関数)



$$x \times y = 36$$

$$y = \frac{36}{x}$$

$\therefore$ (ウ) //

- 6 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ において、 x の値が -1 から a まで変化するときの変化の割合が 5 のとき、

$a = \square$ である。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}}{a - (-1)} = \frac{\frac{a^2 - 1}{2}}{a + 1}$$

$$= \frac{(a+1)(a-1)}{2(a+1)} = \frac{a-1}{2} = 5$$

$$a = 11 //$$

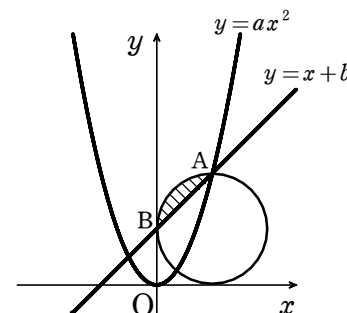
- 7 右の図のように、放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = x + b$ が 2 点で交わり、そのうち x 座標が正である点 A の座標は $(4, 8)$ である。また、直線と y 軸の交点を B とすると、 x 軸と y 軸に接する円は 2 点 A, B を通っている。このとき、次のものを求めなさい。

ただし、円周率は π とする。

(1) a の値

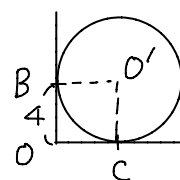
(2) 円の中心の座標

(3) 弦 AB と円で囲まれた図の斜線部分の面積

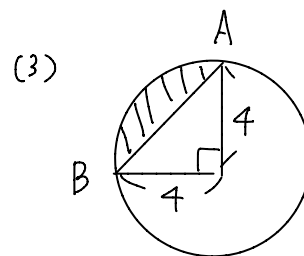


(1) $A(4, 8)$ は $y = ax^2$ 上にあつて代入して
 $8 = 16a$ $a = \frac{1}{2}$ //

(2) $A(4, 8)$ は $y = x + b$ 上にあつて代入して
 $8 = 4 + b$ $b = 4$ より $OB = 4$



円の外部から接点までの距離は等しいので
 $OB = OC$ より $O'B \perp OB$ $O'C \perp OC$
 かつ $OC = 4$, $CO' = 4$ となり
 円の中心 $O'(4, 4)$ //



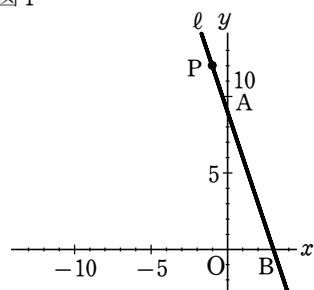
$$\text{斜線部分の面積} = \text{扇形} - \text{三角形}$$

$$= 4 \times 4 \times \pi \times \frac{90}{360} - 4 \times 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= 4\pi - 8 //$$

- 8 右の図1で、点Oは原点、直線 ℓ は1次関数
 $y = -3x + 9$ のグラフを表している。
 直線 ℓ と y 軸との交点をA、直線 ℓ と x 軸との交点をBとする。
 直線 ℓ 上にある点をPとする。
 次の各問に答えよ。

図1



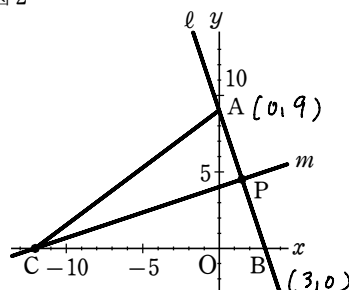
- (1) 次の の中に当てはまる数字を答えよ。

点Pの x 座標が -1 のとき、点Pの y 座標は、

である。 $y = -3 \times (-1) + 9 = 12$

- (2) 右の図2は、図1において、点Pの x 座標が3より小さい正の数であるとき、 x 座標が -12 である点をCとし、点Aと点Cを結び、2点C、Pを通る直線を m とした場合を表している。

図2



次の(ア)、(イ)に答えよ。

- (ア) 直線 m が $\triangle ACB$ の面積を2等分するとき、直線 m の式を求めよ。

- (イ) 次の の中に当てはまる数字を答えよ。

図2において、 y 軸を対称の軸として点Bと線対称な点をDとし、点Dと点Pを結んだ場合を考える。

$\triangle CDP$ の面積が $\triangle ACP$ の面積の $\frac{2}{5}$ 倍になるとき、

点Pの x 座標は、 である。

$$= P\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

- (2) (ア) m はABの中点を通るので $P\left(\frac{0+3}{2}, \frac{9+0}{2}\right)$

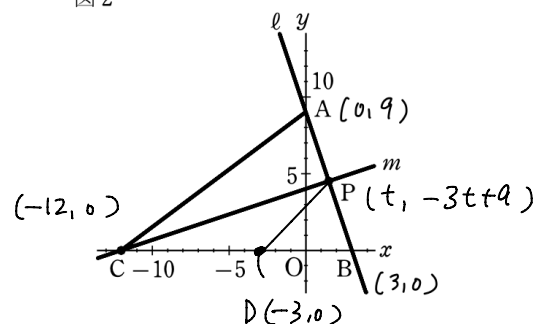
$C(-12, 0)$ $P\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$ を通る直線の式は

$$\text{傾き} = \frac{\frac{9}{2} - 0}{\frac{3}{2} - (-12)} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{27}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x + b \text{ に } (-12, 0) \text{ を代入し } b = 4 \quad \underline{y = \frac{1}{3}x + 4}$$

(イ)

図2



求めるPの x 座標を t とすると、 $P(t, -3t+9)$ と表せる。

$$\begin{aligned} \bullet \triangle ACP &= \triangle ACB - \triangle PCB \\ &= 15 \times 9 \times \frac{1}{2} - 15 \times (-3t+9) \times \frac{1}{2} = \frac{45}{2}t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \triangle CDP &= CD \times P \text{の} y \text{座標} \times \frac{1}{2} \\ &= 9 \times (-3t+9) \times \frac{1}{2} = -\frac{27}{2}t + \frac{81}{2} \end{aligned}$$

$$\bullet \text{問題より } \triangle CDP = \frac{2}{5} \triangle ACP \text{ なのでは}$$

$$\begin{aligned} -\frac{27}{2}t + \frac{81}{2} &= \frac{2}{5} \times \frac{45}{2}t \\ \frac{81}{2} &= \frac{18}{2}t + \frac{27}{2}t \end{aligned}$$

$$81 = 45t$$

$$t = \frac{9}{5} \quad \therefore P \text{の} x \text{座標は } \frac{9}{5}$$

_____ //

- 9 右の図1で、点Oは原点、曲線fは関数 $y=ax^2$ ($a>0$) のグラフ、直線lは関数 $y=\frac{1}{2}x+b$ のグラフを表している。

直線lとy軸との交点をA、曲線fと直線lとの交点をx座標の小さい方からそれぞれP、Qとする。

次の各問に答えよ。

- (1) 点Pの座標が $(-3, \frac{9}{4})$ のとき、点Qの座標を求めよ。

- (2) $a=3$ 、 $PA:AQ=4:5$ のとき、bの値を求めよ。

- (3) 右の図2は、図1において、 $a=3$ 、点P、

点Qのx座標をそれぞれ $-\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ として

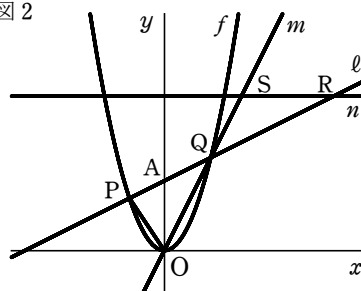
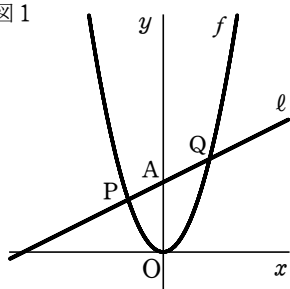
点Oと点Pを結び、2点O、Qを通る直線をm、点(0, c)を通りx軸に平行な直線をn、直線nと直線lとの交点をR、直線nと直線mとの交点をSとした場合を表している。

ただし、cの値は、点Qのy座標より大きい。

$\triangle OQP$ の面積と $\triangle QRS$ の面積が等しいとき、cの値を求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

図1



- (2) $PA:AQ=4:5$ より Pのx座標を $-4t$ 、Qのx座標を $5t$ とおくと

$$P, Q \text{ は } y=3x^2 \text{ の点なので } P(-4t, 48t^2)$$

$$Q(5t, 75t^2)$$

PQの傾きは $\frac{1}{2}$ より

$$\frac{75t^2 - 48t^2}{5t - (-4t)} = \frac{1}{2}, \quad \frac{27t^2}{9t} = \frac{1}{2}, \quad 3t = \frac{1}{2}, \quad t = \frac{1}{6}$$

$$\therefore P(-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}) \text{ で } y = \frac{1}{2}x + b \text{ に代入すると } b = \frac{5}{3}$$

- (3) $x = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{2}{3}$ と $y = 3x^2$ に代入すると

$$P(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}), \quad Q(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$$

$$y = \frac{1}{2}x + b \text{ に } P \text{ を代入し } \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2}) + b, \quad b = 1$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 1 \text{ (lの式)}$$

- RとSの座標を求めよ。 $C = \frac{1}{2}x + 1, \quad x = 2(c-1)$

$$y = c \text{ と } y = \frac{1}{2}x + 1 \text{ の交点が } R \text{ となるので } R(2(c-1), c)$$

$$OQ \text{ の傾きは } \frac{4}{3} \div \frac{2}{3} = 2 \quad \text{よって } OQ = y = 2x \quad \leftarrow y = c \text{ に代入}$$

$$S(\frac{1}{2}c, c)$$

- 等積変形 $\triangle OQP = \triangle QRS$ のとき $\triangle OPS = \triangle PRS$ となり、 $PS \parallel OR$ 。 $\therefore PS$ と OR の傾きも等しい式を作ると、

$$\frac{c - \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}c - (-\frac{1}{2})} = \frac{c}{2(c-1)} \quad \text{解いて } c = \frac{4+\sqrt{7}}{3}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad y = ax^2 \text{ 上の点 } P \text{ でおいて代入すると } \frac{9}{4} &= a \times (-3)^2 \quad a = \frac{1}{4} \\ y &= \frac{1}{4}x^2 \text{ とおき } Q(x, \frac{1}{4}x^2) \text{ とおくと } PQ \text{ の傾きは } \frac{1}{2} \\ \frac{\frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{4}}{x - (-3)} &= \frac{1}{2}, \quad \frac{(\frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{4})}{x+3} = \frac{1}{2} \\ \frac{(\frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{4})}{x+3} &\div \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2} \quad \frac{x^2 - 9}{4} = \frac{1}{2} \quad \times 4 \quad x^2 - 9 = 2 \\ x^2 &= 11 \quad x = \pm\sqrt{11} \quad \therefore Q(5, \frac{25}{4}) \end{aligned}$$