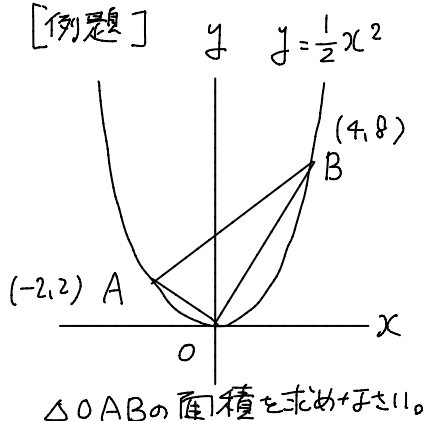


入試テクニック [関数領域] 「座標平面上の三角形の面積」の求め方

[例題]

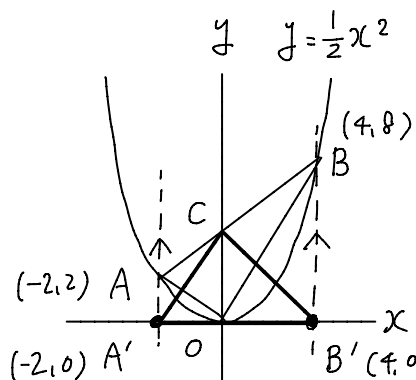


考え方

- ① 等積変形の利用 (i) 軸に平行 (ii) 辺に平行)
- ② [足算] 図を分割してそれぞれの面積を足す。
- ③ [引算] (i) 長方形から直角三角形を引く。
(ii) 延長線で作られる三角形から三角形を引く。
- ④ [公式] サラスの公式 $\frac{|ad-bc|}{2}$

① 等積変形

(i) 軸に平行



$\triangle OAB = \triangle CA'B'$
として求める方法です。

[解説]

- A, B を通り y 軸に平行な直線を引き、 x 軸との交点を A', B' とする。

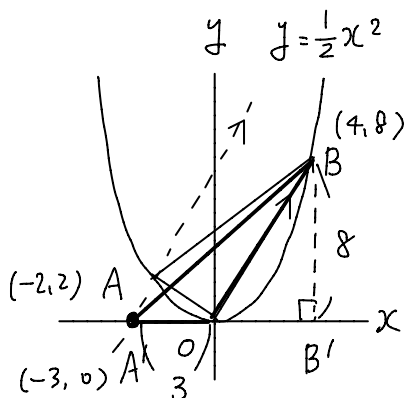
- 等積変形により
 $\triangle OAC = \triangle OA'C$
 $\triangle OBC = \triangle OB'C$

- $\triangle CA'B' = A'B' \times OC \times \frac{1}{2}$
で求められる。 OC は、
 AB の切片なので
 $y = x + 4$ より $OC = 4$

- $A'B' = 4 - (-2) = 6$
 $OC = 4$ より
 $\triangle CA'B' = 6 \times 4 \times \frac{1}{2}$
 $= 12$

① 等積変形

(ii) 辺に平行



[解説]

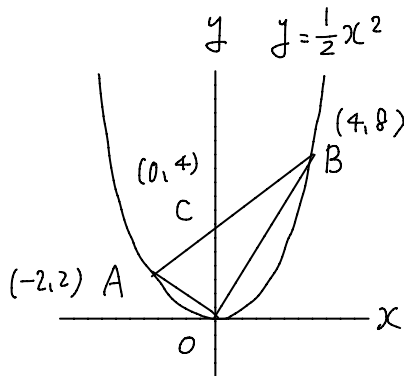
- A を通り OB に平行な直線を引き、 x 軸との交点を A' とおく。

- 等積変形により
 $\triangle OAB = \triangle OA'B$

- $OB: y = 2x$
 $AA': y = 2x + b$
 $(-2, 2)$ を通るので
 $2 = 2 \times (-2) + b$
 $b = 6$ $y = 2x + 6$
 x 軸との交点 $A'(-3, 0)$

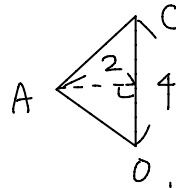
- $\triangle OA'B = OA' \times BB' \times \frac{1}{2}$
 $= 3 \times 8 \times \frac{1}{2} = 12$

② [足し算] 図の分割



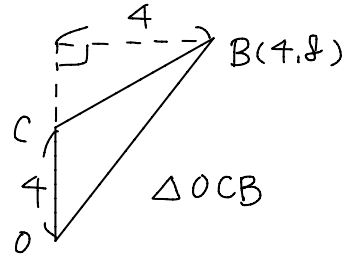
[解説]

$\triangle OAC$



$$4 \times 2 \times \frac{1}{2}$$

+



$$4 \times 4 \times \frac{1}{2}$$

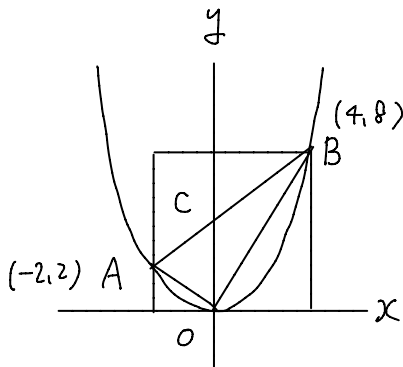
$\triangle OCB$

$$= 4 + 8 = 12$$

$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OCB$
と分けて求める方法です。

③ [引き算]

(i) 長方形から直角三角形を引く。



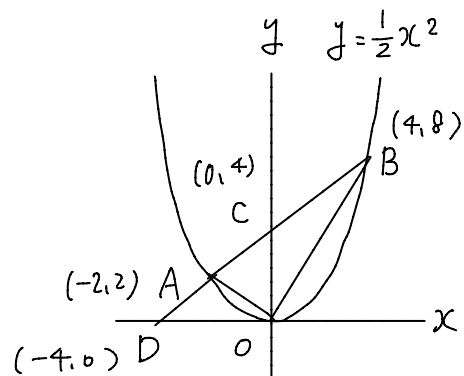
$\triangle OAB = \text{長方形} - \text{周りの3つの直角三角形}$

$$= 48 - 18 - 2 - 16$$

$$= 12$$

$$\underline{12}$$

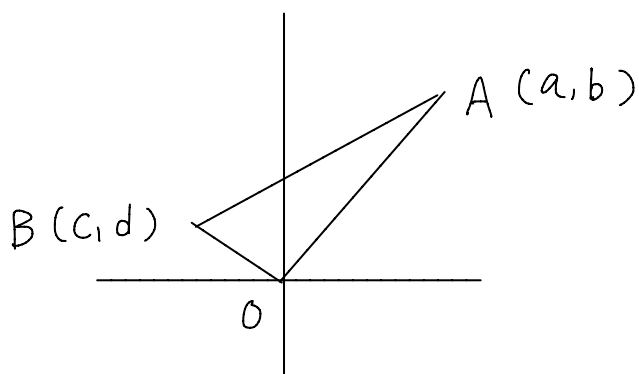
(ii) 延長線で作られる三角形から三角形を引く。



- ABの延長線とx軸の交点をDとすると $y = x + 4$ $y = 0$ を代入し $x = -4$
 $\therefore D(-4, 0)$

$$\begin{aligned} \triangle OAB &= \triangle DOB - \triangle DOA \\ &= 4 \times 8 \times \frac{1}{2} - 4 \times 2 \times \frac{1}{2} \\ &= 16 - 4 = 12 \end{aligned}$$

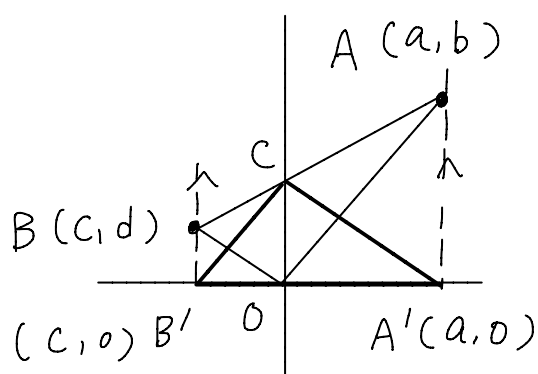
④ 公式 [サラスの公式]



1点が原点で、1か2点B'
(a, b), (c, d) とするときの

$$\triangle OAB = \frac{|ad-bc|}{2}$$

!! は
絶対値の
記号



- ① でやると、 A', B' は
 A, B から x 軸 に平行におく
ので $A'(a, 0)$ $B'(c, 0)$ となる。

- 直線 AB の切片 C の
座標から OC を求める。

$$AB \text{ の傾き} = \frac{b-d}{a-c} \text{ となり}$$

$$y = \frac{b-d}{a-c} x + (\text{切片}) \text{ となり}$$

(a, b) を通るので

$$b = \frac{b-d}{a-c} \times a + (\text{切片})$$

$$\text{切片} = b - \frac{a(b-d)}{a-c}$$

$$= \frac{b(a-c) - a(b-d)}{a-c}$$

$$OC = \frac{ad-bc}{a-c}$$

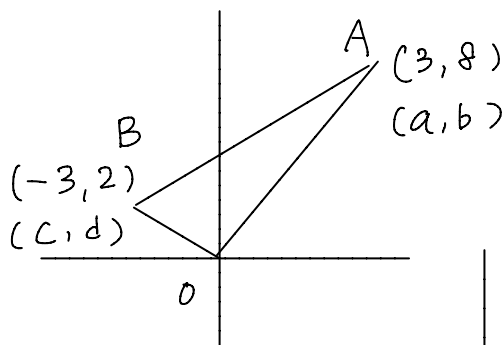
$$\begin{aligned} \triangle OAB &= \triangle OA'B' \\ &= A'B' \times OC \times \frac{1}{2} \\ &= (a-c) \times \frac{ad-bc}{a-c} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{ad-bc}{2} \end{aligned}$$

$$(c, d) \quad (a, b) \text{ だと } \frac{bc-ad}{2} \text{ となり}$$

$ad-bc$ と $bc-ad$ の絶対値
は等しいので $\frac{|ad-bc|}{2}$ とした。

$$\triangle OAB = \frac{|ad-bc|}{2}$$

④ サラスの公式の例



$$\triangle OAB = \frac{|ad - bc|}{2}$$

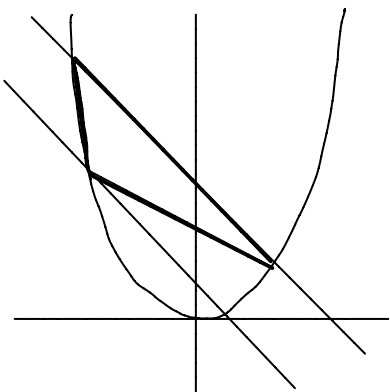
- $ad - bc$ を計算する。

$$\begin{aligned} 3 \times 2 - 8 \times (-3) \\ = 6 + 24 \\ = 30 \end{aligned}$$

- 30 の絶対値は 30
なので

$$\frac{30}{2} = 15 //$$

例えば ↓ のような問で
有効です。

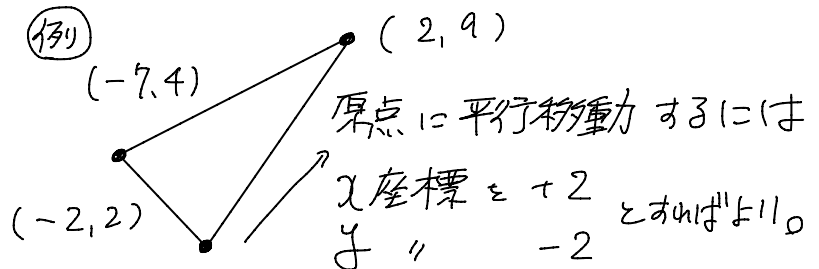


(a, b) 1x-2は「たすきがけ」
 (c, d) して31く。 $a \times d - b \times c$

② 原点 じゃない場合はどうなるの？

結論 ... 1点を原点に平行移動

例



他の2点も同じように動かす。

$$(2, 9) \rightarrow (4, 7)$$

$$(-7, 4) \rightarrow (-5, 6)$$

∴ $(0, 0)$ $(4, 7)$ $(-5, 6)$ ので「きあがり」

$$= \frac{|4 \times 6 - 7 \times (-5)|}{2} = \frac{24 + 35}{2} = \frac{59}{2} //$$

練習

$\triangle OAB$ の面積
を求めなさい。

$$A(3, 5)$$

$$B(-1, -4)$$

答

$$\begin{aligned} & \left| \frac{3 \times (-4) - 5 \times (-1)}{2} \right| \\ &= \left| \frac{-12 + 5}{2} \right| = \left| \frac{-7}{2} \right| \\ &= \frac{7}{2} = 3.5 // \end{aligned}$$

↑
-7の絶対値は7