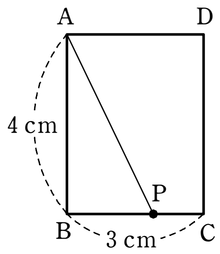
難関私立対策【　動点問題　】　※全国国公私立過去問より　（1～4＝基本、5,6＝発展、7＝最難）※6はあまり見ない円の問題です。

$\boxed{1}$ 右の図において，点 P は点 B を出発して，辺上を点 C を通って点 D まで，秒速 1 cm で動きます。点 P が動き始めてから x 秒後における △PAB の面積を y cm^2 とします。P が次の辺上を動くとき，x の変域を求め，y を x の式で表しなさい。

(1)　辺 BC 上

(2)　辺 CD 上



(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　　)

$\boxed{2}$ AB＝6 cm，BC＝4 cm，∠B＝90° の直角三角形 ABC がある。点 P は A を出発して毎秒 1 cm の速さで，辺上を B を通って C まで動く。

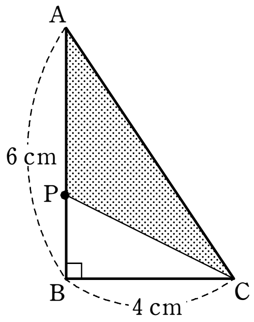
P が A を出発してから x 秒後の △APC の面積を y cm^2 とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) P が A を出発してから 5 秒後の y の値を求めなさい。

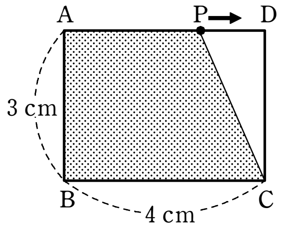
(2) P が辺 AB 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。

(3) P が辺 BC 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。

(4) P が A を出発してから，C に着くまでの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



$\boxed{3}$ AB＝3 cm，BC＝4 cm である長方形 ABCD の周上を，頂点 A から毎秒 1 cm の速さで，点 D を通り点 C まで動く点 P がある。P が頂点 A を出発してから x 秒後の四角形 ABCP の面積を y cm^2 とする。このとき，次の問いに答えなさい。



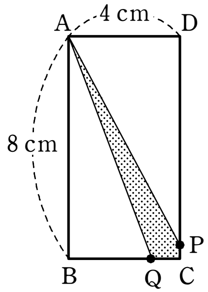
(1)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(2)　$4 \leqq x \leqq 7$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(3)　$0 \leqq x \leqq 7$ のときの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

(4)　$y = 8$ となる x の値をすべて求めなさい。

$\boxed{4}$ AB＝8 cm，AD＝4 cm の長方形 ABCD がある。2 点 P，Q は頂点 B を同時に出発し，この長方形の辺上を頂点 C を通って頂点 D へ向かう。P，Q の速さは，それぞれ秒速 1 cm，秒速 0.5 cm である。長方形 ABCD の内部で，P，Q が出発してから x 秒後に線分 AP と AQ にはさまれた部分の面積を y cm^2 とする。P が D に到達した時点で Q は停止する。
このとき，次の問いに答えなさい。

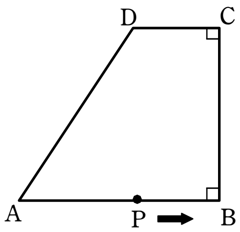


(1) P，Q がともに辺 BC 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。

(2) P が辺 CD 上，Q が辺 BC 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。

(3) P，Q がともに辺 CD 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。

(4) x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



5 右の図のような台形ABCDにおいて，AB＝7，BC＝6，CD＝3，∠B＝∠C＝90°とする。点PはAを出発し，台形の辺上をB，C，Dの順にDまで動く。点PがAから動いた道のりをx，△APDの面積をyとする。次の問いに答えなさい。

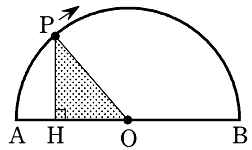
(1) 点Pが辺AB上を動くとき，yをxの式で表しなさい。

(2) 点Pが辺BC上を動くとき，yをxの式で表しなさい。

(3) 点Pが辺CD上を動くとき，yをxの式で表しなさい。

(4) yの値が台形ABCDの面積の半分になるときのxの値を求めなさい。

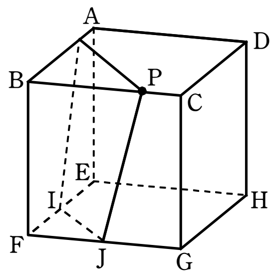
6 ABを直径とする半円があり，点PはAを出発して一定の速さで$\overset{\frown}{AB}$上を動き，18秒後に点Bに到達する。円の中心をO，点Pから線分ABにひいた垂線と線分ABとの交点をHとする。出発して3秒後にできる△OPHと合同な三角形OPHは，出発して何秒後にできるか。出発して3秒後以外のものをすべて求めなさい。



7 右の図のように，1 辺が 10 cm の立方体 ABCDEFGH があり，辺 EF，FG の中点をそれぞれ I，J とする。
いま，点 P は F を出発して毎秒 1 cm の速さで辺上を，

$$F \longrightarrow B \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow H$$

の経路で点 H まで進む。3 点 I，J，P を通る平面でこの立方体を切ったときの切り口の図形について，次の問いに答えなさい。



⑴　切り口が正三角形になるのは，点 P が F を出発してから何秒後か答えなさい。
また，そのときの切り口の面積を求めなさい。

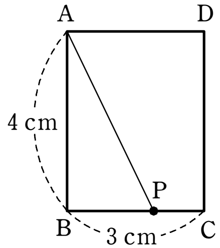
⑵　切り口が正六角形になるのは，点 P が F を出発してから何秒後か答えなさい。
また，そのときの切り口の面積を求めなさい。

⑶　点 P が F を出発してから 17 秒後の切り口の面積を求めなさい。

$\boxed{1}$ 右の図において，点 P は点 B を出発して，辺上を点 C を通って点 D まで，秒速 1 cm で動きます。点 P が動き始めてから x 秒後における △PAB の面積を y cm^2 とします。P が次の辺上を動くとき，x の変域を求め，y を x の式で表しなさい。

(1)　辺 BC 上

(2)　辺 CD 上

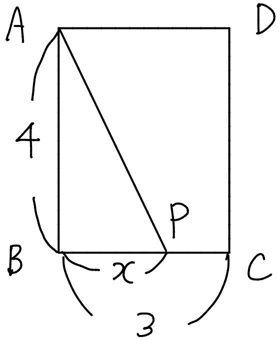


(1) P が点 C に着くのは動き始めてから 3秒後 なので x の変域は，$0 \leqq x \leqq 3$ //

△PAB ＝ BP × AP × $\frac{1}{2}$

＝ x × 4 × $\frac{1}{2}$

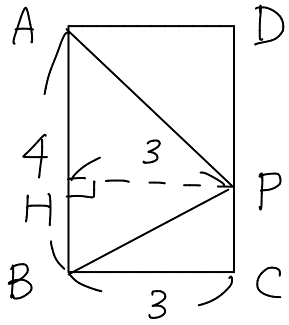
＝ $2x$



∴ $y = 2x$ //

(2) P は点 C から D まで動くので

$3 \leqq x \leqq 7$ //



△PAB ＝ AB × PH × $\frac{1}{2}$

＝ 4 × 3 × $\frac{1}{2}$ ＝ 6

$y = 6$ //

Point

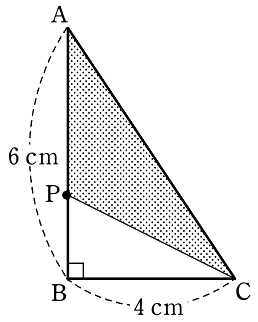
動点問題は その場合の図をかいて長さを文字や数で表すことで考えやすくなる。

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　）

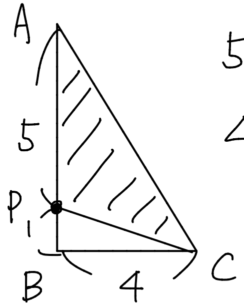
$\boxed{2}$ AB＝6 cm，BC＝4 cm，∠B＝90° の直角三角形 ABC がある。点 P は A を出発して毎秒 1 cm の速さで，辺上を B を通って C まで動く。

P が A を出発してから x 秒後の △APC の面積を y cm^2 とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) P が A を出発してから 5 秒後の y の値を求めなさい。
(2) P が辺 AB 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。
(3) P が辺 BC 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。
(4) P が A を出発してから，C に着くまでの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



(1)

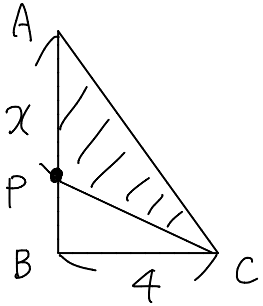


5秒後なので AP＝5 となる。

$\triangle APC = AP \times BC \times \frac{1}{2}$

$y = 5 \times 4 \times \frac{1}{2} = 10\text{cm}^2$ //

(2)



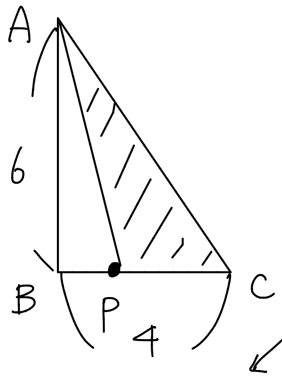
AB上にあるので AP＝x となる。

$\triangle APC = AP \times BC \times \frac{1}{2}$

$y = x \times 4 \times \frac{1}{2} = 2x$ //

ちなみに xの変域は $0 \leqq x \leqq 6$

(3)



Pは 1秒で 1cm 動くので

x 秒後，x cm 動いている。

今回は $AB + BP = x$ となる。

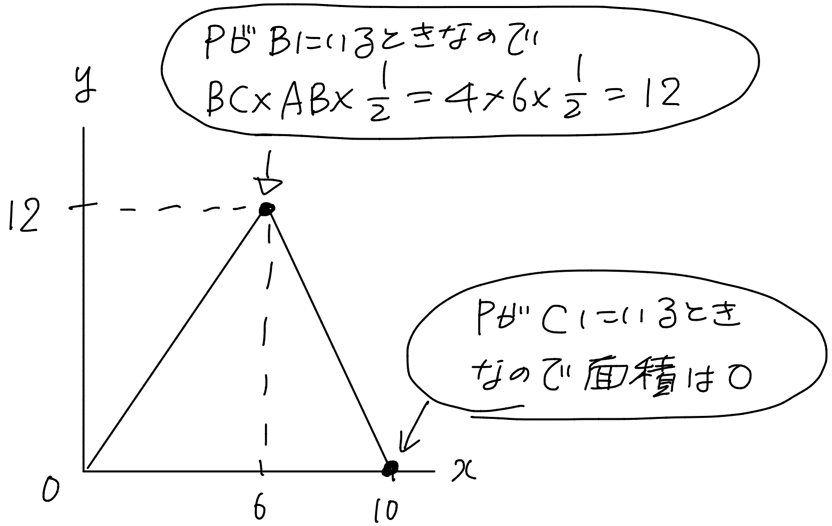
$PC = AB + BC - (AB + BP)$
$= 10 - x$

・ $\triangle APC = PC \times AB \times \frac{1}{2}$

$y = (10 - x) \times 6 \times \frac{1}{2} = -3x + 30$ //

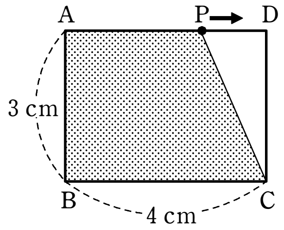
・ ちなみに xの変域は $6 \leqq x \leqq 10$

(4)



Point $y = 2x$ や $y = -3x + 30$ をかく意識より グラフが切り替わる点を求め，結ぶ。

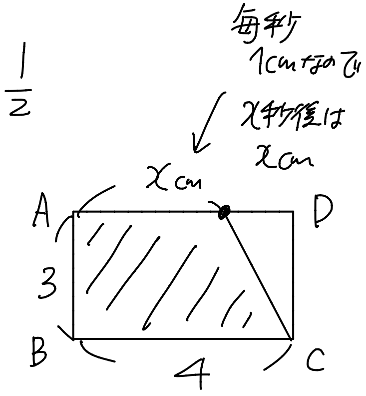
3 AB＝3 cm，BC＝4 cm である長方形 ABCD の周上を，頂点 A から毎秒 1 cm の速さで，点 D を通り点 C まで動く点 P がある。P が頂点 A を出発してから x 秒後の四角形 ABCP の面積を y cm² とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) $0 \leqq x \leqq 4$ のとき，y を x の式で表しなさい。
(2) $4 \leqq x \leqq 7$ のとき，y を x の式で表しなさい。
(3) $0 \leqq x \leqq 7$ のときの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。
(4) $y = 8$ となる x の値をすべて求めなさい。

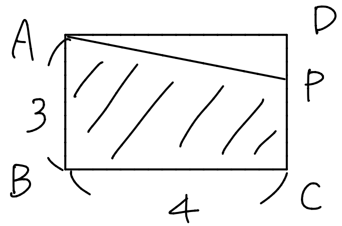
(1) AD＝4 cm なので $0 \leqq x \leqq 4$ は P が A から D まで動く場合のことである。

$$□ABCP = (AP + BC) \times AB \times \frac{1}{2}$$
$$y = (x+4) \times 3 \times \frac{1}{2}$$
$$y = \frac{3}{2}x + 6 \quad \cdots (\mathrm{I})$$



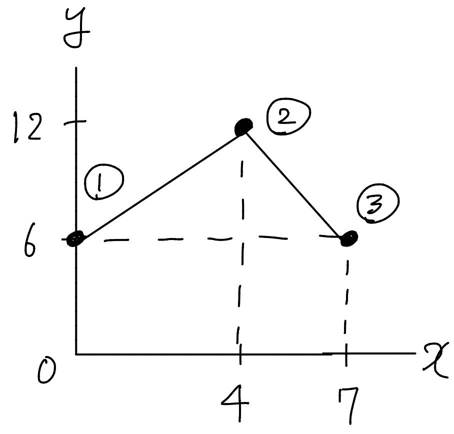
(2) P が D から C へ動く場合である。

$$□ABCP = (PC + AB) \times BC \times \frac{1}{2}$$
$$PC = (AD + DC) - (AD + DP)$$
$$= 7 - x$$



$$y = \{(7-x) + 3\} \times 4 \times \frac{1}{2}$$
$$= -2x + 20 \quad \cdots (\mathrm{II})$$

(3)



• ①と③
$x=0$ と $x=7$ のとき
$$□ABCP$$
$$= △ABC$$
$$= AB \times BC \times \frac{1}{2}$$
$$= 3 \times 4 \times \frac{1}{2}$$
$$= 6$$

• ②
$x=4$ のとき
$$□ABCP$$
$$= □ABCD$$
$$= 4 \times 3 = 12$$

(4) (I) と (II) の式に $y = 8$ を代入すればよい。

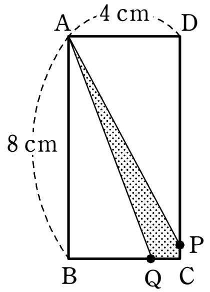
(I) $8 = \frac{3}{2}x + 6 \rightarrow x = \frac{4}{3}$

(II) $8 = -2x + 20 \rightarrow x = 6$

$\therefore x = \frac{4}{3},\ 6$

Point
(4) は面積が 8 cm² になるのは何秒後か答えなさい。と同じことです。

4 AB＝8 cm，AD＝4 cm の長方形 ABCD がある。2 点 P，Q は頂点 B を同時に出発し，この長方形の辺上を頂点 C を通って頂点 D へ向かう。P，Q の速さは，それぞれ秒速 1 cm，秒速 0.5 cm である。長方形 ABCD の内部で，P，Q が出発してから x 秒後に線分 AP と AQ にはさまれた部分の面積を y cm^2 とする。P が D に到達した時点で Q は停止する。
このとき，次の問いに答えなさい。



(1) P，Q がともに辺 BC 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。

(2) P が辺 CD 上，Q が辺 BC 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。

(3) P，Q がともに辺 CD 上にあるとき，y を x の式で表しなさい。

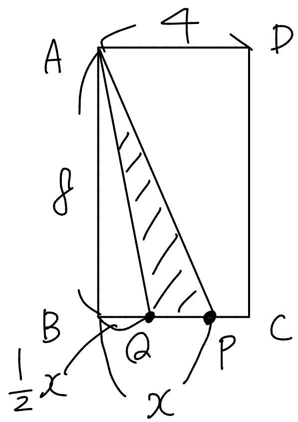
(4) x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

(1) Pの方が速いので PがCに着くのは 4秒後
$0 \leqq x \leqq 4$ のときである。

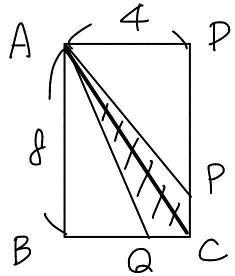
$\triangle AQP = QP \times AB \times \frac{1}{2}$

$y = (x - \frac{1}{2}x) \times 8 \times \frac{1}{2}$

$y = 2x$ …(I)



(2) Qの方が遅いので QがCに着くのは 8秒後
$4 \leqq x \leqq 8$ のとき。



• $PC = (BC + CP) - BC$
$= x - 4$

• $QC = BC - BQ = 4 - \frac{1}{2}x$

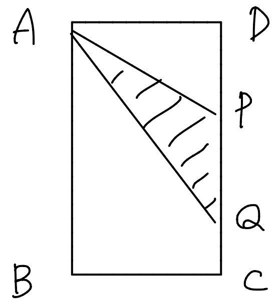
$\square AQCP = \triangle AQC + \triangle ACP$

$y = QC \times AB \times \frac{1}{2} + PC \times AD \times \frac{1}{2}$

$= (4 - \frac{1}{2}x) \times 8 \times \frac{1}{2} + (x-4) \times 4 \times \frac{1}{2}$

$= 16 - 2x + 2x - 8 = 8$ …(II)

(3) $8 \leqq x \leqq 12$ のとき。



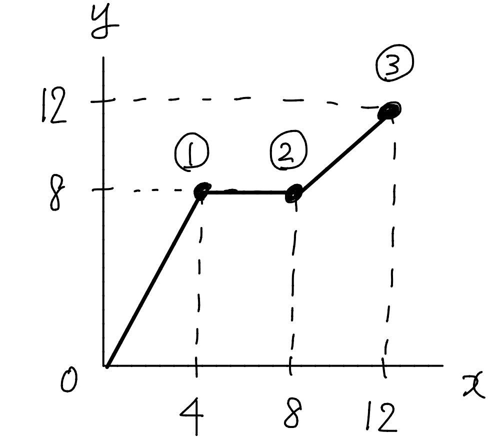
$\triangle APQ = PQ \times AD \times \frac{1}{2}$

$(PQ = BP - BQ = x - \frac{1}{2}x)$

$= (x - \frac{1}{2}x) \times 4 \times \frac{1}{2}$

$= x$ …(III)

(4)

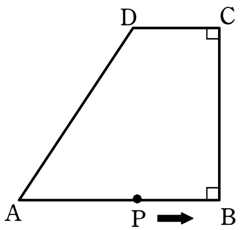


① I のグラフ
$y = 2x$ に $x = 4$
を代入し $y = 8$

② $y = 8$ なので
x軸に平行

③ III のグラフ
$y = x$ に $x = 12$
を代入し，$y = 12$

5 右の図のような台形 ABCD において，AB＝7，BC＝6，CD＝3，∠B＝∠C＝90° とする。点 P は A を出発し，台形の辺上を B，C，D の順に D まで動く。点 P が A から動いた道のりを x，△APD の面積を y とする。次の問いに答えなさい。



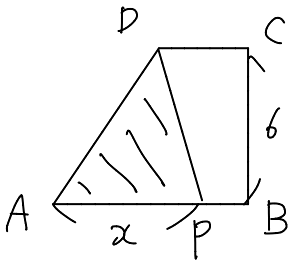
(1)　点 P が辺 AB 上を動くとき，y を x の式で表しなさい。
(2)　点 P が辺 BC 上を動くとき，y を x の式で表しなさい。
(3)　点 P が辺 CD 上を動くとき，y を x の式で表しなさい。
(4)　y の値が台形 ABCD の面積の半分になるときの x の値を求めなさい。

(1) AB = 7 なので $0 \leqq x \leqq 7$

$\triangle APD = AP \times CB \times \frac{1}{2}$

$= x \times 6 \times \frac{1}{2}$

$y = 3x$ …(I)



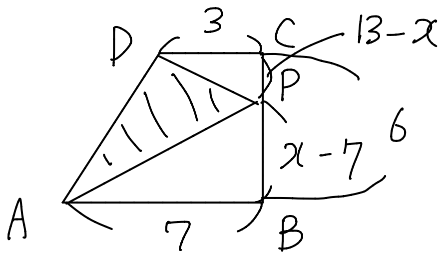
(2) AB + BC = 7 + 6 = 13 なので $7 \leqq x \leqq 13$

$\triangle APD = \square ABCD - \triangle ABP - \triangle DCP$

$= (DC+AB) \times CB \times \frac{1}{2} - AB \times PB \times \frac{1}{2} - DC \times CP \times \frac{1}{2}$

$= (3+7) \times 6 \times \frac{1}{2} - 7 \times (x-7) \times \frac{1}{2} - 3 \times (13-x) \times \frac{1}{2}$

$y = -2x + 15$ …(II)

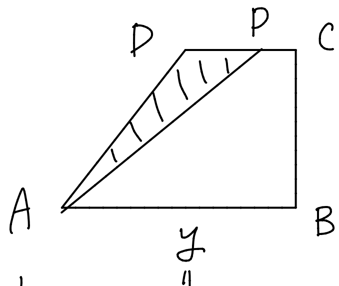


(3) $\triangle APD = DP \times CB \times \frac{1}{2}$

• $DP = (AB + BC + CD - x)$

$= 7 + 6 + 3 - x$

$= 16 - x$



$\therefore \triangle APD = (16 - x) \times 6 \times \frac{1}{2} = -3x + 48$

$(13 \leqq x \leqq 16)$ …(III)

(4) $\square ABCD = (DC + AB) \times CB \times \frac{1}{2}$

$= (3 + 7) \times 6 \times \frac{1}{2} = 30$

その半分なので 15　(I)〜(III)の式に $y = 15$ を代入して x の値を求める。

(I) $15 = 3x$　$x = 5$　($0 \leqq x \leqq 7$ を満たす)

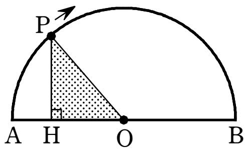
(II) $15 = -2x + 15$　$x = 10$　($7 \leqq x \leqq 13$ を満たす)

(III) $15 = -3x + 48$　$x = 11$

($13 \leqq x \leqq 16$ を満たさないので ×)

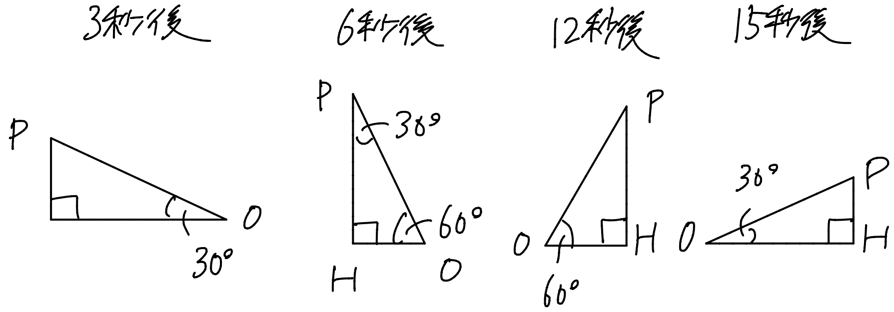
$\therefore x = 5, 10$

6 ABを直径とする半円があり，点PはAを出発して一定の速さで$\overset{\frown}{AB}$上を動き，18秒後に点Bに到達する。円の中心をO，点Pから線分ABにひいた垂線と線分ABとの交点をHとする。出発して3秒後にできる△OPHと合同な三角形OPHは，出発して何秒後にできるか。出発して3秒後以外のものをすべて求めなさい。



・Pは18秒で $\overset{\frown}{AB}$ を動いてBへいくので Oを中心として180°を18秒で動く。 ∴ 3秒で 30°

つまり 1秒で ∠POH = 10° 大きくなる。



以上のように合同な図形が生まれるので

6, 12, 15秒後

Point

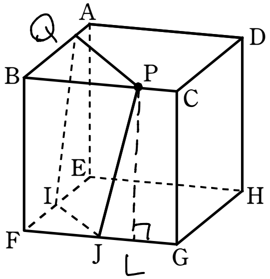
・1秒単位でどれだけ変化するのかを調べる。

・イメージがわかない時は図をかいてどうやって形が変化するかを調べる。

7 右の図のように，1辺が10 cmの立方体ABCDEFGHがあり，辺EF，FGの中点をそれぞれI，Jとする。
いま，点PはFを出発して毎秒1 cmの速さで辺上を，

F⟶B⟶C⟶D⟶H

の経路で点Hまで進む。3点I，J，Pを通る平面でこの立方体を切ったときの切り口の図形について，次の問いに答えなさい。

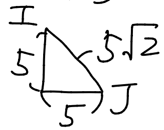


(1) 切り口が正三角形になるのは，点PがFを出発してから何秒後か答えなさい。また，そのときの切り口の面積を求めなさい。

(2) 切り口が正六角形になるのは，点PがFを出発してから何秒後か答えなさい。また，そのときの切り口の面積を求めなさい。

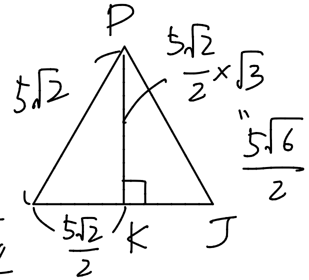
(3) 点PがFを出発してから17秒後の切り口の面積を求めなさい。

(1) △PIJが正三角形。3辺 PI＝IJ＝PJ となるということ。IJは△FIJので生まれるので PがBFの中点であれば 1辺$5\sqrt{2}$ cmの正三角形ができる。これは5秒後である。



$\therefore \triangle PIJ = IJ \times PK \times \frac{1}{2}$

$= 5\sqrt{2} \times \frac{5\sqrt{6}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$ cm²



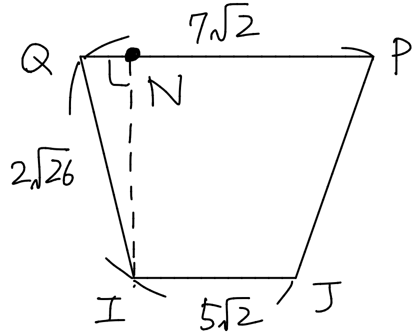
(2) PがCDの中点にあるとき切り口は正六角形。このとき切り口の1辺は$5\sqrt{2}$ cmなので正三角形6コで計算できる。$\frac{25\sqrt{3}}{2} \times 6 = 75\sqrt{3}$ cm²　25秒後

(3) 17秒後は BP＝7cm のところ。
切り口は台形QIJPとなる。

- $AP = \sqrt{AB^2 + BP^2} = 7\sqrt{2}$ (△ABP)

$PJ = \sqrt{PL^2 + JL^2} = \sqrt{10^2 + 2^2} = 2\sqrt{26}$ (△PJL)

QIはPJと同じく $2\sqrt{26}$



- $IN = \sqrt{QI^2 - QN^2}$

$= \sqrt{(2\sqrt{26})^2 - (\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{102}$

$\therefore$ 台形QIJP $= (QP + IJ) \times IN \times \frac{1}{2}$

$= (7\sqrt{2} + 5\sqrt{2}) \times \sqrt{102} \times \frac{1}{2}$

$= 12\sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 51} \times \frac{1}{2}$

$= 12\underbrace{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}_{2} \times \sqrt{51} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{51}$ cm²