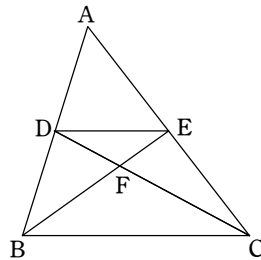


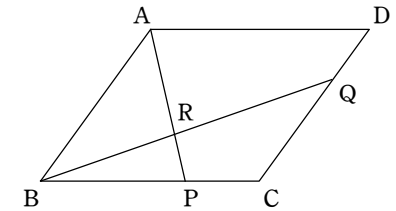
- 1 右の図のように $\triangle ABC$ の辺 AB , AC の中点をそれぞれ D , E とし, CD と BE の交点を F とする。 $\triangle DEF$ の面積が 10 cm^2 のとき, 次の (1) ~ (4) の問いに答えなさい。

- (1) $DE : BC$ を求めなさい。
- (2) $\triangle DBF$ の面積を求めなさい。
- (3) $\triangle FBC$ の面積を求めなさい。
- (4) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

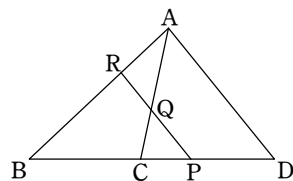


- 2 図のように, 平行四辺形 $ABCD$ において, 辺 BC を $2 : 1$ の比に分ける点を P , 辺 CD を $2 : 1$ の比に分ける点を Q , AP と BQ との交点を R とする。次の比をもっとも簡単な整数比で答えよ。

- (1) $BR : RQ$
- (2) $(\triangle ABR \text{ の面積}) : (\triangle CQR \text{ の面積})$

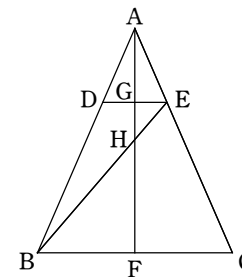


- ③ $AD \parallel PR$, $AR : RB = 1 : 2$, $CP : PD = 5 : 7$,
 $AD = 12$ のとき, $QR = \boxed{}$ である。

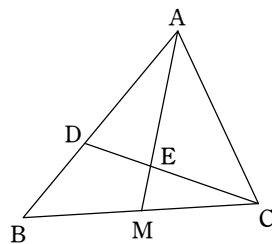


- ④ 右の図は, $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC である。
 $DE \parallel BC$, $AD : DB = 2 : 3$, $BF : FC = 1 : 1$, AF と DE ,
 BE との交点をそれぞれ G , H とする。このとき, 次の比を
最も簡単な整数比で求めなさい。

- (1) $EG : BF$
- (2) $\triangle EGH$ と $\triangle BFH$ の面積比
- (3) $GH : AF$



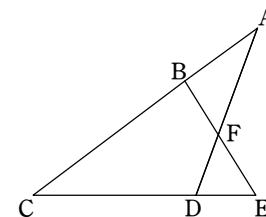
- 5 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 BC の中点 M と、辺 AB 上に $AD : DB = 3 : 2$ となるような点 D をとる。 AM と CD の交点を E とするとき、 $AE : EM$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。



- 6 右のような図があり、 $CD : DE = 3 : 1$ 、 $AF : FD = 2 : 1$ です。

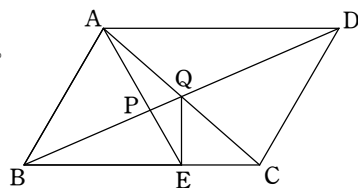
次の問いに答えなさい。

- (1) $AB : BC$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (2) $\triangle DEF$ の面積を 1 とし、四角形 $BCDF$ の面積を求めなさい。



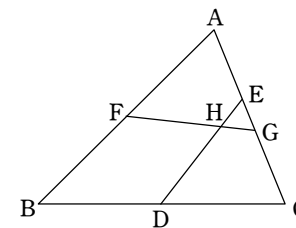
- 7 右の図のような平行四辺形 $ABCD$ があります。
 $BE : EC = 2 : 1$ のとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) $BP : PD$ を求めなさい。
- (2) $BP : PQ : QD$ を求めなさい。
- (3) 平行四辺形 $ABCD$ の面積が 60 のとき、
 $\triangle PEQ$ の面積を求めなさい。

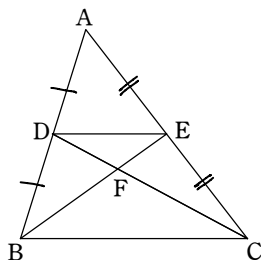


- 8 図の $\triangle ABC$ において、 D , F はそれぞれ辺 BC , AB の中点、 E は $AE : EC = 2 : 3$ となる辺 AC 上の点である。今、線分 CE 上に点 G をとり、線分 FG と DE の交点を H とすると、 $FH : HG = 3 : 1$ であった。このとき、次の線分比、面積比を、最も簡単な整数比で表せ。

- (1) $FD : AC$
- (2) $DH : HE$
- (3) $AE : EG : GC$
- (4) 四角形 $AFHE$ の面積を S_1 、四角形 $HDCG$ の面積を S_2 としたときの、 $S_1 : S_2$



- 1 右の図のように $\triangle ABC$ の辺 AB , AC の中点をそれぞれ D , E とし, CD と BE の交点を F とする。 $\triangle DEF$ の面積が 10 cm^2 のとき, 次の (1) ~ (4) の問いに答えなさい。



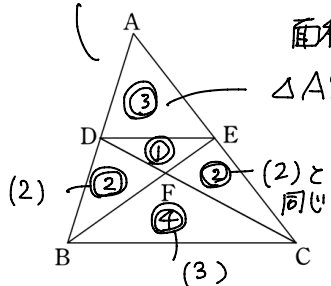
- (1) $DE : BC$ を求めなさい。
- (2) $\triangle DBF$ の面積を求めなさい。
- (3) $\triangle FBC$ の面積を求めなさい。
- (4) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

(1) D, E は中点なので 中点連結定理より $DE : BC = 1 : 2$ //

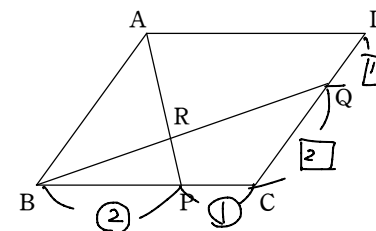
(2) $\triangle DBF$ と $\triangle DEF$ は 高さの等しい三角形なので
面積比 = 底辺比。 $\therefore \triangle DBF : \triangle DEF$
 $\triangle DBF : 10 = 2 : 1$ $\leftarrow BF : FE$
 $\therefore \triangle DBF = 20\text{ cm}^2$ $= 2 : 1$ //

(3) $\triangle DEF$ と $\triangle CBF$ の相似比は (1) より $1 : 2$ なので
面積比は $1^2 : 2^2 = 1 : 4$ より $1 : 4 = 10 : \triangle FBC$
 $\triangle FBC = 40\text{ cm}^2$ //

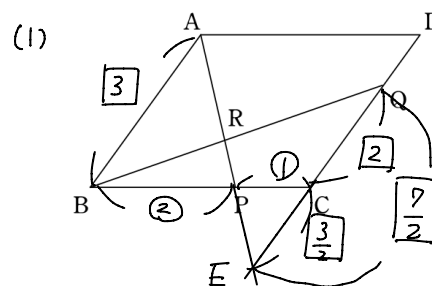
(4) $\triangle ABC = \textcircled{2}$
面積比を $\textcircled{2}$ で表すと
 $\triangle ADE$ と $\triangle DBE$ は 高さの等しい三角形
なので $\triangle ADE = \textcircled{3}$
以上より $\triangle ABC : \triangle DEF = 1 : 12$
 $\triangle ABC : 10 = 12 : 1$
 $\triangle ABC = 120\text{ cm}^2$ //



- 2 図のように, 平行四辺形 $ABCD$ において, 辺 BC を $2 : 1$ の比に分ける点を P , 辺 CD を $2 : 1$ の比に分ける点を Q , AP と BQ との交点を R とする。次の比をもっとも簡単な整数比で答えよ。

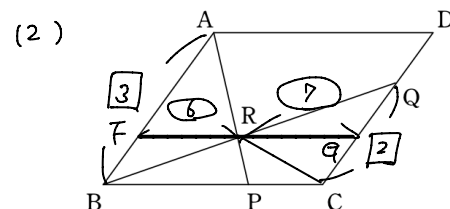


- (1) $BR : RQ$
- (2) $(\triangle ABR \text{ の面積}) : (\triangle CQR \text{ の面積})$



Point
求めたい辺を含む
相似な三角形を
見つける または 作る。

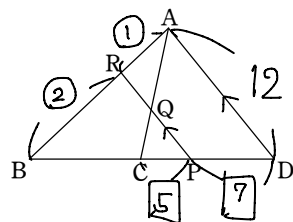
- $\triangle ABP$ と $\triangle ECP$ は $BP : CP = 2 : 1$ なので $AB : EC = 3 : \frac{3}{2}$ となる。 ($\because AB = PQ + QC = \textcircled{1} + \textcircled{2} = \textcircled{3}$)
- $\triangle ABR$ と $\triangle EQR$ は $AB : EQ = 3 : \frac{7}{2} = 6 : 7 = BR : RQ$ //



(1) より $\triangle ABR$ と $\triangle EQR$ の
相似比 = $6 : 7$ より $FR : GR = 6 : 7$
となる。

$$\begin{aligned} \triangle ABR : \triangle CQR &= AB \times FR \times \frac{1}{2} : QC \times RG \times \frac{1}{2} \\ &= 3 \times 6 \times \frac{1}{2} : 2 \times 7 \times \frac{1}{2} \\ &= 9 : 7 \end{aligned}$$

- ③ $AD \parallel PR$, $AR : RB = 1 : 2$, $CP : PD = 5 : 7$,
 $AD = 12$ のとき, $QR = \square$ である。



③ $\Rightarrow$ 流れ... $QR = RP - QP$
 $(\triangle ABD \sim \triangle RBP)$ $(\triangle ACD \sim \triangle QCP)$
 ここで求める。

• $AD \parallel PR$ より $\triangle ABD \sim \triangle RBP$ なのて $AB : BR = AD : RP$
 $3 : 2 = 12 : RP$
 $RP = 8$

• $\triangle ACD \sim \triangle QCP$ なのて $CD : CP = AD : QP$
 $12 : 5 = 12 : QP$
 $QP = 5$

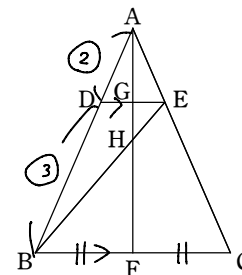
以上より

$$QR = RP - QP = 8 - 5 = 3 //$$

- ④ 右の図は, $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC である。

$DE \parallel BC$, $AD : DB = 2 : 3$, $BF : FC = 1 : 1$, AF と DE , BE との交点をそれぞれ G , H とする。このとき, 次の比を最も簡単な整数比で求めなさい。

- (1) $EG : BF$
- (2) $\triangle EGH$ と $\triangle BFH$ の面積比
- (3) $GH : AF$



- (1) $DE \parallel BC$ より $\triangle AGE \sim \triangle AFC$ より

$$AC : AE = FC : GE = BF : EG = 5 : 2$$

①より $AD : DB = 2 : 3 \Rightarrow 5 : 2$ ③より $\therefore EG : BF = 2 : 5 //$

(2) 相似比 = $2 : 5$ なのて 面積比 = $2^2 : 5^2 = 4 : 25 //$

(3) $GH : FH = EG : BF = 2 : 5$
 (1) より

$$AG : GF = AD : DB = 2 : 3$$

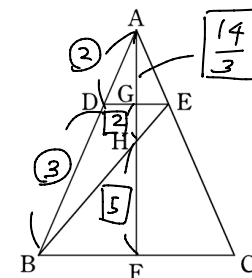
$$GF = GH + HF = \boxed{7}$$

より

$$AG : GF = AD : DB \text{ より}$$

$$AG = 7 = 2 : 3$$

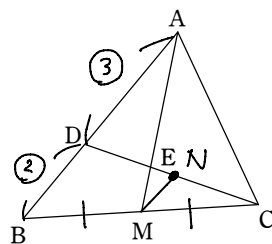
$$AG = \frac{14}{3}$$



$$\therefore GH : AF = 2 : \frac{14}{3} + 2 + 5 = 2 : \frac{14 + 6 + 15}{3}$$

$$= 2 : \frac{35}{3} = 6 : 35 //$$

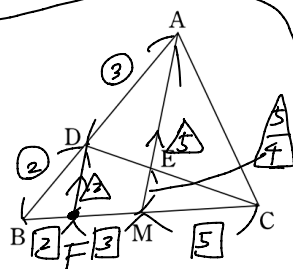
- 5 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 BC の midpoint M と、辺 AB 上に $AD:DB=3:2$ となるような点 D をとる。 AM と CD の交点を E とするとき、 $AE:EM$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。



- $AE:EM$ を求めるため、それぞれ
の辺を含む三角形を作る。
- M を通り AB の平行線と DC の
交点を N とすると $\triangle DBC$ の $\triangle NMC$ 。
- $\triangle DBC$ で 中点連結定理 より
 $EM:DB = 1:2$ なので
 $\triangle ADE$ の $\triangle MNE$ の相似比
 $= AD:MN = 3:1$
対応する辺の比はすべて等しいので
 $AE:EM = AD:MN = 3:1$ //

[別アプローチ]

- $\triangle ABM$ で
 $AD:DB = 3:2$ より
 $AM:DM = 5:2$
- $\triangle CDF$ で 同様に
 $FC:MC = DF:EM$ だ
 $EM = \frac{5}{7}$
 $\therefore AE:EM = 5 - \frac{5}{7} : \frac{5}{7} = \frac{15}{7} : \frac{5}{7} = 3:1$



Point

求めたり辺を
含む三角形は
補助線出題
なことが多い
です。

選択肢は

1 平行線

2 延長線

を用いて

5つ5つ型

または

たけのこ型

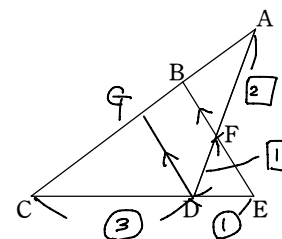
で作ること



- 6 右のような図があり、 $CD:DE=3:1$, $AF:FD=2:1$ です。

次の問いに答えなさい。

- (1) $AB:BC$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (2) $\triangle DEF$ の面積を 1 として四角形 $BCDF$ の面積を求めなさい。



(1)

- D を通り BE の平行線と AC の交点
を G とすると、 AG は $\triangle AGD$ の
 $\triangle ABF$ で、 CG は $\triangle CEB$ の
 $\triangle CDG$ で、比を含められる。
- $\triangle AGD$ の $\triangle ABF$ で
 $AB:BG = AF:FD = 2:1$
- $\triangle CEB$ の $\triangle CDG$ で
 $CG:GB = CD:DE = 3:1$
以上より $CG:GB:BA = 3:1:2$
 $\therefore AB:BC = AB:CG+GB$
 $= 2:4 = 1:2$ //

- F が BE の中点になる理由
 $\triangle CEB$ で $CE:CD = BE:GD$
 $= 4:3$
 $\triangle AGD$ で $AD:AF = GD:BF$
 $= 3:2$
以上より $BE:BF = 2:1$ かつ中点

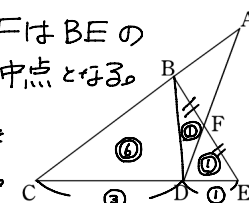
Point

$AB:BC$ を含む相似
な三角形が作れない
パターンは辺を
分断して考える。

- (2) 高さの等しい三角形
の面積比 = 底辺比
を用いたもので
 BD を引くと、

F は BE の
中点となる。

面積比を
◎で表す。

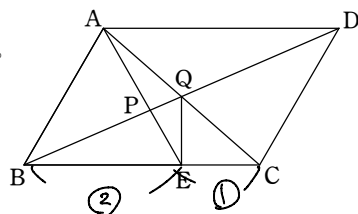


$\triangle BCD$ と $\triangle BDE$ は高さが
等しい三角形なので
面積比は底辺 $CD:DE$
に等しく $3:1$ 。 $BDE = \textcircled{3}$
なので $\triangle BCD = \textcircled{6}$ $\therefore$

よって $\square BCDF = 6+1 = 7$ //

- 7 右の図のような平行四辺形 ABCD があります。
BE : EC = 2 : 1 のとき、次の各問いに答えなさい。

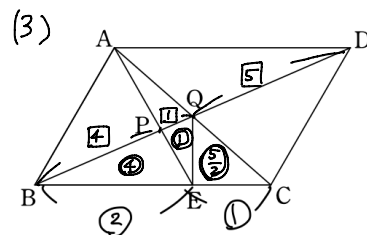
- (1) BP : PD を求めなさい。
- (2) BP : PQ : QD を求めなさい。
- (3) 平行四辺形 ABCD の面積が 60 のとき、
△PEQ の面積を求めなさい。



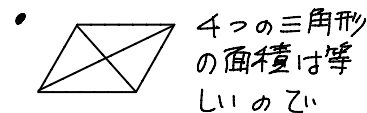
- (1) BP と PD を含む相似な三角形は
△BPE ∽ △DPA であり、
BP : PD = BE : DA
= BE : BE + EC
= 2 : 3 //

- (2) BD = a とすると Q は平行四辺形の
対角線の交点より中点であり
BQ = $\frac{1}{2}a = QD$
(1) より BP : PD = 2 : 3 より
BP = $\frac{2}{5}a$
以上より BP : PQ : QD
= $\frac{2}{5}a : (\frac{1}{2}a - \frac{2}{5}a) : \frac{1}{5}a$
= 4 : 1 : 5 //

以上より △PEQ = 2 //



- △PEQ と △PBE は
高さも等しく底辺比が
BP : PQ = 4 : 1 なので
面積比も ④ : ①
- 同様に △BQE と △CQE
の底辺比が BE : EC
= 2 : 1 なので △CQE の
面積比は ⑤/② となる。

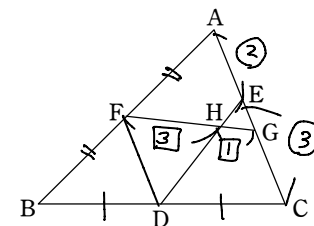


4つの三角形の面積は等しいので
60 ÷ 4 = 15 か
面積比 4 + 1 + 5/2 に
等しいことかわかる。

$$1 : \triangle PEQ = \frac{15}{2} : 15$$

- 8 図の △ABC において、D, F はそれぞれ辺 BC, AB
の中点、E は AE : EC = 2 : 3 となる辺 AC 上の点で
ある。今、線分 CE 上に点 G をとり、線分 FG と DE
の交点を H とすると、FH : HG = 3 : 1 であった。こ
のとき、次の線分比、面積比を、最も簡単な整数比で
表せ。

- (1) FD : AC
- (2) DH : HE
- (3) AE : EG : GC
- (4) 四角形 AFHE の面積を S₁、四角形 HDCG の面積を S₂ としたときの、S₁ : S₂



- (1) D, F は AB, BC の中点
なので 中点連結定理より
FD : AC = 1 : 2 //

- (2) FD ∥ AC より
△FDH ∽ △GEH。
問題より FH : HG
= 3 : 1 なので
DH : HE = FH : HG
= 3 : 1 //

- (3) AC = a とすると、(1) より
FD = $\frac{1}{2}a$ と表され
(2) より EG = $\frac{1}{3} \times FD$
= $\frac{1}{6}a$

$$\begin{aligned} AE &= \frac{2}{5}a, GC = \frac{3}{5}a \\ \therefore AE : EG : GC &= \frac{2}{5}a : \frac{1}{6}a : \frac{3}{5}a \\ &= 12 : 5 : 13 // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (3) \text{より } \triangle AEF : \\ \triangle EGF : \triangle GCD \\ &= 12 : 5 : 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FH &= FG = 3 : 4 \text{ より} \\ \triangle EFH &= \frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} \end{aligned}$$

$$S_1 = 12 + \frac{15}{4} = \frac{63}{4}$$

$$\begin{aligned} \triangle GPH &\text{も同様で} \\ S_2 &= 13 + \frac{15}{4} = \frac{67}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore 63 : 67 //$$