難関私立対策③　【　一次関数　グラフ無し（3直線で囲まれた面積、解の存在、3点一直線上、範囲、変域　】

$\boxed{1}$ 3 直線 $x-2y=-1$，$2x-y=-2$，$x=a$ で囲まれた部分の面積が 12 となるように，正の定数 a の値を求めなさい。

$\boxed{2}$ 3 つの直線 $-2x+y=1$，$3x-y=3$，$x+y=1$ で囲まれた三角形の面積は $\boxed{}$ である。

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

$\boxed{3}$ 直線 $ax+3y=6$ が点 $(3,\ -4)$ を通ります。このとき，この直線と x 軸に関して対称な直線の式を求めなさい。

$\boxed{4}$ a を定数とする。x，y についての連立方程式 $\begin{cases}(-a^2+7a-6)x+2y=4\\ ax+y=a\end{cases}$ の解が存在しないとき，a の値を求めよ。

$\boxed{5}$ a を定数とする。座標平面上の 3 点 $(-2,\ -2)$，$(3,\ 13)$，$(a,\ a+1)$ が一直線上にあるとき，a の値を求めよ。

$\boxed{6}$ 3 点 A$(3,\ -2)$，B$(-3,\ -5)$，P$(9,\ 10)$ がある。

点 P を通る傾き a の直線と線分 AB が交わるための a の値の範囲は，$\boxed{}$ である。

$\boxed{7}$ 1 次関数 $y=ax+b$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 2$ であるときの y の変域は $-2 \leqq y \leqq 10$ である。このとき，a と b の値を求めなさい。ただし，$a<0$ とする。

$\boxed{8}$ 関数 $y=-2x+a$ において，x の変域が $-4 \leqq x \leqq b$ のとき，y の変域が $-2 \leqq y \leqq 10$ となるのは，$a=$ ア $\boxed{}$，$b=$ イ $\boxed{}$ のときである。

難関私立対策③　【　一次関数　グラフ無し（3直線で囲まれた面積、解の存在、3点一直線上、範囲、変域　】

1 3直線 $x-2y=-1$，$2x-y=-2$，$x=a$ で囲まれた部分の面積が12となるように，正の定数 a の値を求めなさい。 …③

$$\begin{cases} x-2y=-1 & \cdots ① \\ 2x-y=-2 & \cdots ② \end{cases}$$

①×2−②

$$\begin{array}{r} 2x-4y=-2 \\ -)\ 2x-y=-2 \\ \hline -3y=0 \\ y=0 \\ x=-1 \end{array}$$

$(x, y)=(-1, 0)$

つまり2直線の交点が $(-1, 0)$ ということ。

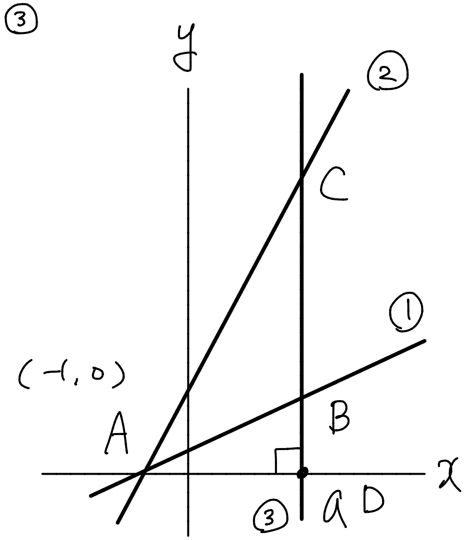
① ⇒ $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

② ⇒ $y=2x+2$

③ ⇒ y軸に平行

①，②，③の交点を A，B，C として図に表す。

Aは上で求めた $(-1, 0)$



$x=a$ と①，②の交点の座標は $B\left(a, \frac{1}{2}a+\frac{1}{2}\right)$

$C(a, 2a+2)$

$BC=(2a+2)-\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{3}{2}(a+1)$

高さ $AD=a+1$

$\therefore \triangle ABC=\frac{3}{2}(a+1)\times(a+1)\times\frac{1}{2}$

$12=\frac{3}{2}(a+1)^2\times\frac{1}{2}$

これを解いて $a=3, -5$

$a>0$ より $a=3$ //

2 3つの直線 $-2x+y=1$，$3x-y=3$，$x+y=1$ で囲まれた三角形の面積は $\boxed{}$ である。
…①　…②　…③

① $y=2x+1$

② $y=3x-3$

③ $y=-x+1$

①，②の交点は

$$\begin{cases} y=2x+1 \\ y=3x-3 \end{cases}$$

を解いて

$(x, y)=(4, 9)$

②，③の交点は

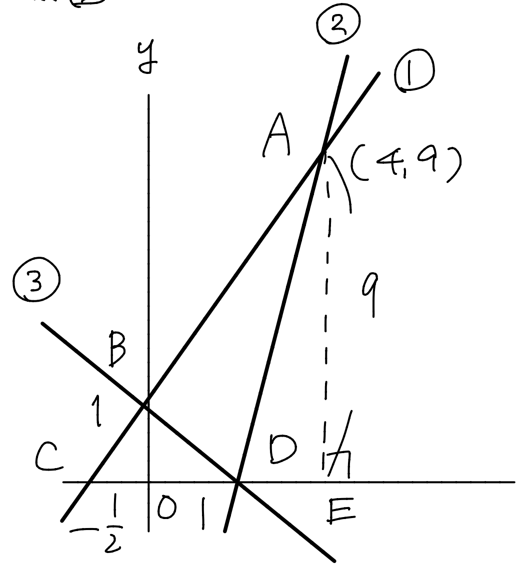
$$\begin{cases} y=3x-3 \\ y=-x+1 \end{cases}$$

を解いて

$(x, y)=(1, 0)$

求める面積 $\triangle ABD$

$=\triangle ACD-\triangle BCD$



・$\triangle ACD=CD\times AE\times\frac{1}{2}$

$=\frac{3}{2}\times 9\times\frac{1}{2}=\frac{27}{4}$

・$\triangle BCD=CD\times BO\times\frac{1}{2}$

$=\frac{3}{2}\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

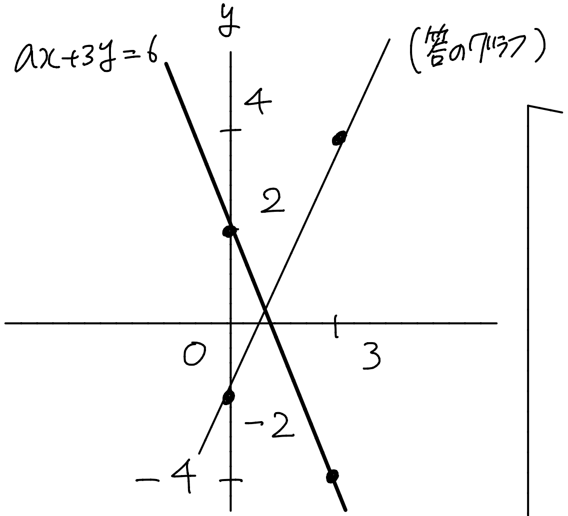
$\therefore \frac{27}{4}-\frac{3}{4}=\frac{24}{4}=6$ //

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

3 直線 $ax+3y=6$ が点 $(3,\ -4)$ を通ります。このとき，この直線と x 軸に関して対称な直線の式を求めなさい。

- $ax+3y=6$ に $x=0$ を代入すると切片が求まり，
  $0+3y=6$　$y=2$　切片 $(0,2)$。

  ∴ $ax+3y=6$ は $(3,-4)$ $(0,2)$ の2点を通る。



[別アプローチ]

$ax+3y=6$ に $(3,-4)$ を代入し

$3a+(-12)=6$

$a=6$

$6x+3y=6$

$y=-2x+2$

x軸対称なので傾きも切片も符号が反対になり

$y=2x-2$

- x軸に対して対称な直線は $(3,4)$，$(0,-2)$ を通る。

  ∴ 傾き $=\dfrac{-2-4}{0-3}=2$

  切片 $=-2$ なので $y=2x-2$

4 a を定数とする。x，y についての連立方程式 $\begin{cases}(-a^2+7a-6)x+2y=4 & \cdots ① \\ ax+y=a & \cdots ②\end{cases}$ の解が存在しないとき，a の値を求めよ。

- 解が存在しない ⇒ 2つの直線が平行
  ⇒ 2つの直線の傾きが同じ。

- ①より $y=\dfrac{a^2-7a+6}{2}x+2$

  ②より $y=-ax+a$

- 傾きが等しいので

  $\dfrac{a^2-7a+6}{2}=-a$

  $a^2-5a+6=0$

  $(a-3)(a-2)=0$

  $a=3,2$

- $a=2$ のとき

  ①も②も $y=-2x+2$

  となりグラフが重なり解が無数に存在する。

- $a=3$ のとき

  ① $y=-3x+2$

  ② $y=-3x+3$

  となり交点を持たない。

∴ $a=3$

$\boxed{5}$ a を定数とする。座標平面上の 3 点 $(-2,\ -2)$，$(3,\ 13)$，$(a,\ a+1)$ が一直線上にあるとき，a の値を求めよ。

A　　B　　C

直線ABの傾き ① ＝ 直線BCの傾き ② で解く。

① 傾き $= \dfrac{13-(-2)}{3-(-2)} = \dfrac{15}{5} = 3$

② 傾き $= \dfrac{a+1-13}{a-3} = \dfrac{a-12}{a-3}$

$\therefore\ 3 = \dfrac{a-12}{a-3}$ 両辺 $\times (a-3)$ して

$3(a-3) = a-12$

$3a-9 = a-12$

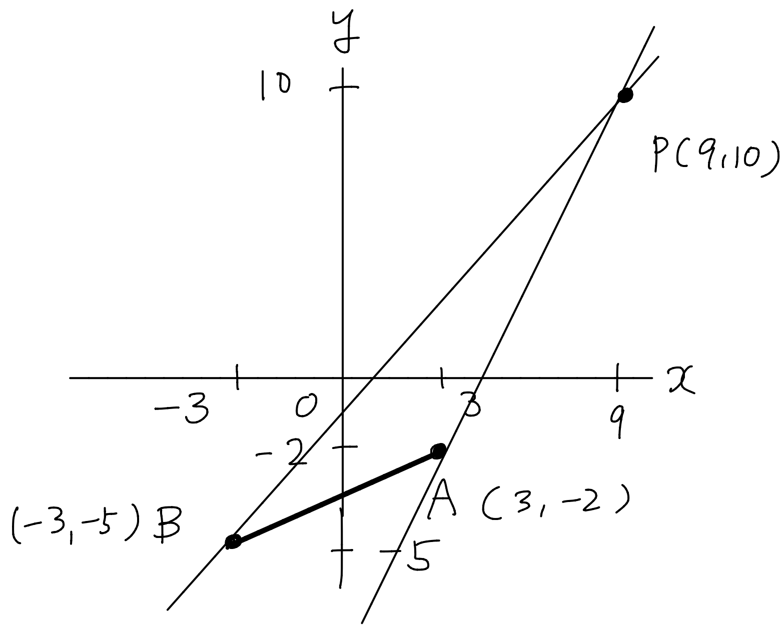
$2a = -3$

$a = -\dfrac{3}{2}$ //

Point
一直線上にある
＝ 傾きが等しい
で考える。

$\boxed{6}$ 3 点 A$(3,\ -2)$，B$(-3,\ -5)$，P$(9,\ 10)$ がある。

点 P を通る傾き a の直線と線分 AB が交わるための a の値の範囲は，$\boxed{}$ である。



- 点Pを通る傾き a の直線は，$y-10 = a(x-9)$ と表される。
- Aを通る場合 $(3,-2)$を代入。$-2-10 = a(3-9)$，$a = 2$
- Bを通る場合 $(-3,-5)$を代入。$-5-10 = a(-3-9)$，$a = \dfrac{5}{4}$

以上より $\dfrac{5}{4} \leqq a \leqq 2$ //

Point
点 (m, n) を通る傾き a の直線の式。

$y-n = a(x-m)$

7 1次関数 $y=ax+b$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 2$ であるときの y の変域は $-2\leqq y\leqq 10$ である。このとき，a と b の値を求めなさい。ただし，$a<0$ とする。

- a（傾き）<0 なので グラフは右下がり。
- $(-2, 10)$，$(2, -2)$ を通るので
  $y=ax+b$ にそれぞれ代入し，

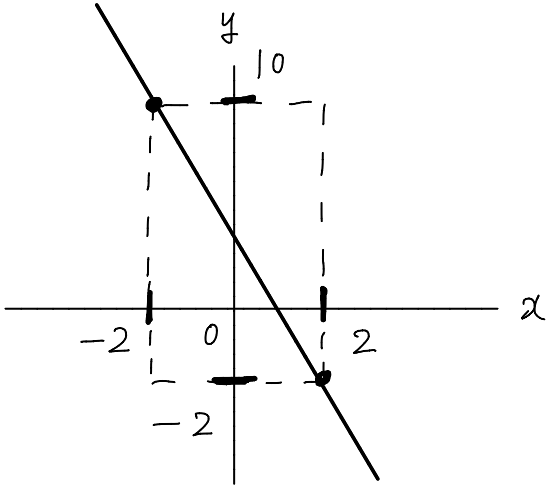
$$\begin{array}{rl} & 10 = -2a+b \\ +) & -2 = 2a+b \\ \hline & 8 = 2b \\ & b = 4 \end{array}$$

代入

$-2 = 2a+4$

$a = -3$

$\therefore (a, b) = (-3, 4)$



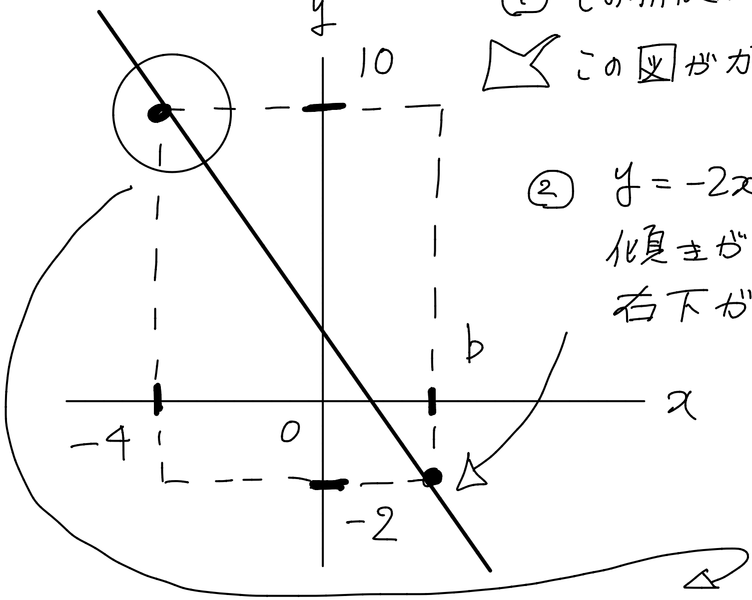
Point

① 問題文の情報を全てチェック（$a<0$）

② イメージがわかないときはグラフをかく。

8 関数 $y=-2x+a$ において，x の変域が $-4\leqq x\leqq b$ のとき，y の変域が $-2\leqq y\leqq 10$ となるのは，$a=$ ア $\boxed{}$，$b=$ イ $\boxed{}$ のときである。

① この情報から この図がかける。



② $y=-2x+a$ なので傾きが負で右下がりのグラフになる。

③ $y=-2x+a$ は $(-4, 10)$ を通るので代入。

$10=-2\times(-4)+a \quad a=2$

④ $y=-2x+2$ で $y=-2$ を代入すると，

$-2=-2x+2 \quad x=2=b$

以上より $(a, b)=(2, 2)$