教科書 全問題

問題 冊子

未来へひろがる

数学 2

4章 図形の調べ方

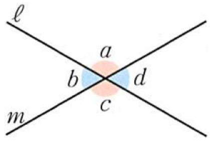
4章 図形の調べ方

1節 平行と合同

1 角と平行線

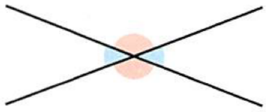
直線が交わってできる角について調べましょう。

2つの直線が交わってできる4つの角のうち，右の図の$\angle a$と$\angle c$のように向かいあっている角を，**対頂角**(たいちょうかく)といいます。



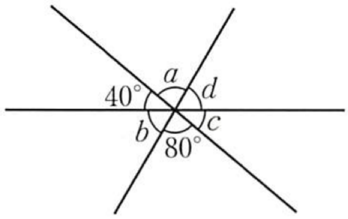
対頂角の性質

対頂角は等しい。



問1 右の図のように，3直線が1点で交わっています。
このとき，$\angle a$，$\angle b$，$\angle c$，$\angle d$の大きさを求めなさい。

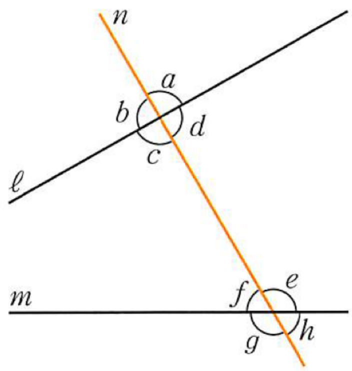
p.92



同位角・錯角と平行線

右の図のように，2直線ℓ，mに直線nが交わっているとき，$\angle a$と$\angle e$のような位置にある2つの角を**同位角**(どういかく)といいます。

$\angle b$と$\angle f$，$\angle c$と$\angle g$，$\angle d$と$\angle h$も，それぞれ同位角です。

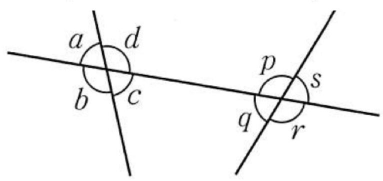


また，$\angle c$と$\angle e$のような位置にある2つの角を**錯角**(さっかく)といいます。

$\angle d$と$\angle f$も錯角です。

問2 右の図で，$\angle a$の同位角をいいなさい。
また，$\angle p$の錯角をいいなさい。

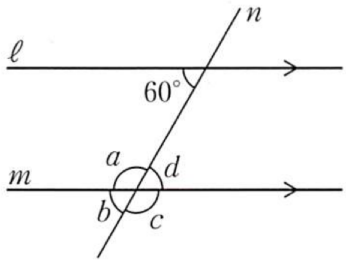
p.93



ひろげよう

どうなるかな

2 つの平行な直線 ℓ，m に，右の図のように直線 n をひきました。
このとき，$\angle a$，$\angle b$，$\angle c$，$\angle d$ の大きさはどうなるでしょうか。



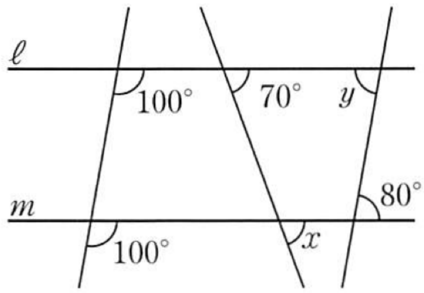
P.94

問 3 右の図で，

$\ell /\!/ m$

であることを説明しなさい。
また，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

P.94



平行線の性質

2つの直線に1つの直線が交わるとき，次のことが成り立つ。

❶ 2つの直線が平行ならば，同位角は等しい。

❷ 2つの直線が平行ならば，錯角は等しい。

平行線になる条件

2つの直線に1つの直線が交わるとき，次のことが成り立つ。

❶ 同位角が等しいならば，この2つの直線は平行である。

❷ 錯角が等しいならば，この2つの直線は平行である。

自分のことばで伝えよう

右の図で，

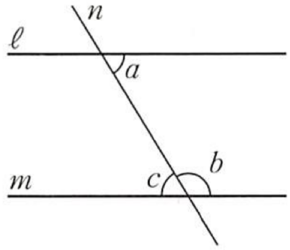
$\ell /\!/ m$ ならば，$\angle a + \angle b = 180°$

であることを説明しましょう。

また，

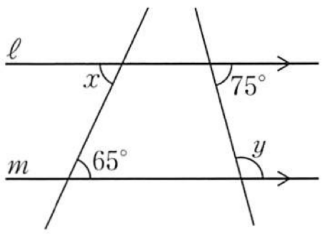
$\angle a + \angle b = 180°$ ならば，$\ell /\!/ m$

であることを説明しましょう。



練習問題

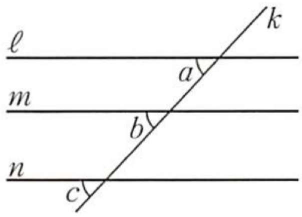
① 右の図で，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。



② 右の図で，角の関係を使って，

$\ell /\!/ m$，$m /\!/ n$ ならば，$\ell /\!/ n$

であることを説明しなさい。



2 多角形の角

三角形や多角形の角の性質を調べましょう。

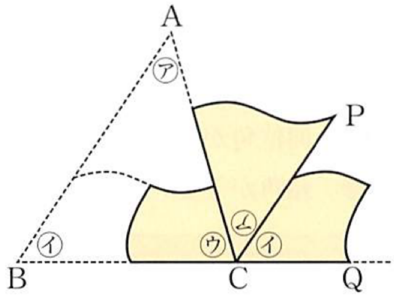
三角形の内角と外角

p.96

ひろげよう

どうなるかな

右の図で，直線 BA と CP はどんな位置関係にあるでしょうか。

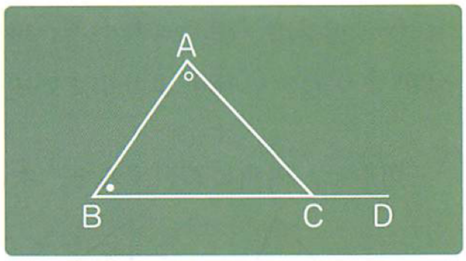


p.97

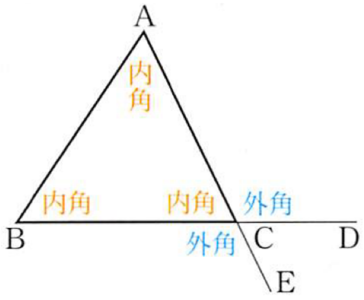
自分のことばで伝えよう

△ABC で，辺 BC を延長した直線上の点を D とします。このとき，∠A＋∠B と等しい角はどれですか。

また，その理由を説明しましょう。



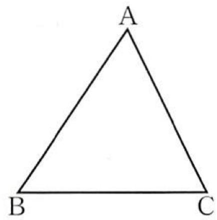
△ABC の辺 BC を延長した直線上の点を D とします。このとき，∠ACD のような，1 つの辺を延長し，そのとなりの辺との間にできる角を，頂点 C における **外角**（がいかく） といいます。



外角に対して，△ABC の 3 つの角 ∠A，∠B，∠C を **内角**（ないかく） といいます。

問 1 △ABC で，頂点 A における外角を，右の図に示しなさい。

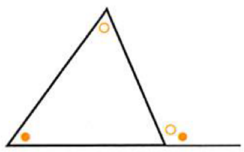
P.97



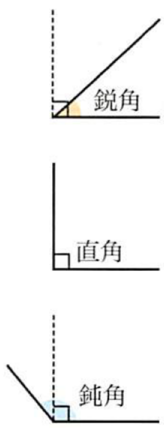
三角形の内角・外角の性質

❶ 三角形の 3 つの内角の和は 180° である。

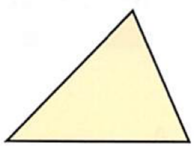
❷ 三角形の 1 つの外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しい。



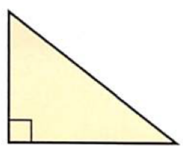
0° より大きく 90° より小さい角を **鋭角**（えいかく），90° より大きく 180° より小さい角を **鈍角**（どんかく） といいます。



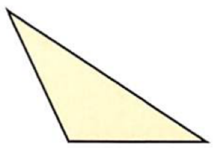
三角形は，内角に着目すると，次の 3 つに分類されます。



鋭角三角形
3 つの内角がすべて鋭角である三角形



直角三角形
1 つの内角が直角である三角形

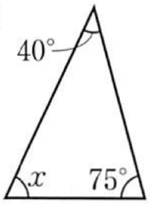


鈍角三角形
1 つの内角が鈍角である三角形

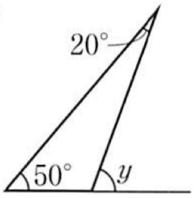
問2 下の図で，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

P.98

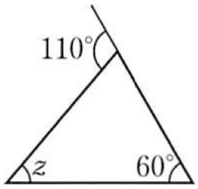
(1)



(2)



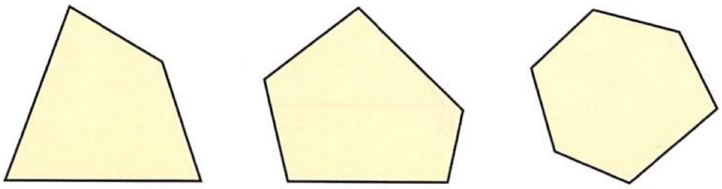
(3)



多角形の内角の和

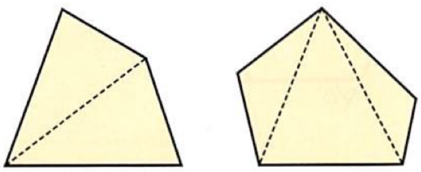
ひろげよう どうすればいいかな

四角形，五角形，六角形の内角の和は，それぞれ何度になるでしょうか。



問3 多角形に，1つの頂点から対角線をひき，右の表の□にあてはまる数を調べて書き入れなさい。

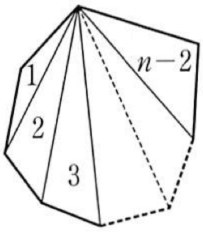
P.99



辺の数	三角形の数	内角の和
3	1	180°×1
4	2	180°×2
5	3	180°×3
6	4	180°×4
7	□	180°×□
8	□	180°×□
9	□	180°×□
⋮	⋮	⋮

n 角形は，1 つの頂点からひいた対角線によって，$(n-2)$ 個の三角形に分けられます。

したがって，n 角形の内角の和は，次の式で表すことができます。



多角形の内角の和

n 角形の内角の和は，$180^\circ \times (n-2)$ である。

問 4 十角形の内角の和は何度ですか。

P.99 また，正十角形の 1 つの内角の大きさは何度ですか。

問 5 内角の和が次のようになる多角形は何角形ですか。

P.99 (1) 900° (2) 1800°

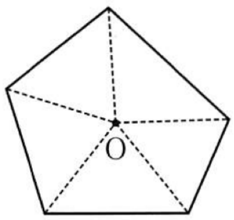
自分のことばで伝えよう

かりんさんは，n 角形の内角の和を，右の図のように考えて，

$180^\circ \times n - 360^\circ$

という式で表しました。

かりんさんの考え方を説明しましょう。



多角形の外角の和

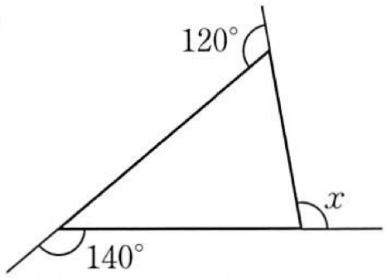
多角形の外角の和

多角形の外角の和は，360°である。

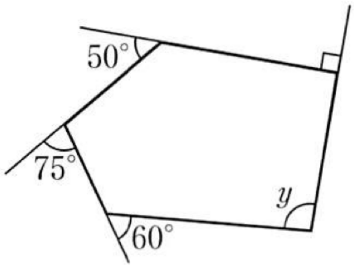
問6 下の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

P.101

(1)



(2)



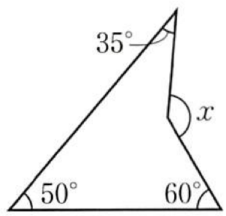
問7 正十二角形の１つの外角の大きさは何度ですか。
また，１つの内角の大きさは何度ですか。

P.101

みんなで話しあってみよう

右の図で，$\angle x$ の大きさは，いろいろな方法で求められます。

どんな求め方があるでしょうか。



1 △ABC で，頂点 C における外角と ∠A とでは，どちらが大きいですか。また，∠B とではどうですか。

P.102

2 三角形で，2 つの内角が次のような大きさのとき，その三角形は，鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のどれになりますか。

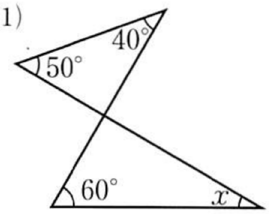
P.102

(1) 20°，60°　(2) 50°，80°　(3) 25°，65°

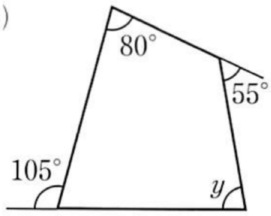
③ 下の図で，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

P.102

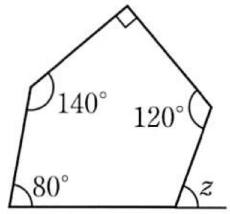
(1)



(2)



(3)



3 三角形の合同

2つの三角形は，どんな場合に合同になるか考えましょう。

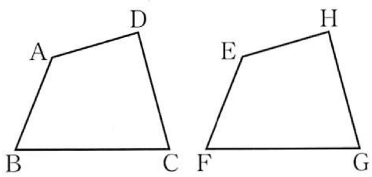
合同な図形の性質

❶ 合同な図形では，対応する線分の長さは，それぞれ等しい。
❷ 合同な図形では，対応する角の大きさは，それぞれ等しい。

四角形 ABCD と四角形 EFGH が合同であることを，記号 ≡ を使って，

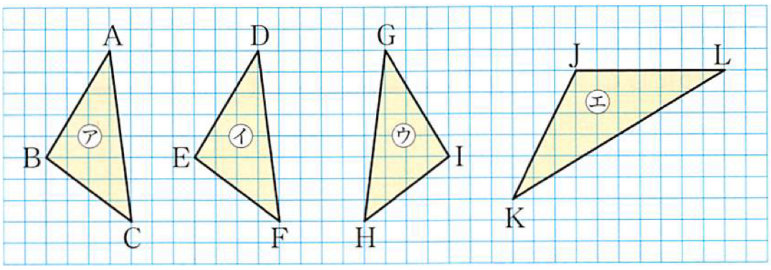
四角形 ABCD ≡ 四角形 EFGH

のように表します。



ひろげよう　どうなるかな

下の図で，△ABC とぴったり重なる三角形はどれでしょうか。
また，そのとき重なり合う辺をいいましょう。



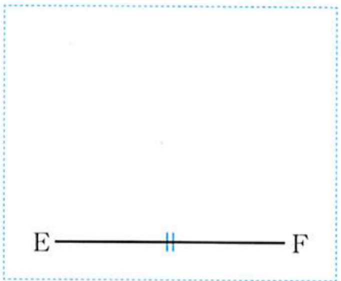
問1　上の ひろげよう の合同な三角形㋐と㋒について，対応する辺と角を，それぞれいいなさい。また，この2つの三角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。

P.103

三角形の合同条件

問2

P.104



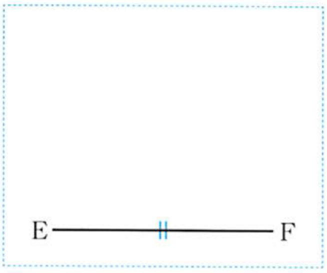
上の ひろげよう で，EF = BC のほかに，

$\angle E = \angle B$，DE = AB

となるように点 D を決めて，△DEF をかきなさい。

問3

P.104



上のひろげようで，EF＝BC のほかに，

DE＝AB，DF＝AC

となるように点 D を決めて，

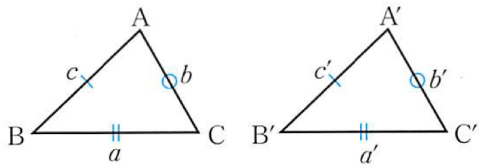
△DEF をかきなさい。

三角形の合同条件

2 つの三角形は，次の各場合に合同である。

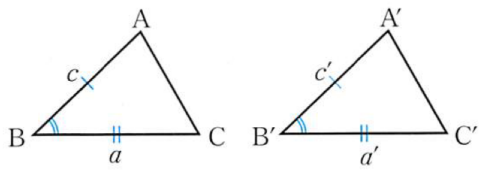
❶ **3 組の辺** が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，$b=b'$，$c=c'$



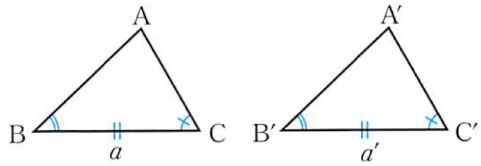
❷ **2 組の辺とその間の角** が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，$c=c'$
$\angle B=\angle B'$



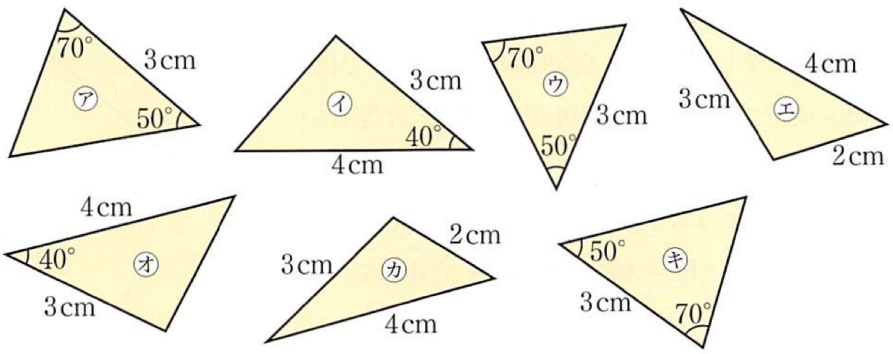
❸ **1 組の辺とその両端（りょうたん）の角** が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，
$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$



問4 下の図の三角形を，合同な三角形の組に分けなさい。 p.172
また，そのとき使った合同条件をいいなさい。

P.105

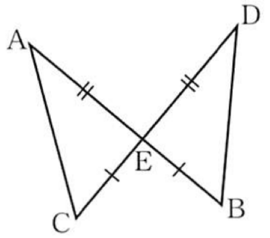


問 5 右の図で，線分 AB と CD が，

$$AE = DE, \qquad CE = BE$$

P.105

となるように，点 E で交わっています。
この図で，合同な三角形の組を，
記号 ≡ を使って表しなさい。
また，そのとき使った合同条件をいいなさい。



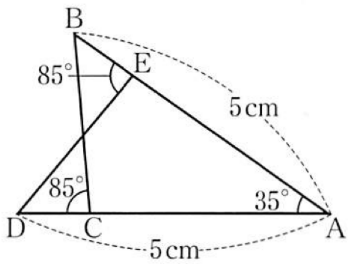
練習問題

3 三角形の合同

1 右の図で，△ABC と △ADE は合同になります。

P.106

このことをいうには，三角形の合同条件のどれを使えばよいでしょうか。



2　上田さんと山下さんが，下の(1)〜(3)の三角形をかきます。
2人がかく三角形は，かならず合同になるといえますか。
P.106　(1)〜(3)のそれぞれについて答えなさい。

(1)　1辺の長さが5cmの正三角形

(2)　等しい辺の長さが7cmの二等辺三角形

(3)　2つの内角が60°と80°の三角形

2節　証　明

1　証明とそのしくみ

図形の性質を明らかにするしくみを学びましょう。

(ア)の部分を **仮定**，(イ)の部分を **結論** といいます。

○○○ ならば，□□□
仮定　　　結論

問1　次のことがらについて，仮定と結論をいいなさい。

(1)　$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば，$AB = DE$ である。

P.109　(2)　$\ell /\!/ m$，$m /\!/ n$ ならば，$\ell /\!/ n$ である。

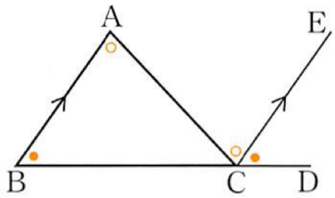
このように，すでに正しいと認められていることがらを根拠として，仮定から結論を導くことを **証明** といいます。

証明のしくみは，一般に，次のようになっています。

- 仮定から出発し，
- すでに正しいと認められたことがらを根拠に使って，
- 結論を導く。

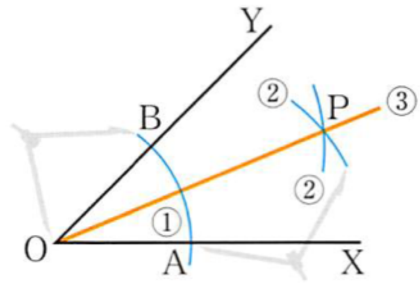
問2 96ページでは，「三角形の3つの内角の和は180°である」ことを証明しています。
この証明では，どのようなことがらを根拠として使っていますか。

P.110



例 1 証明のしくみ

右の図は，∠XOY の二等分線 OP の作図を示している。

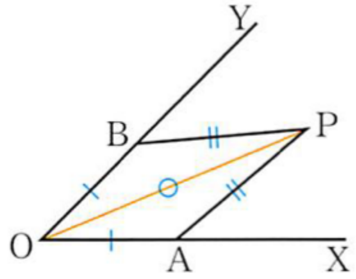


このとき，

∠XOP＝∠YOP

となることを証明する。

点 P と点 O，A，B を，それぞれ結ぶ線分をひくと，作図のしかたから，仮定と結論は，次のようになる。



仮定　OA＝OB，AP＝BP

結論　∠XOP＝∠YOP

そこで，根拠となることがらに注意して，証明のすじ道をまとめてみると，下の図のようになる。

△OAP と △OBP で，

仮定　OA＝OB，AP＝BP　　(ア)

↓ ← 三角形の合同条件

△OAP≡△OBP

↓ ← 合同な図形の性質

(イ)

↓

結論　∠XOP＝∠YOP

問 3 上の図の(ア)，(イ)にあてはまるものをいいなさい。
また，証明の根拠として使っている

P.111　　三角形の合同条件，　合同な図形の性質

を，それぞれいいなさい。

2 証明の進め方

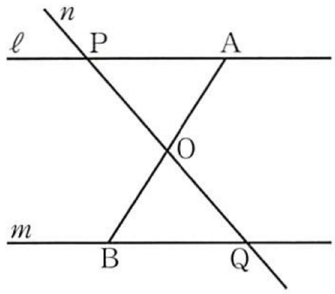
三角形の合同条件を使った
証明の進め方を学びましょう。

ひろげよう どうすればいいかな

右の図で，$\ell /\!/ m$ として，ℓ 上の点 A と m 上の点 B を結ぶ線分 AB の中点を O とします。点 O を通る直線 n が，ℓ，m と交わる点を，それぞれ，P，Q とするとき，

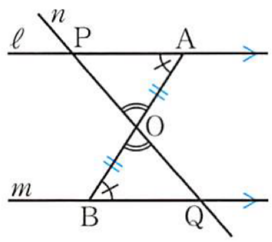
AP＝BQ

となることを示すには，どうすればよいでしょうか。



証明

P.112
P.113



△OAP と △OBQ で，

仮定より，O は AB の中点だから，

AO ＝ BO ……①

対頂角は等しいから，

∠AOP ＝ ∠BOQ ……②

$\ell /\!/ m$ から，平行線の錯角は等しいので，

∠OAP ＝ ∠OBQ ……③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

△OAP ≡ △OBQ

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

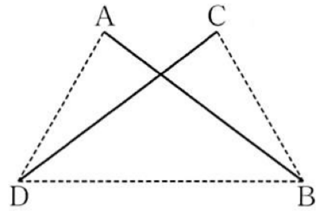
AP ＝ BQ

P.114

問1 長さの等しい2つの線分ABとCDが交わっています。このとき，

∠ABD＝∠CDB ならば，∠DAB＝∠BCD

であることを，次の手順で考えて証明しなさい。



(1) 結論 ∠DAB＝∠BCD を導くには，どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいでしょうか。

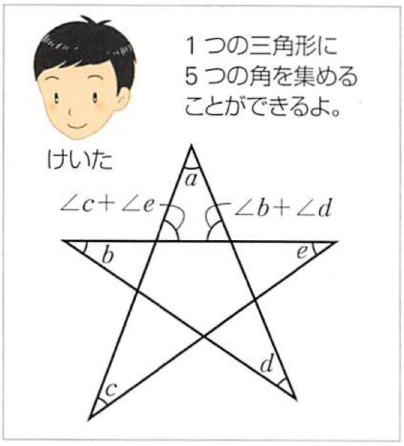
(2) (1)であげた2つの三角形で，等しいことがわかっている辺や角の組を見つけ，図に印をつけなさい。

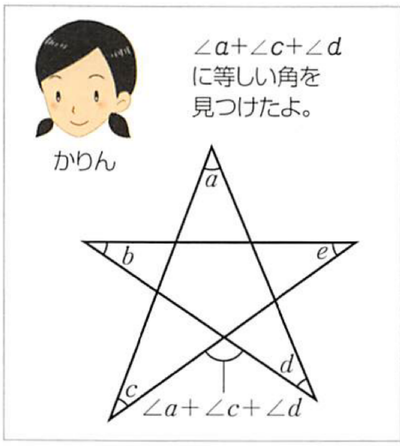
(3) (1)であげた2つの三角形の合同を示すには，(2)から，三角形の合同条件のどれを使えばよいでしょうか。

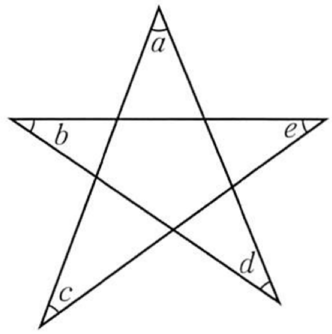
自分の考えをまとめよう

星形の先端にできる5つの角の和が何度になるかを，
いろいろな方法で説明することができます。

下のけいたさん，かりんさんの考え方も参考にして，
自分の考えをまとめましょう。





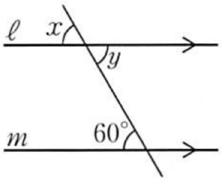


4章の基本のたしかめ

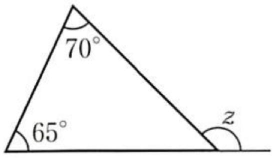
1 下の図で，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

P.115

(1) $\ell /\!/ m$

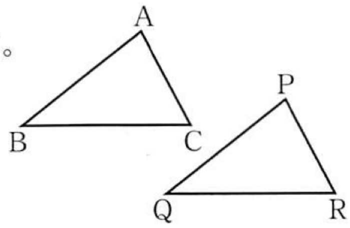


(2)



2 △ABC ≡ △PQR を示します。
合同条件にあうように，
次の□にあてはまる辺を
いいなさい。

P.115



(1) AB＝PQ，BC＝QR，□＝□

(2) AB＝PQ，∠A＝∠P，□＝□

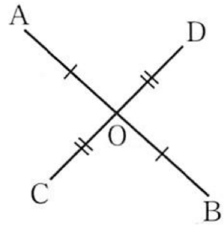
(3) ∠A＝∠P，∠B＝∠Q，□＝□

P.115

3 線分 AB と CD が点 O で交わっているとき，

AO＝BO，CO＝DO ならば，AC＝BD

であることを証明します。



(1) 仮定と結論をいいなさい。

(2) この証明のすじ道は，下の図のようになります。

①～③にあてはまる根拠（こんきょ）となることがらを，次の㋐～㋒から選びなさい。

㋐ 三角形の合同条件　　㋑ 合同な図形の性質

㋒ 対頂角の性質

△OAC と △OBD で，

AO＝BO，CO＝DO，∠AOC＝∠BOD ← ①

↓ ← ②

△OAC≡△OBD

↓ ← ③

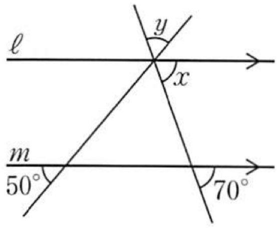
AC＝BD

4章の章末問題

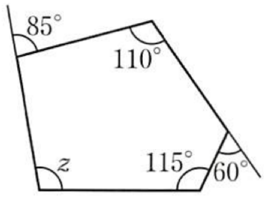
1 下の図で，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

P.116

(1)　$\ell /\!/ m$

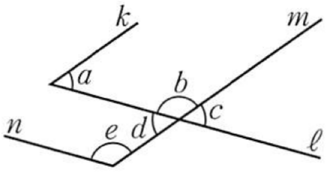


(2)



2 右の図で，$k /\!/ m$，$\ell /\!/ n$ とします。
$\angle a = 50°$ のとき，$\angle e$ の大きさを求めなさい。

P.116



3 多角形について，次の問いに答えなさい。

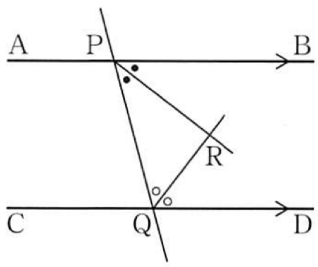
P.116

(1) 内角の和が 1080° である多角形は何角形ですか。

(2) 正二十角形の 1 つの内角と，1 つの外角の大きさを求めなさい。

4 右の図で，AB∥CD とします。∠BPQ の二等分線と ∠PQD の二等分線の交点を R とするとき，∠PRQ の大きさを求めなさい。

P.116



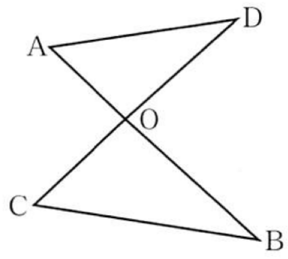
5 右の図のように，線分 AB と CD が点 O で交わっているとき，

P.116

$$\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$$

となります。

このことを説明しなさい。

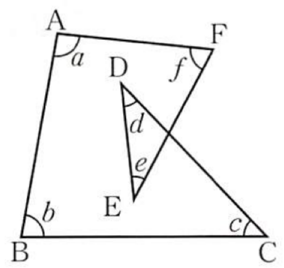


6 右の図で，

P.117

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$$

の大きさを求めなさい。



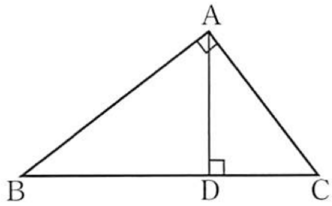
7 ∠A = 90° の直角三角形 ABC で，頂点 A から辺BC に垂線 AD をひきます。このとき，

P.117

∠B = ∠CAD

となることを説明しなさい。

また，図の中で，∠C と大きさの等しい角を見つけなさい。

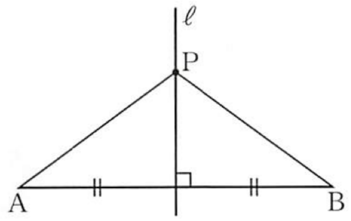


8 線分 AB の垂直二等分線 ℓ 上に点 P をとり，点 P と点 A，B とを，それぞれ結ぶ線分をひきます。このとき，

P.117

PA = PB

であることを証明しなさい。

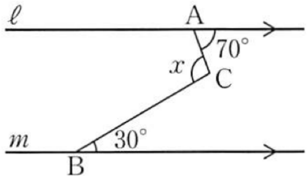


P.117

条件を変えて角の大きさを求める

千思万考 ～せんしばんこう～

平行な2直線 ℓ，m の内側に，右の図のように点Cをとります。

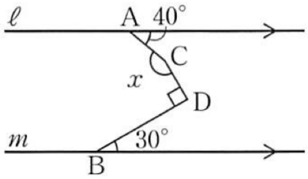


1. $\angle x$ の大きさを求めましょう。

2. 次のように，もとの問題の条件を変えて，$\angle x$ の大きさを求めましょう。

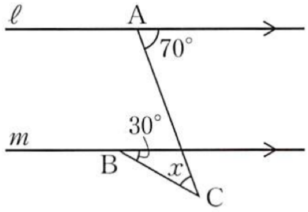
(1) 「点Cをとります」

➡「2点C，Dをとります」



(2) 「2直線 ℓ，m の内側に」

➡「2直線 ℓ，m の外側に」



教科書 全問題

解説 冊子

未来へひろがる

数学 2

4章 図形の調べ方

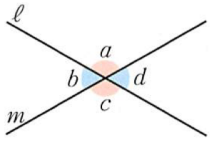
4章 図形の調べ方

1節 平行と合同

1 角と平行線

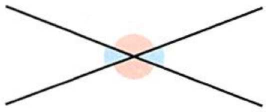
直線が交わってできる角について調べましょう。

2つの直線が交わってできる4つの角のうち，右の図の$\angle a$と$\angle c$のように向かいあっている角を，**対頂角**(たいちょうかく)といいます。



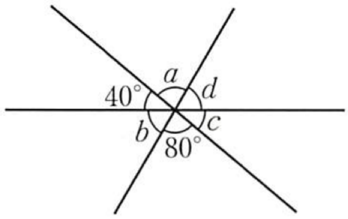
対頂角の性質

対頂角は等しい。



問1 右の図のように，3直線が1点で交わっています。
このとき，$\angle a$，$\angle b$，$\angle c$，$\angle d$の大きさを求めなさい。

P.92

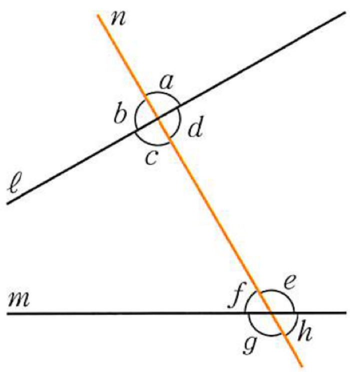


$\angle a = 80°$（80°の対頂角）
$\angle b = 60°$（$180°-40°-80° = 60°$）
$\angle c = 40°$（40°の対頂角）
$\angle d = 60°$
（$\angle b = 60°$の対頂角）

同位角・錯角と平行線

右の図のように，2直線ℓ，mに直線nが交わっているとき，$\angle a$と$\angle e$のような位置にある2つの角を**同位角**(どういかく)といいます。

$\angle b$と$\angle f$，$\angle c$と$\angle g$，$\angle d$と$\angle h$も，それぞれ同位角です。

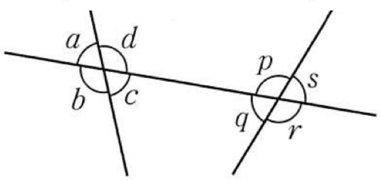


また，$\angle c$と$\angle e$のような位置にある2つの角を**錯角**(さっかく)といいます。

$\angle d$と$\angle f$も錯角です。

問2 右の図で，$\angle a$の同位角をいいなさい。
また，$\angle p$の錯角をいいなさい。

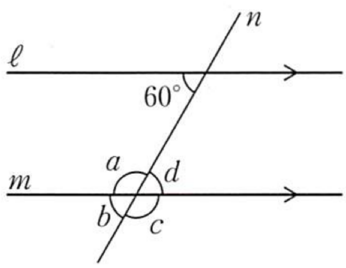
P.93



$\angle a$の同位角 $= \angle p$
$\angle p$の錯角 $= \angle c$

ひろげよう　どうなるかな

2つの平行な直線 ℓ，m に，右の図のように直線 n をひきました。
このとき，$\angle a$，$\angle b$，$\angle c$，$\angle d$ の大きさはどうなるでしょうか。



P.94

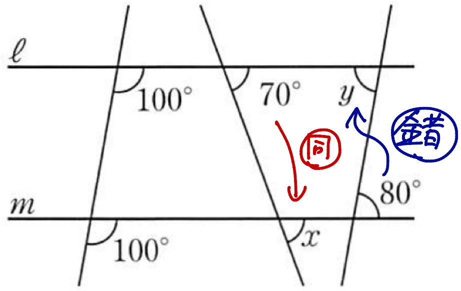
$\angle d = 60°$ （ 60° の錯角 ）
$\angle b = 60°$ （ 60° の同位角 ）
$\angle c = 120°$ （ $180° - d$ ）
$\angle a = 120°$ （ $\angle c$ の対頂角 ）

問3 右の図で，

$\ell /\!/ m$

であることを説明しなさい。
また，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

P.94



[説明]

2つの 100° が同位角で等しいので $\ell /\!/ m$

$\angle x = 70°$ （ 70° の同位角 ）
$\angle y = 80°$ （ 80° の錯角 ）

平行線の性質

2つの直線に1つの直線が交わるとき，次のことが成り立つ。

❶ 2つの直線が平行ならば，同位角は等しい。
❷ 2つの直線が平行ならば，錯角は等しい。

平行線になる条件

2つの直線に1つの直線が交わるとき，次のことが成り立つ。

❶ 同位角が等しいならば，この2つの直線は平行である。
❷ 錯角が等しいならば，この2つの直線は平行である。

自分のことばで伝えよう

右の図で，

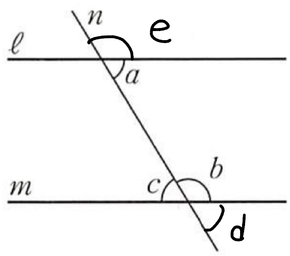
① $\ell /\!/ m$ ならば，$\angle a + \angle b = 180^\circ$

であることを説明しましょう。

また，

② $\angle a + \angle b = 180^\circ$ ならば，$\ell /\!/ m$

であることを説明しましょう。



① $\ell /\!/ m$ なので $\angle a = \angle d$（同位角）

一直線 $= 180^\circ$ より　$\angle d + \angle b = \angle a + \angle b = 180^\circ$ □

② $\angle a + \angle b = 180^\circ \longrightarrow \angle b = 180^\circ - \angle a$

$180^\circ - \angle a$ を $\angle e$ とすると，$\angle e = \angle b$ となり

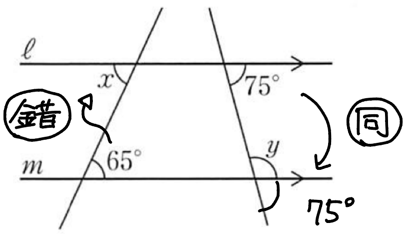
同位角が等しいので $\ell /\!/ m$ □

練習問題

1 右の図で，$\ell /\!/ m$ のとき，

$\angle x$，$\angle y$ の大きさを

求めなさい。



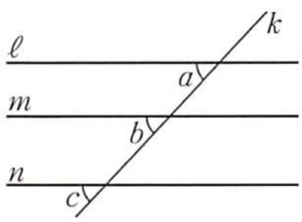
$\angle x = 65^\circ$

$\angle y = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

2 右の図で，角の関係を使って，

$\ell /\!/ m$，$m /\!/ n$ ならば，$\ell /\!/ n$

であることを説明しなさい。



$\ell /\!/ m$ より　$\angle a = \angle b$
（同位角）

$m /\!/ n$ より　$\angle b = \angle c$
（同位角）

$\angle a = \angle b = \angle c$ より

$\angle a = \angle c$ となるので

$\ell /\!/ n$

2 多角形の角

三角形や多角形の角の性質を調べましょう。

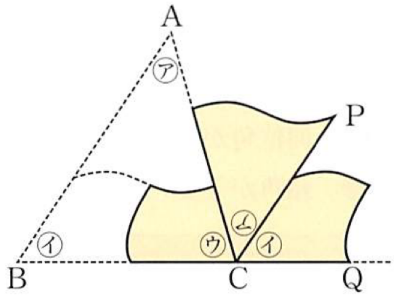
三角形の内角と外角

p.96

ひろげよう

どうなるかな

右の図で，直線 BA と CP はどんな位置関係にあるでしょうか。



ア と イ は等しいということは

錯角が等しいということ。

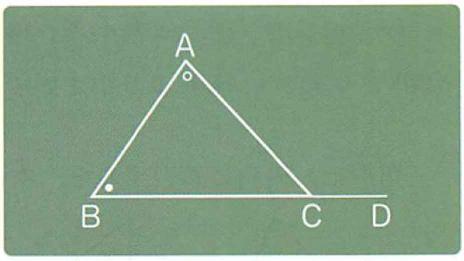
よって BA // CP

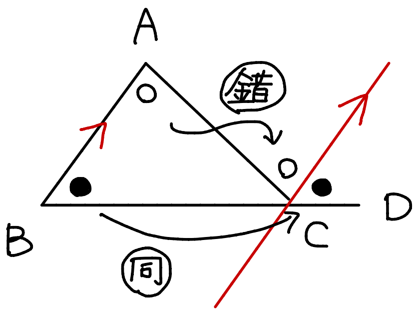
p.97

自分のことばで伝えよう

△ABC で，辺 BC を延長した直線上の点を D とします。このとき，∠A＋∠B と等しい角はどれですか。

また，その理由を説明しましょう。

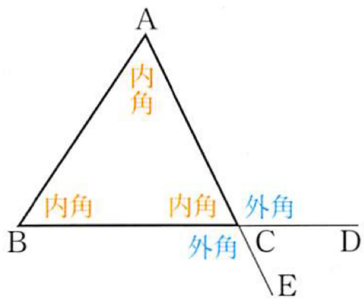




よって

∠A＋∠B＝∠ACD

△ABC の辺 BC を延長した直線上の点を D とします。このとき，∠ACD のような，1つの辺を延長し，そのとなりの辺との間にできる角を，頂点 C における **外角**（がいかく） といいます。

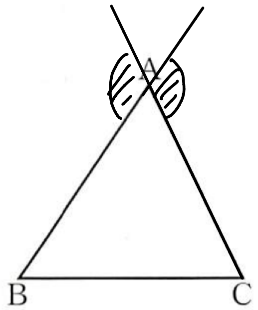


外角に対して，△ABC の 3 つの角 ∠A，∠B，∠C を **内角**（ないかく） といいます。

問 1 △ABC で，頂点 A における外角を，右の図に示しなさい。

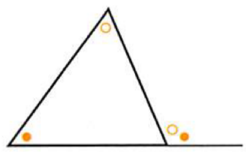
P.97

外角は 2つある。



三角形の内角・外角の性質

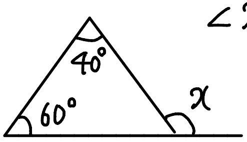
❶ 三角形の 3 つの内角の和は 180° である。
❷ 三角形の 1 つの外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しい。



Point

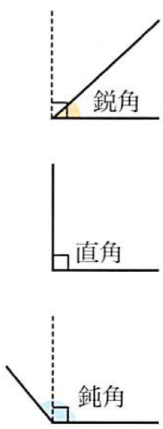
外角の性質は最も使う知識！

重要 こんな感じで使う！

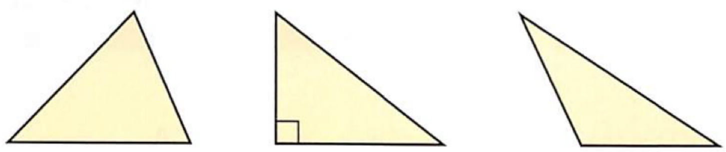


$\angle x = 60° + 40°$
$= 100°$ //

0° より大きく 90° より小さい角を **鋭角**（えいかく），
90° より大きく 180° より小さい角を **鈍角**（どんかく） といいます。



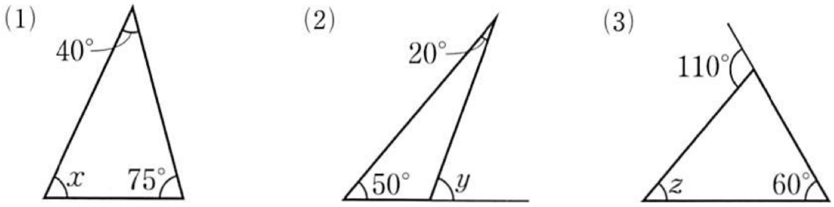
三角形は，内角に着目すると，次の 3 つに分類されます。



鋭角三角形	直角三角形	鈍角三角形
3 つの内角がすべて鋭角である三角形	1 つの内角が直角である三角形	1 つの内角が鈍角である三角形

問2 下の図で，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

P.98



(1) 三角形の内角の和は180°なので

$\angle x + 40° + 75° = 180°$

$\angle x = 65°$

(2) 外角の性質より

$\angle y = 50° + 20°$

$= 70°$

$\angle y = 70°$

(3) 外角の性質より

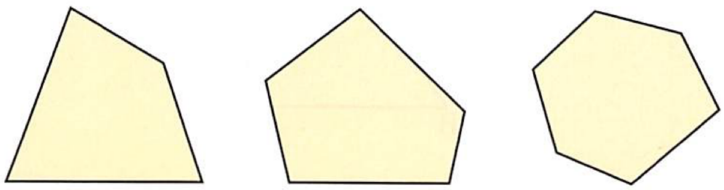
$\angle z + 60° = 110°$

$\angle z = 50°$

多角形の内角の和

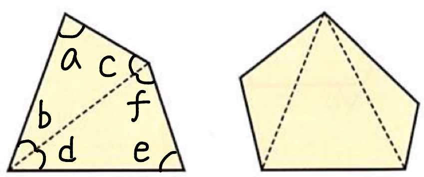
ひろげよう どうすればいいかな

四角形，五角形，六角形の内角の和は，それぞれ何度になるでしょうか。



問3 多角形に，1つの頂点から対角線をひき，右の表の□にあてはまる数を調べて書き入れなさい。

P.99



辺の数	三角形の数	内角の和
3	1	180°×1
4	2	180°×2
5	3	180°×3
6	4	180°×4
7	$\boxed{5}$	180°×$\boxed{5}$
8	$\boxed{6}$	180°×$\boxed{6}$
9	$\boxed{7}$	180°×$\boxed{7}$
⋮	⋮	⋮

$\boxed{\text{辺の数}} - 2 = \boxed{\text{三角形の数}}$

$\angle a + \angle b + \angle d + \angle e + \angle f + \angle c$

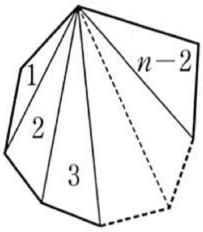
$= (\angle a + \angle b + \angle c) + (\angle d + \angle e + \angle f)$

$= 180° + 180°$

$= 180° \times 2$

$= 360°$

n 角形は，1 つの頂点からひいた対角線によって，$(n-2)$ 個の三角形に分けられます。
したがって，n 角形の内角の和は，次の式で表すことができます。



多角形の内角の和

n 角形の内角の和は，$180^\circ\times(n-2)$ である。

問 4 十角形の内角の和は何度ですか。
また，正十角形の 1 つの内角の大きさは何度ですか。

P.99

◎ n 角形 の 内角 の 和 は，$180^\circ\times(n-2)$ なので
十角形 は $n=10$ を代入して $180^\circ\times(10-2)$
$=180^\circ\times8=1440^\circ$ //

◎ 正十角形 でも 内角 の 和 は 1440°
10コ全ての角の大きさは等しいので $1440^\circ\div10=144^\circ$ //

問 5 内角の和が次のようになる多角形は何角形ですか。

P.99

(1) 900°

$180^\circ\times(n-2)=900^\circ$
$n-2=5$
$n=7$

7角形 //

(2) 1800°

$180^\circ\times(n-2)=1800^\circ$
$n-2=10$
$n=12$

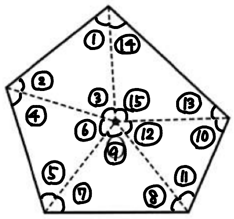
12角形 //

自分のことばで伝えよう

かりんさんは，n 角形の内角の和を，右の図のように考えて，

$180^\circ\times n-360^\circ$

という式で表しました。
かりんさんの考え方を説明しましょう。



$180^\circ\times n-360^\circ$ … 180° は 1つの三角形の内角の和
n個の三角形があるので角の和は，$180^\circ\times n$
○の周りの角が含まれているので 360°を引く。
(3+6+9+12+15)

多角形の外角の和

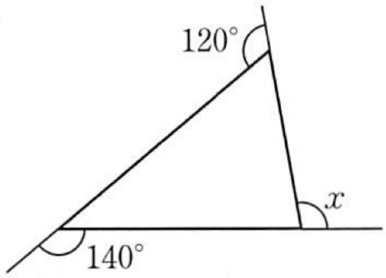
多角形の外角の和

多角形の外角の和は，360°である。

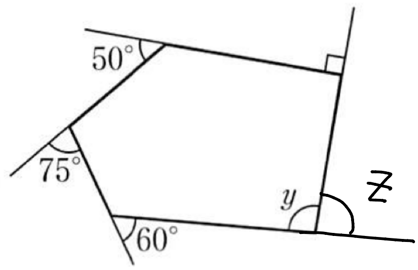
問6 下の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

P.101

(1)



(2)



外角の和 = 360° より

$120° + 140° + x = 360°$

$\angle x = 100°$

yの外角をzとし

$90° + 50° + 75° + 60° + z = 360°$

$z = 85$ なので $y = 180 - 85$

$\angle y = 95°$

問7 正十二角形の1つの外角の大きさは何度ですか。

また，1つの内角の大きさは何度ですか。

P.101

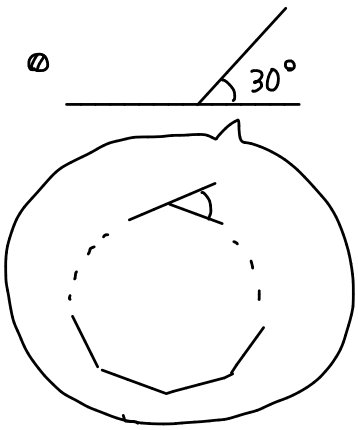
① 外角の和 = 360° なので，正十二角形の1つの

外角は $360° \div 12 = 30°$

正多角形なので全ての角の

大きさが等しいので ÷12 で求まる。

②

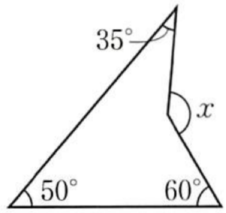


1つの角の外角が30°なので

内角は $180° - 30° = 150°$

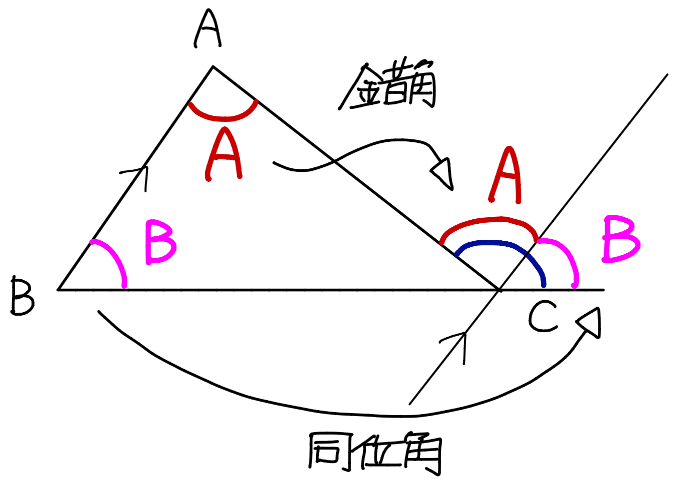
みんなで話しあってみよう

右の図で，$\angle x$ の大きさは，
いろいろな方法で求められます。
どんな求め方があるでしょうか。



① △ABC で，頂点 C における外角と ∠A とでは，どちらが大きいですか。また，∠B とではどうですか。

P.102



外角の性質より

∠C の外角 = ∠A + ∠B

なので

∠A より ∠Cの外角
∠B より ∠Cの外角
の方が大きい。

② 三角形で，2 つの内角が次のような大きさのとき，その三角形は，鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のどれになりますか。

P.102

(1) 20°，60°　　(2) 50°，80°　　(3) 25°，65°

	(1)	(2)	(3)
3つ目の角	と 100°	と 50°	と 90°
	↓ 鈍角三角形	↓ 鋭角三角形	↓ 直角三角形

Point

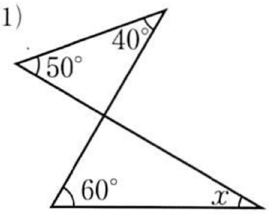
3つの角度を求め，

- 90°があれば，「直角」三角形
- 3つとも 90°未満ならば，「鋭角」三角形
- 90°より大きい角が 1つあれば「鈍角」三角形

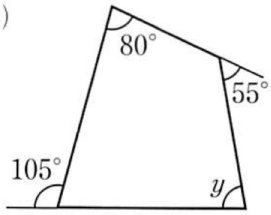
P.102

③ 下の図で，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

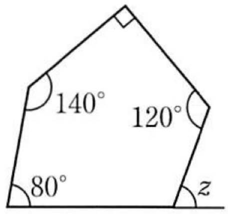
(1)



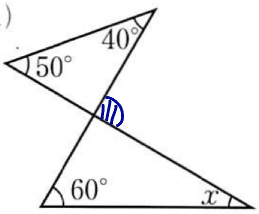
(2)



(3)



(1)



外角の性質より

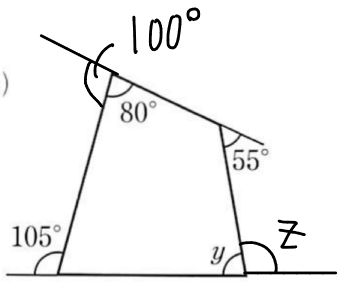
$40° + 50° = 60° + x$

どちらも となる。

よって

$\angle x = 30°$ //

(2)



80°の外角 は 100°

$\angle y$の外角 を $\angle z$ とすると，

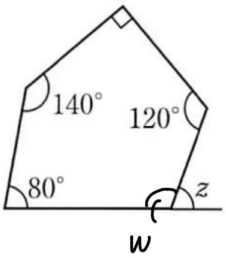
外角の和は 360° より

$100° + 105° + z + 55 = 360$

$z = 100°$

よって $\angle y = 180 - 100 = 80°$ //

(3)



$\angle z$の内角 を $\angle w$ とすると，

五角形の内角の和 = 540°

($180° \times (5-2) = 540°$) なので

$80° + 140° + 90° + 120° + w = 540°$

$w = 110°$

よって $\angle z = 180 - 110 = 70°$ //

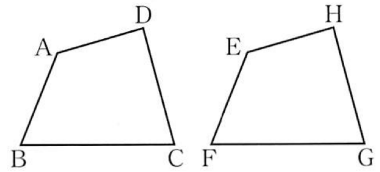
3 三角形の合同

2つの三角形は，どんな場合に
合同になるか考えましょう。

合同な図形の性質

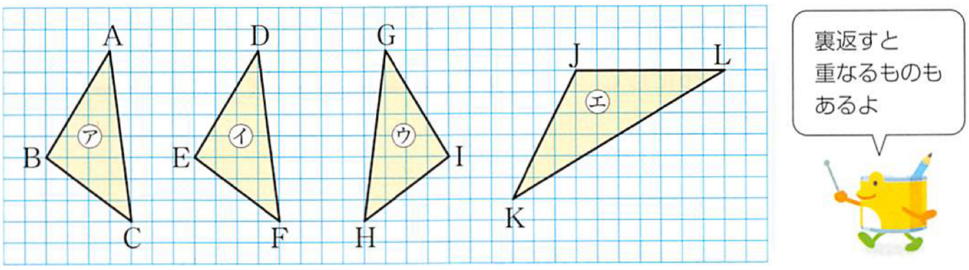
❶ 合同な図形では，対応する線分の長さは，それぞれ等しい。
❷ 合同な図形では，対応する角の大きさは，それぞれ等しい。

四角形 ABCD と四角形 EFGH が合同であることを，記号 ≡ を使って，
四角形 ABCD ≡ 四角形 EFGH
のように表します。



ひろげよう どうなるかな

下の図で，△ABC とぴったり重なる三角形はどれでしょうか。
また，そのとき重なり合う辺をいいましょう。



問1 上の ひろげよう の合同な三角形㋐と㋒について，対応する辺と角を，それぞれいいなさい。また，この2つの三角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。

P.103

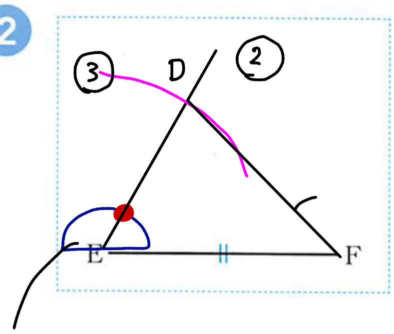
- 対応する辺 … AB と GI ， BC と IH ， AC と GH
- 対応する角 … ∠A と∠G ， ∠B と∠I ，∠C と∠H
- △ABC ≡ △GIH

Point 対応順にかこう！

三角形の合同条件

問2 上の ひろげよう で，EF = BC のほかに，
∠E = ∠B，DE = AB
となるように点 D を決めて，
△DEF をかきなさい。

P.104



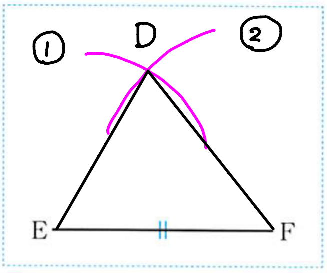
① 分度器 で ∠E=∠B となる角度を計って ● をとる。

② E と ● を直線で結ぶ。

③ コンパス で DE =AB の長さをとる。

④ D と F を定規で結ぶ。

問3 P.104



上の ひろげよう で，EF＝BC のほかに，

DE＝AB，DF＝AC

となるように点 D を決めて，

△DEF をかきなさい。

① コンパスで DE＝AB
の長さをとる。

② コンパスで DF＝AC
をとり，D と E，F を定規で結ぶ。

三角形の合同条件

2 つの三角形は，次の各場合に合同である。

❶ **3 組の辺** が，それぞれ等しいとき

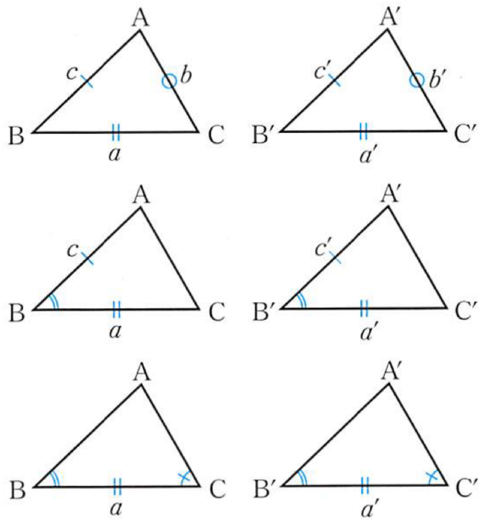
$a=a'$，$b=b'$，$c=c'$

❷ **2 組の辺とその間の角** が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，$c=c'$
$\angle B=\angle B'$

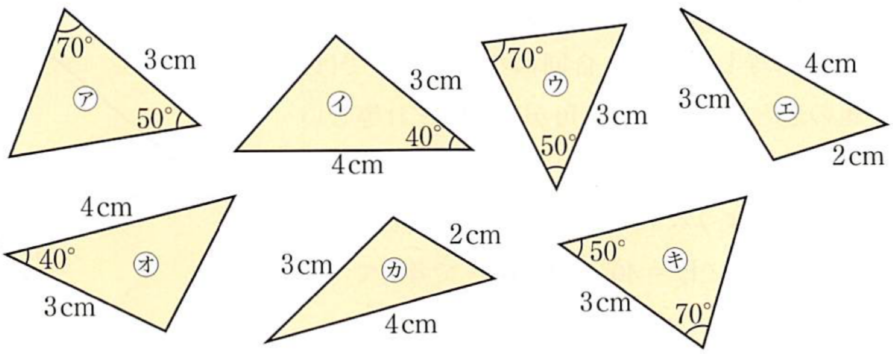
❸ **1 組の辺とその両端（りょうたん）の角** が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，
$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$



問4 下の図の三角形を，合同な三角形の組に分けなさい。 p.172
また，そのとき使った合同条件をいいなさい。

P.105



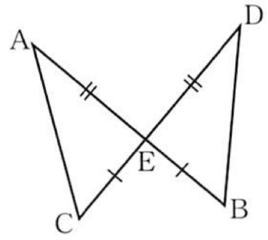
ア と キ　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。
イ と オ　2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
エ と カ　3組の辺がそれぞれ等しい。

問5 右の図で，線分 AB と CD が，

AE＝DE,　　CE＝BE

となるように，点 E で交わっています。
この図で，合同な三角形の組を，
記号 ≡ を使って表しなさい。
また，そのとき使った合同条件をいいなさい。

P.105



- AE＝DE
- CE＝BE
- ∠AEC＝∠DEB

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

よって　△AEC≡△DEB

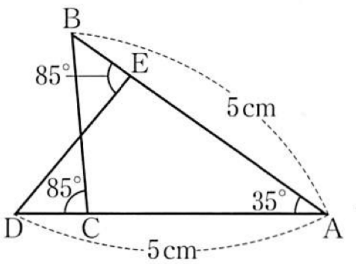
Point

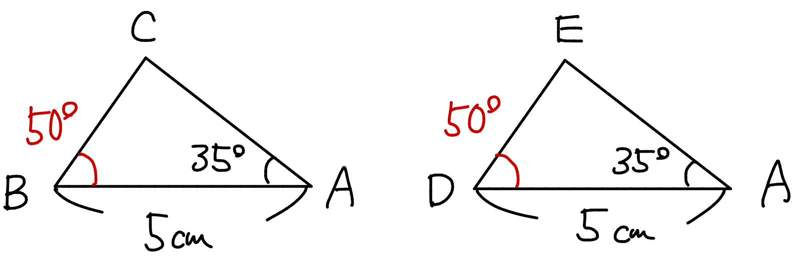
3つの等しいものを見つける。
隠れているものも見つける必要あり！

練習問題

① 右の図で，△ABC と △ADE は合同になります。
このことをいうには，三角形の合同条件のどれを使えばよいでしょうか。

P.106

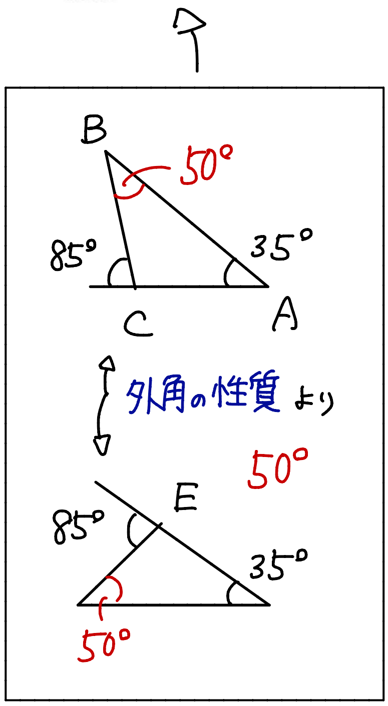




2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

Point

合同条件をつかうためには
3つの等しいものが必要。
50° のところは外角の性質を用いて見つける！



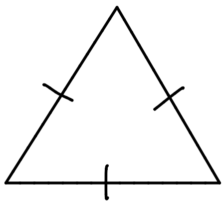
2 上田さんと山下さんが，下の(1)〜(3)の三角形をかきます。
2人がかく三角形は，かならず合同になるといえますか。
P.106
(1)〜(3)のそれぞれについて答えなさい。

(1) 1辺の長さが5cm の正三角形

(2) 等しい辺の長さが7cm の二等辺三角形

(3) 2つの内角が60° と 80° の三角形

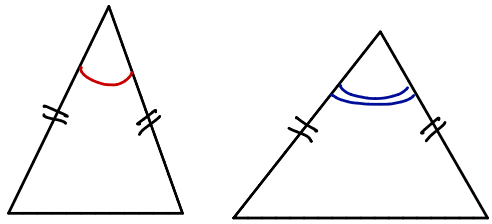
(1)



正三角形は
3辺の長さが
等しい。

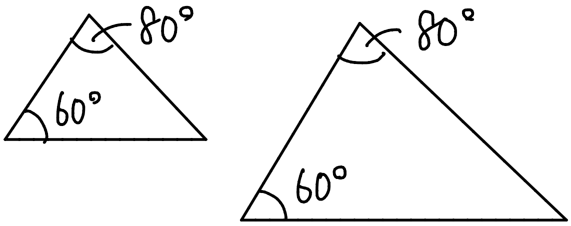
よって3組の辺がそれぞれ等しい。

(2)



間の角が等しいとは限らない
ので合同とはいえない。

(3)



辺の長さが決まらないので
合同とはいえない。

2節 証明

1 証明とそのしくみ

図形の性質を明らかにするしくみを学びましょう。

(ア) の部分を **仮定**，(イ) の部分を **結論** といいます。

○○○ ならば，□□□
仮定　　　　　　結論

問1 次のことがらについて，仮定と結論をいいなさい。

(1) △ABC ≡ △DEF ならば，AB = DE である。

P.109
(2) $\ell /\!/ m$，$m /\!/ n$ ならば，$\ell /\!/ n$ である。

(1) 仮定 … △ABC ≡ △DEF
結論 … AB = DE

(2) 仮定 … $\ell /\!/ m$, $m /\!/ n$
結論 … $\ell /\!/ n$

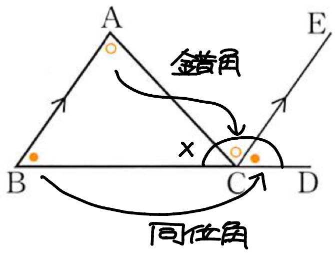
このように，すでに正しいと認められていることがらを根拠として，仮定から結論を導くことを **証明** といいます。

証明のしくみは，一般に，次のようになっています。

- 仮定から出発し，
- すでに正しいと認められたことがらを根拠に使って，
- 結論を導く。

問2 96 ページでは，「三角形の 3 つの内角の和は 180° である」ことを証明しています。
この証明では，どのようなことがらを根拠として使っていますか。

P.110



◎ 平行ならば同位角が等しい。●

◎ 平行ならば錯角が等しい。○

◎ 一直線 = 180°（× + ○ + ● = 180°）

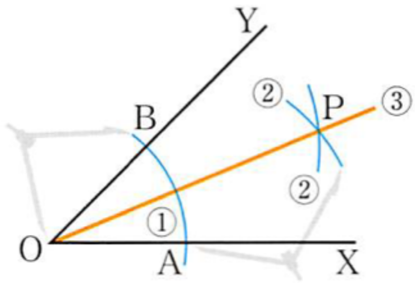
例 1 証明のしくみ

右の図は，∠XOY の二等分線 OP の作図を示している。

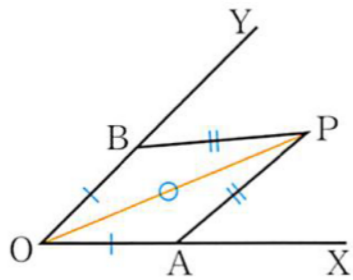
このとき，

∠XOP = ∠YOP

となることを証明する。



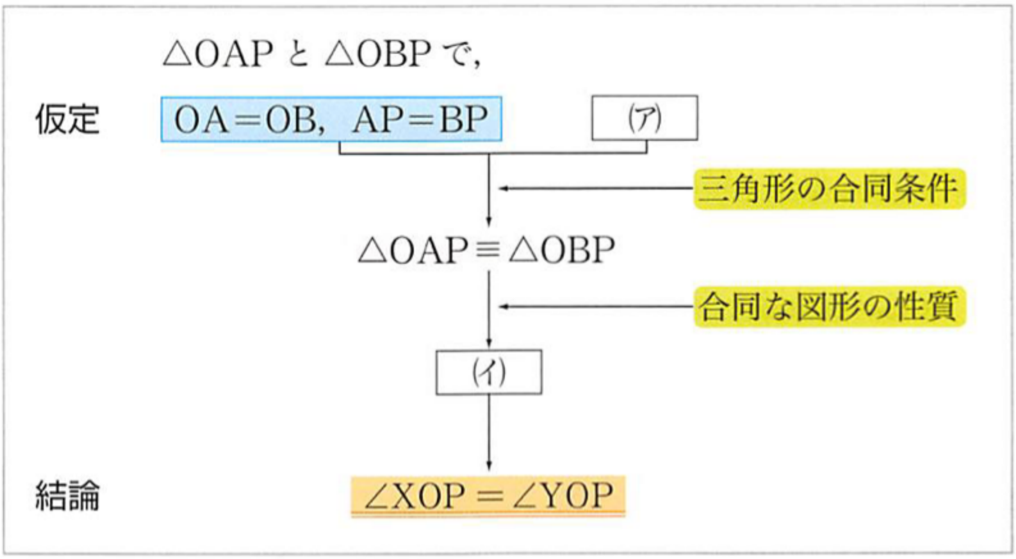
点 P と点 O，A，B を，それぞれ結ぶ線分をひくと，作図のしかたから，仮定と結論は，次のようになる。



仮定 OA＝OB，AP＝BP

結論 ∠XOP = ∠YOP

そこで，根拠となることがらに注意して，証明のすじ道をまとめてみると，下の図のようになる。



問 3 上の図の(ア)，(イ)にあてはまるものをいいなさい。
また，証明の根拠として使っている

三角形の合同条件，　合同な図形の性質

を，それぞれいいなさい。

P.111

(ア) OP = OP　三角形の合同条件 3組の辺がそれぞれ等しい。

合同な図形の性質 対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

(イ) ∠AOP = ∠BOP

18

2 証明の進め方

三角形の合同条件を使った
証明の進め方を学びましょう。

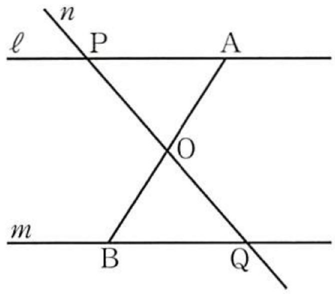
ひろげよう

どうすればいいかな

右の図で，$\ell \parallel m$ として，ℓ 上の点 A と m 上の点 B を結ぶ線分 AB の中点を O とします。点 O を通る直線 n が，ℓ，m と交わる点を，それぞれ，P，Q とするとき，

AP＝BQ

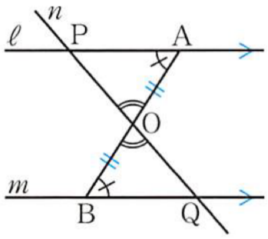
となることを示すには，どうすればよいでしょうか。



証明

P.112

P.113



△OAP と △OBQ で，
仮定より，O は AB の中点だから，

AO ＝ BO　……①

対頂角は等しいから，

∠AOP ＝∠BOQ　……②

$\ell \parallel m$ から，平行線の錯角は等しいので，

∠OAP ＝∠OBQ　……③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

△OAP ≡ △OBQ

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

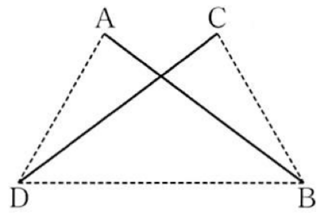
AP ＝ BQ

問1 長さの等しい2つの線分ABとCDが交わっています。このとき，

P.114

$\angle ABD = \angle CDB$ ならば，$\angle DAB = \angle BCD$

であることを，次の手順で考えて証明しなさい。



(1) 結論 $\angle DAB = \angle BCD$ を導くには，どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいでしょうか。

(2) (1)であげた2つの三角形で，等しいことがわかっている辺や角の組を見つけ，図に印をつけなさい。

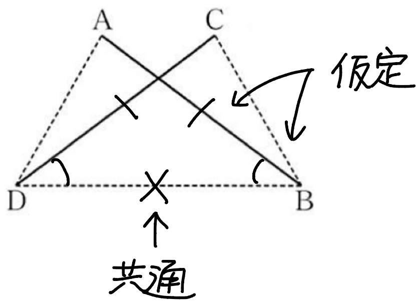
(3) (1)であげた2つの三角形の合同を示すには，(2)から，三角形の合同条件のどれを使えばよいでしょうか。

(1) $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$

Point

仮定と結論が含まれた三角形が「合同の候補」になりやすい！

(2)



(3) $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ で

$AB = CD$ （仮定）…①

$\angle ABD = \angle CDB$ （仮定）…②

$DB = BD$ （共通）…③

①，②，③より

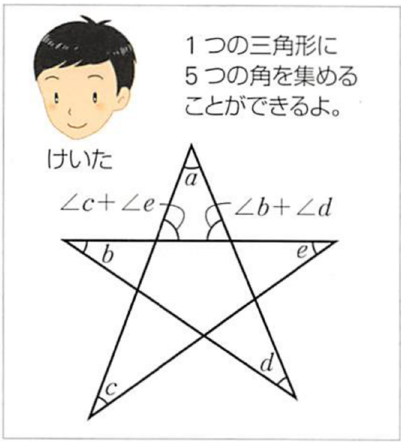
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

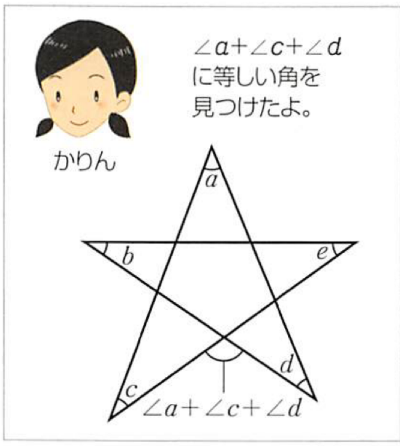
$\angle DAB = \angle BCD$

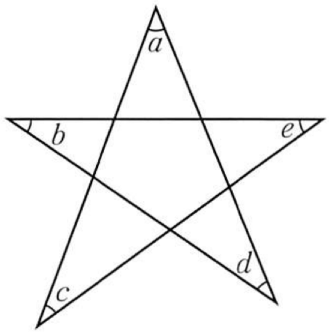
□

自分の考えをまとめよう

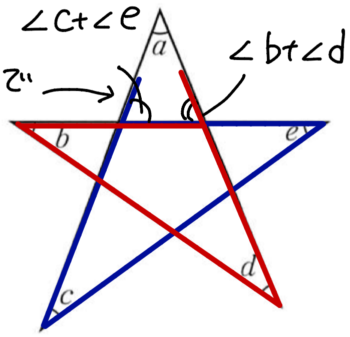
星形の先端にできる５つの角の和が何度になるかを，
いろいろな方法で説明することができます。
　下のけいたさん，かりんさんの考え方も参考にして，
自分の考えをまとめましょう。







(けいた)

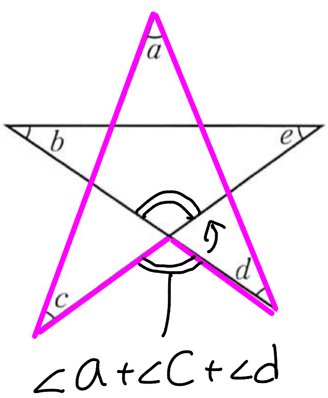


青い三角形で外角の性質を用いる。

赤い三角形で外角の性質を用いる。

結果的に 1つの三角形に 5つの角が全て集まるので 5つの角の和 = 180°

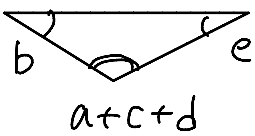
(かりん)



ブーメランの形なので ∠aと∠Cと∠dが に集まる。

∠a+∠C+∠dが 対頂角で等しくなるので

最終的に 1つの三角形に集まり 180°



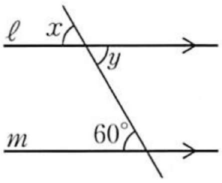
4章の基本のたしかめ

平行線の性質 を用いて
「同位角」「錯角」
を移動させることができる!

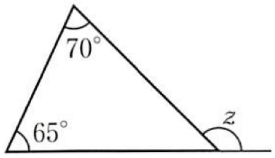
1 下の図で，∠x，∠y，∠z の大きさを求めなさい。

P.115

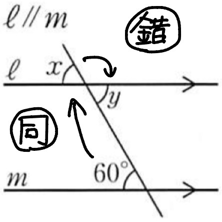
(1) $\ell /\!/ m$



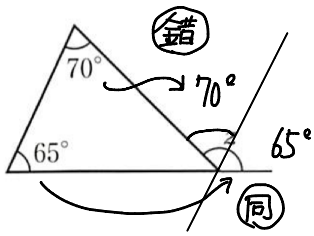
(2)



(1) $\ell /\!/ m$



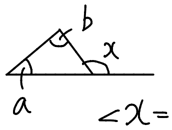
(2)



$\angle x = 70° + 65°$
$= 135°$

$\angle x = 60°$ (同位角)
$\angle y = 60°$ (対頂角)

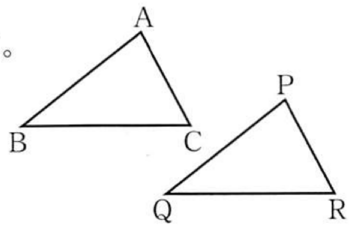
外角の性質
別名「スリッパ」



$\angle x = \angle a + \angle b$

2 △ABC ≡ △PQR を示します。
合同条件にあうように，
次の$\boxed{}$にあてはまる辺を
いいなさい。

P.115



(1) AB＝PQ，BC＝QR，$\boxed{}$＝$\boxed{}$

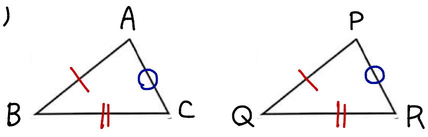
(2) AB＝PQ，∠A＝∠P，$\boxed{}$＝$\boxed{}$

(3) ∠A＝∠P，∠B＝∠Q，$\boxed{}$＝$\boxed{}$

問題文 は $\boxed{}$ に
あてはまる 辺 と
いっている!

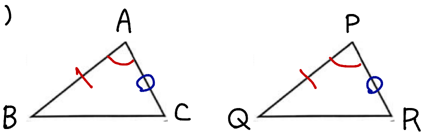
与えられている情報を 赤 で示した。

(1)



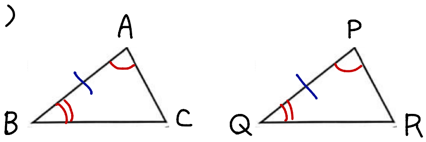
3組の辺 なので AC = PR

(2)



2組の辺とその間の角 なので
AC = PR

(3)



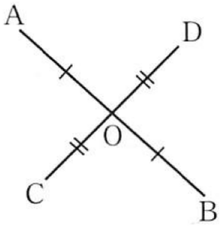
1組の辺とその両端の角 なので
AB = PQ

3 線分 AB と CD が点 O で交わっているとき，

AO＝BO，CO＝DO ならば，AC＝BD

であることを証明します。

P.115



(1) 仮定と結論をいいなさい。

(2) この証明のすじ道は，下の図のようになります。①～③にあてはまる根拠（こんきょ）となることがらを，次の㋐～㋒から選びなさい。

㋐ 三角形の合同条件　　㋑ 合同な図形の性質

㋒ 対頂角の性質

△OAC と △OBD で，

AO＝BO，CO＝DO，∠AOC＝∠BOD ← ①

↓ ← ②

△OAC≡△OBD

↓ ← ③

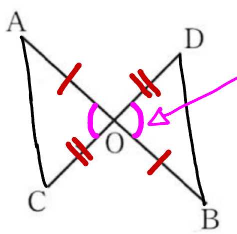
AC＝BD

(1) $\boxed{仮定}$ ならば $\boxed{結論}$ なので

仮定 … AO＝BO，CO＝DO

結論 … AC＝BD

(2)



① 対頂角の性質

② 三角形の合同条件

③ 合同な図形の性質

合同な図形の性質

❶ 合同な図形では，対応する線分の長さは，それぞれ等しい。

❷ 合同な図形では，対応する角の大きさは，それぞれ等しい。

結論が「辺」のときは❶を。

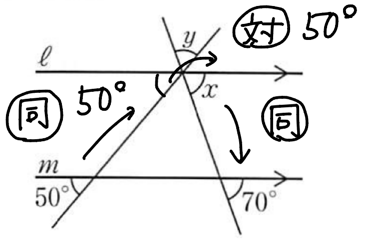
「角」 〃 ❷をかく。

4章の章末問題

1 下の図で，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

P.116

(1) $\ell /\!/ m$

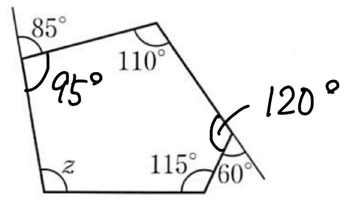


$\angle x = 70°$

$\angle y = 180 - 50 - 70$

$\angle y = 60°$ //

(2)



・5角形の内角の和は、

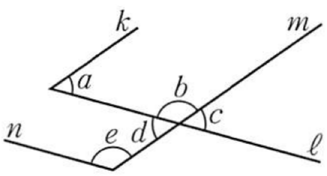
$180(5-2) = 540°$

・$\angle z = 540 - (95 + 110 + 120 + 115)$

$\angle z = 100°$ //

2 右の図で，$k /\!/ m$，$\ell /\!/ n$ とします。
$\angle a = 50°$ のとき，$\angle e$ の大きさを求めなさい。

P.116



・$\angle a = \angle c$ （$k /\!/ m$ の同位角）… ①

・$\angle b = 180 - \angle c$ ↓ ①より

$= 180 - \angle a$ ↓ $\ell /\!/ n$ の同位角

・$\angle e = 180 - \angle a$

$= 180 - 50 = 130°$ //

3 多角形について，次の問いに答えなさい。

P.116

(1) 内角の和が 1080° である多角形は何角形ですか。

(2) 正二十角形の１つの内角と，１つの外角の大きさを求めなさい。

(1) n角形の内角の和 = 1080 なので

$180(n-2) = 1080$ ↓ 両辺 ÷180

$n-2 = 6$

$n = 8$

8角形 //

(2) ◎ 正二十角形の1つの内角 =

$$\frac{180(20-2)}{20} = 9 \times 18 = 162^\circ$$ //

◎ 1つの外角 = $180 - 162 = 18^\circ$ //

Point

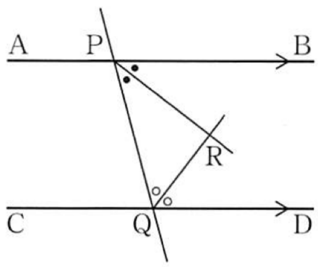
$$\frac{180(20-2)}{20}$$

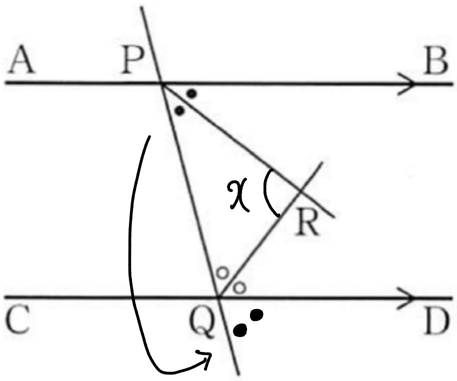
20角形内角の和

角が 20コ あるので割った。

4 右の図で，AB//CD とします。∠BPQ の二等分線と ∠PQD の二等分線の交点を R とするとき，∠PRQ の大きさを求めなさい。

P.116





同位角

求めたい角 ∠PRQ = x とおく。

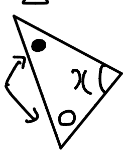
Qの下側の角が Pの●● と等しくなる（AB//CDの同位角）ので

2○ + 2● = 180° となり

（一直線）

両辺 2で割ると ○ + ● = 90°

よって △PRQ で



たして 90°

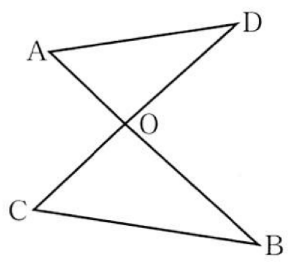
なので $x = 90^\circ$ //

5 右の図のように，線分 AB と CD が点 O で交わっているとき，

$$\angle A+\angle D=\angle B+\angle C$$

となります。
このことを説明しなさい。

P.116



△OAD で外角の性質を用いて

$\angle A+\angle D=\angle AOC$ （$\angle DOB$でもよい） … ①

△OCB で外角の性質を用いて

$\angle B+\angle C=\angle AOC$ （$\angle DOB$でもよい） … ②

①，②より $\angle A+\angle D=\angle B+\angle C$

□

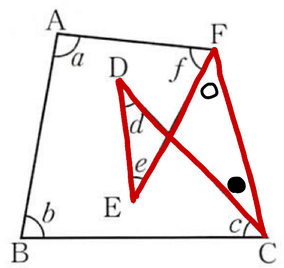
今回の
チョウチョが
威力を発揮する
問題。

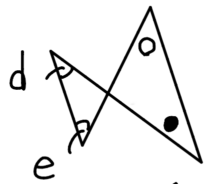
6 右の図で，

$$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$$

の大きさを求めなさい。

P.117



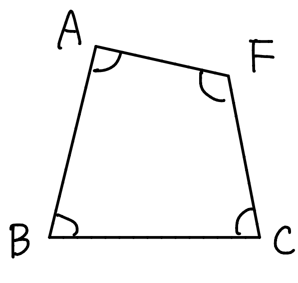


チョウチョなので
$\angle d+\angle e$ = ○＋●

平行っぽく見えても
確かでないので
$\angle d$ = ● とならない。

Point

○，● 1つ1つの大きさは
分からないが その和は
$\angle d+\angle e$ であることを
利用！



結果的に
$\angle a \sim \angle f$ の和は
四角形の内角の和 となり $360°$ //

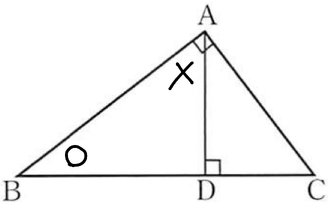
7 $\angle A = 90°$ の直角三角形 ABC で，頂点 A から辺BC に垂線 AD をひきます。このとき，

$\angle B = \angle CAD$

となることを説明しなさい。

また，図の中で，$\angle C$ と大きさの等しい角を見つけなさい。

P.117



$\angle B = \angle ABD = ○$

$\angle BAD = ×$ とおくと，

$\triangle BAD$ で外角の性質より

$\angle ABD + \angle BAD = \angle ADC$

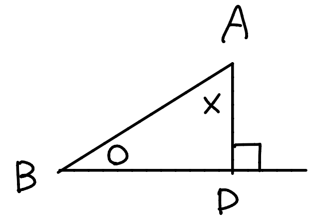
$○ + × = 90°$

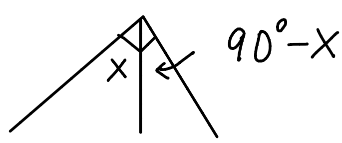
$○ = 90° - ×$

$\angle ABD = 90° - \angle BAD$

$= \angle CAD$

□



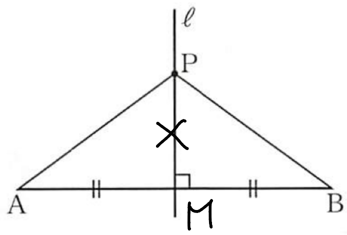


8 線分 AB の垂直二等分線 ℓ 上に点 P をとり，点 P と点 A，B とを，それぞれ結ぶ線分をひきます。このとき，

PA = PB

であることを証明しなさい。

P.117



AB と ℓ との交点を M とする。

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ で

PM = PM (共通) …①

AM = BM (仮定) …②

$\angle AMP = \angle BMP = 90°$ …③

①，②，③より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle PAM \equiv \triangle PBM$

合同な図形では対応する辺の長さが等しいので

PA = PB

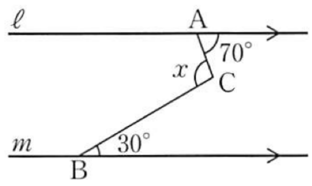
□

等しい情報を
3つ用いて
合同条件へ！

条件を変えて角の大きさを求める

千思万考 ～せんしばんこう～

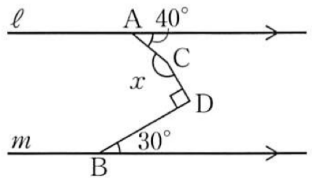
平行な2直線 ℓ, m の内側に，右の図のように点Cをとります。



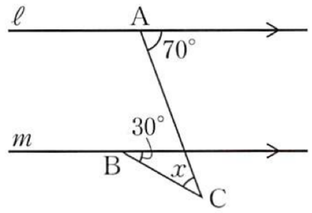
1. $\angle x$ の大きさを求めましょう。

2. 次のように，もとの問題の条件を変えて，$\angle x$ の大きさを求めましょう。

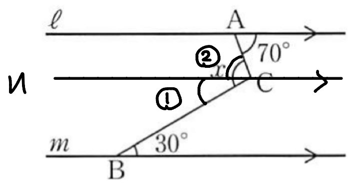
(1) 「点Cをとります」
➡「2点C，Dをとります」



(2) 「2直線 ℓ, m の内側に」
➡「2直線 ℓ, m の外側に」



1. $\angle x$ の大きさを求めましょう。



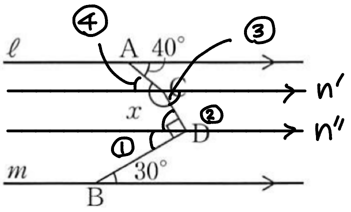
Cを通り ℓ, m に平行な線 n を引くと，① $= 30°$ ($n /\!/ m$ の錯角)

② $= 70°$ ($\ell /\!/ n$ の錯角) となり，

$\angle x = 30 + 70 = 100°$

2.

(1)



$m /\!/ n''$ より ① $= 30°$

② $=$ 直角 $90° - 30° = 60°$

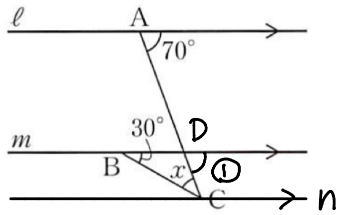
$n'' /\!/ n'$ の錯角 より ③ $= 60°$

よって x の下側 $= 180° - 60° = 120°$

x の上側は $\ell /\!/ n'$ の錯角より $40°$

$\therefore \angle x = 40° + 120° = 160°$

(2)



① $= 70°$ ($\ell /\!/ m$ の同位角より)

△BCDで 外角の性質を用いて

$\angle D = \angle DCB + \angle DBC$

$70° = 30° + x$

$\therefore \angle x = 40°$