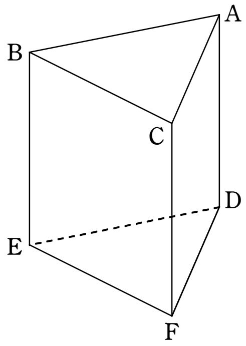
難関私立対策【空間図形（相似、三平方の定理）】　※公立対策ではありません。

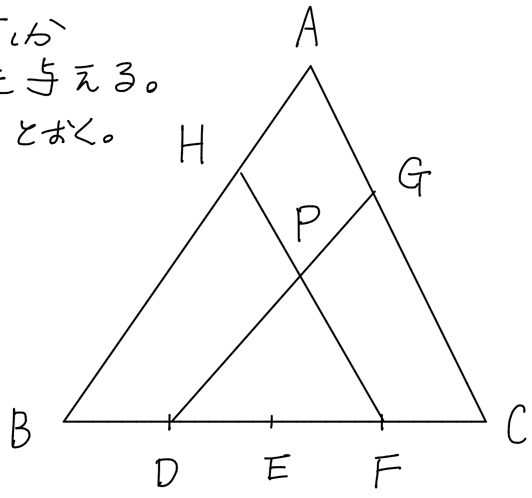
$\boxed{1}$ △ABC において，辺 BC を 4 等分する点を B に近い方から順に D，E，F とする。また，D を通り △ABC の面積を 2 等分する直線と，F を通り △ABC の面積を 2 等分する直線の交点を P とする。△ABC の面積が 120 であるとき，△PDF の面積は $\boxed{}$ である。

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

$\boxed{2}$ 底面 ABC が 1 辺の長さ 1 の正三角形で高さが 1 である三角柱がある。この三角柱を辺 AB，AC の中点および辺 CF を 2 : 1 に分ける点を通る平面で 2 つに分ける。このとき，点 A を含む立体の体積を求めよ。



1 △ABCにおいて，辺BCを4等分する点をBに近い方から順にD，E，Fとする。また，Dを通り△ABCの面積を2等分する直線と，Fを通り△ABCの面積を2等分する直線の交点をPとする。△ABCの面積が120であるとき，△PDFの面積は　　　である。



準備1　ヒントになる値が面積しかないので、長さの比を与える。

$AG:GC = 1:x$ とおく。

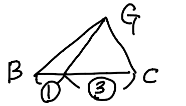
（a:bなど2つの文字を扱うより1つを1と固定した方が楽）

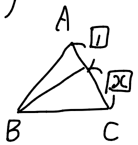
準備2　$\triangle ABC = 1$ とする。

（方程式を使うとき楽）

120は最後に使う。

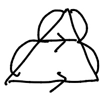
- $\triangle GDC = \frac{1}{2}\triangle ABC$ より

$\triangle GDC = \frac{3}{4} \times \triangle GBC$ （  ）

$= \frac{3}{4} \times \frac{x}{1+x} \times \triangle ABC$ （  ）

以上より $\frac{3x}{4(1+x)} = \frac{1}{2}$ となり、解くと $x = 2$

$\therefore$ $AG:GC = 1:2$ 同様に $AH:HB = 1:2$

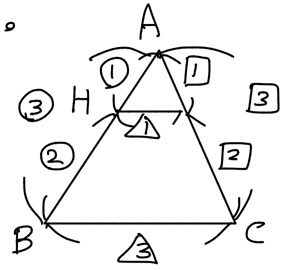
これは $HG \parallel BC$ を表す。（  ）

- $HG \parallel BC$ より $\triangle HGP \backsim \triangle FDP$ がいえて，

$GP:PD = HG:FD$ となる。

$= \frac{1}{3}BC : \frac{1}{2}BC$

$= 2:3$



$\therefore \triangle PDF = \frac{3}{5}\triangle GDF$

$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}\triangle GBC$

$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \triangle ABC$

$= \frac{1}{5} \times 120 = \underline{\underline{24}}$

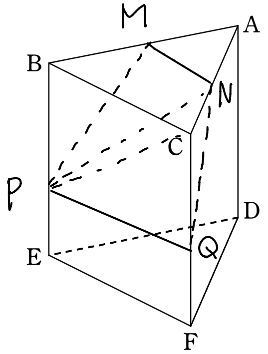
Point

「準備」が一歩を踏み出させてくれます。

何もないところに「文字」や「比」を与えることに慣れていこう。

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

[2] 底面 ABC が 1 辺の長さ 1 の正三角形で高さが 1 である三角柱がある。この三角柱を辺 AB，AC の中点および辺 CF を 2 : 1 に分ける点を通る平面で 2 つに分ける。このとき，点 A を含む立体の体積を求めよ。



準備1

求める体積をどの立体を足したり引いたりして求めるか考える。

[2] 体積を求められるのは，三角錐や四角錐なので，それらに切り分ける。

求める体積 (V_1)

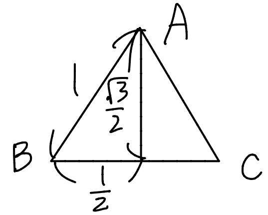
$= \underset{(V_2)}{三角柱 ABC-DEF} - \underset{(V_3)}{三角錐 NCPQ}$

$+ \underset{(V_4)}{四角錐 P-MBCN}$

[3] 立体に名前をつける。上の V○ のことです。

（これは，途中式を書いていく中で何の計算をしているかわかりやすくするためです。）

- V_2 について



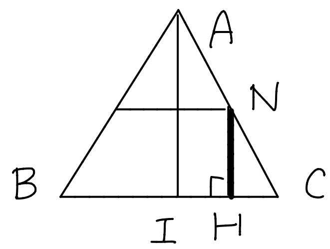
$V_1 = \underbrace{1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}}_{\triangle ABC} \times \underbrace{1}_{高さAD} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

- V_3 について

$V_3 = 底面\triangle CPQ \times 高さ NH \times \frac{1}{3}$

$= CQ \times PQ \times \frac{1}{2} \times NH \times \frac{1}{3}$

$= \frac{2}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{36}$



$AI = \frac{\sqrt{3}}{2}$ より

$NH = \frac{\sqrt{3}}{4}$

- V_4 について

$V_4 = 底面 MBCN \times 高さ BP \times \frac{1}{3}$

$= \left\{(上底 MN + 下底 BC) \times 高さ NH \times \frac{1}{2}\right\} \times BP \times \frac{1}{3}$

$= \left\{\left(\frac{1}{2} + 1\right) \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{2}\right\} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{24}$

以上より

$V_1 = V_2 - V_3 + V_4 = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{36} + \frac{\sqrt{3}}{24}$

$= \frac{18\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{72} = \frac{13\sqrt{3}}{72}$ //