入試テクニック【計算 領域】「倍数判定の方法」

目標

大きな数が何の倍数の数かを判断できる。

使う場面… 素因数分解 と 倍数の証明

結論

◎ よく使う

- 2の倍数　下1桁が偶数
- 3の倍数　各位の数の和が3の倍数
- 5の倍数　下1桁が0または5

△ しくみを知っておくと良い

- 6の倍数　2の倍数かつ3の倍数
- 10の倍数　下1桁が0
- 9の倍数　各位の数の和が9の倍数
- 12の倍数　3の倍数かつ4の倍数

▲ ほぼ使わないもの

- 4の倍数　下2桁が4の倍数
- 8の倍数　下3桁が8の倍数
- 11の倍数　全ての位を交互に足し引きした値が11の倍数

◎ 倍数判定 の 解説

方針

適当な5桁の整数 $10000a + 1000b + 100c + 10d + e$ の式変形です。

$10000a + 1000b + 100c + 10d + e = A$ とおきます。

- 2の倍数 $A = 2(5000a + 500b + 50c + 5d) + e$

  よって e が 偶数 かどうかを見ればよい。

- 3の倍数

  $A = 3(3333a + 333b + 33c + 3d) + \underline{a + b + c + d + e}$

  よって <u>各位の数の和</u> が 3の倍数 かどうか見ればよい。

- 4の倍数 $A = 4(2500a + 250b + 25c) + \underline{10d + e}$

  よって 下2桁 $10d + e$ が 4の倍数 かどうかを見ればよい。

- 5の倍数 $A = 5(2000a + 200b + 20c + 2d) + c$

- 8の倍数 $A = 8(1250a + 125b) + 100c + 10d + c$

- 9 〃 $A = 9(1111a + 111b + 11c + d) + a + b + c + d + e$

- 10 〃 $A = 10(1000a + 100b + 10c + d) + e$

- 11 〃 $A = 11(909a + 91b + 9c + d) + a - b + c - d + e$

◎ 偶数、奇数、倍数 の証明

数を文字式で表す

- 偶数 $= 2n$
- 奇数 $= 2n-1$ $(2n+1)$
- ○の倍数 $=$ ○n

(例題1) 偶数の2乗は4の倍数である。

[解答欄]

(証明の答)

偶数を $2n$ (n:整数) とおくと、偶数の2乗は

$(2n)^2 = 4n^2$

4×整数は4の倍数である。□

Point
n と m を分けたのは、同じにすると、連続してしまうためです。

(例題2) 偶数+奇数は奇数になる。

[解答欄]

(証明の答)

偶数を $2n$、奇数を $2m+1$ (n, m:整数) とおくと

$2n+(2m+1)$

$=2(n+m)+1$

となり奇数の形となる。□

(例題3) 奇数 × 奇数
は 奇数になる。

[解答欄]

(証明の答)

奇数を $2n+1$, $2m+1$ とする。

$$(2n+1)(2m+1)$$
$$=4mn+2m+2n+1$$
$$=2(2mn+m+n)+1$$

□

(例題4) 3桁の自然数の
下2桁が4で割り切れれば4の倍数である。

[解答欄]

(証明の答)

3桁の自然数を
$100a+10b+c$ とする。

a, b, cは自然数

下2桁が4で割り切れるので
$10b+c=4k$ (k:自然数)
と表される。

$$\therefore 100a+10b+c$$
$$=100a+4k$$
$$=4(25a+k)$$

$\therefore$ 4の倍数

□