関数

2点を通る直線の式を求めるテクニック

少ない計算式でサッと求めたいときに有効。

例題

2点 $(-1, 3)(4, 6)$ を通る直線の式を求めなさい。

通常の解法

① 連立方程式

② 傾き → 切片の順に求める

① $y=ax+b$ に $(-1,3)$, $(4,6)$ を代入して

$$3 = -a+b \quad \cdots ①$$
$$-)\ 6 = 4a+b \quad \cdots ②$$
$$-3 = -5a$$
$$\frac{3}{5} = a$$

①, ② どちらでもよいので代入。

$$3 = -\frac{3}{5}+b$$
$$b=\frac{18}{5}$$

$$\therefore y=\frac{3}{5}x+\frac{18}{5}$$

②

$$傾き = \frac{yの増加量}{xの増加量} = \frac{6-3}{4-(-1)}$$
$$a=\frac{3}{5}$$

$y=\frac{3}{5}x+b$ と表され、2点どちらでもよいので代入して b を求める。

(4, 6) を代入。 $6=\frac{12}{5}+b$

$$b=\frac{18}{5}$$

$$\therefore y=\frac{3}{5}x+\frac{18}{5}$$

◎ テクニック

② の流れを 1つの式で一気に書く というものです。

結論

$$\boxed{y-6=\frac{6-3}{4-(-1)}(x-4)}$$

$$y=\frac{3}{5}(x-4)+6$$
$$y=\frac{3}{5}x-\frac{12}{5}+\frac{30}{5},\quad y=\frac{3}{5}x+\frac{18}{5}$$

(4, 6) を選んだ場合です。

ちなみに (−1, 3) だと

$$y-3=\frac{6-3}{4-(-1)}(x-(-1))$$

何がどこに代入されたか分かりました？

公式化

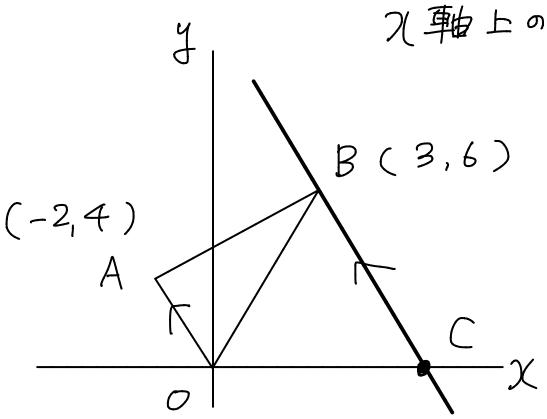
2点 $(x_1, y_1)(y_1, y_2)$ を通る直線の方程式は

$$y-y_1=\underbrace{\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}_{傾き}(x-x_1)$$

(x_1, y_1) を選んだとしたら。

このテクニックは次の場合でも有効です。

例えば「等積を用いて △OAB=△OAC となる x軸上の点を求めたいとき」



OAの傾きが $\frac{4}{-2}=-2$ なので

BCの式は

(3,6)を通る。

$y-6=-2(x-3)$

で求められるということです。

練習問題

(1) (1,2), (3,4)

(2) (2,1), (−1,−3)

(3) (5,3), (−4,3)

解答

(1) $y-2=\frac{4-2}{3-1}(x-1)$

$y=x-1+2$ 　 $\underline{y=x+1}$ //

(2) $y-1=\frac{-3-1}{-1-2}(x-2)$

$y=\frac{4}{3}(x-2)+1$

$\underline{y=\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}}$ //

(3) $y-3=\frac{3-3}{-4-5}(x-5)$ ←0

$y-3=0$

$\underline{y=3}$ //

~おわりに~ 2点を通る直線を求める流れはとてもよく使います。スピーディーにいこう。