

① $\sqrt{5}$ の小数部分を a とするとき、 $a^2 + 4a$ の値は、 である。

③ $a + b = \sqrt{3}$ 、 $ab = -3$ のとき、 $a^2 - 3ab + b^2$ の値は、 である。

② $\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $3a + 4b + b^2$ の値を求めよ。

④ 連立方程式 $\begin{cases} x + \sqrt{3}y = 1 \\ \sqrt{3}x + y = 2 \end{cases}$ を解け。

□5 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ のとき, $2x^2+2x+1$ の値を求めなさい。

□6 \sqrt{n} の整数部分が 7 となるような整数 n の個数を求めなさい。

□7 $\sqrt{\frac{180}{n}}$ が整数となるような自然数 n の値を全て求めよ。

□8 $7 < \sqrt{m} < 6\sqrt{2}$ にあてはまる自然数 m の個数を求めなさい。

9 $\sqrt{n^2-48}$ が整数となるような自然数 n をすべて求めよ。

10 $\sqrt{(3.2-\pi)^2} + \sqrt{(3.1-\pi)^2}$ の値を求めよ。ただし、 π は円周率を表す。

① $\sqrt{5}$ の小数部分を a とするとき、 a^2+4a の値は、 \square である。

- $2 = \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} = 3$ より $\sqrt{5}$ の整数部分は 2
よって小数部分は $\sqrt{5} - 2 = a$
- $a^2 + 4a = a(a+4)$
 $= (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$
 $= (\sqrt{5})^2 - 2^2 = 5 - 4 = 1$ 1 //

② $\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $3a+4b+b^2$ の値を求めよ。

- $\frac{1 \times (3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{3+2\sqrt{2}}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 3+2\sqrt{2}$
- $\sqrt{2} = 1.4\dots$ より $3+2\sqrt{2} = 3+2.8\dots$ となる
 $5 < 3+2\sqrt{2} < 6$ 整数部分は $5 = a$
 小数部分は $3+2\sqrt{2} - 5 = 2\sqrt{2} - 2 = b$
- $3a + b(b+4) = 3 \times 5 + (2\sqrt{2} - 2)(2\sqrt{2} + 2)$
 $= 15 + 8 - 4 = 19$ //

③ $a+b=\sqrt{3}$ 、 $ab=-3$ のとき、 $a^2-3ab+b^2$ の値は、 \square である。

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2 \text{ より} \\ a^2-3ab+b^2 &= (a^2+2ab+b^2) - 5ab \\ &= (a+b)^2 - 5ab \\ &= (\sqrt{3})^2 - 5 \times (-3) \\ &= 3 + 15 = 18 \end{aligned}$$

18 //

④ 連立方程式 $\begin{cases} x+\sqrt{3}y=1 & \dots \text{①} \\ \sqrt{3}x+y=2 & \dots \text{②} \end{cases}$ を解け。

$$\begin{aligned} \text{①} \times \sqrt{3} - \text{②} \\ \sqrt{3}x + 3y &= \sqrt{3} \\ -) \sqrt{3}x + y &= 2 \\ \hline 2y &= \sqrt{3} - 2 \\ y &= \frac{\sqrt{3}-2}{2} \end{aligned}$$

② に代入

$$\begin{aligned} \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}-2}{2} &= 2 \\ \sqrt{3}x &= \frac{6-\sqrt{3}}{2} \\ x &= \frac{6-\sqrt{3} \times (\sqrt{3})}{2\sqrt{3} \times (\sqrt{3})} \\ &= \frac{6\sqrt{3}-3}{6} \\ &= \frac{2\sqrt{3}-1}{2} \end{aligned}$$

$x = \frac{2\sqrt{3}-1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}-2}{2}$ //

5 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ のとき, $2x^2+2x+1$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} 2x^2+2x+1 &= 2x(x+1)+1 \\ &= 2x \frac{\sqrt{3}-1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}+1\right)+1 \\ &= \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)+1}{2} \\ &= \frac{3-1}{2}+1 = 1+1 = \underline{\underline{2}} \end{aligned}$$

6 \sqrt{n} の整数部分が7となるような整数 n の個数を求めなさい。

- $7 \leq \sqrt{n} < 8$
 $\sqrt{49} \leq \sqrt{n} < \sqrt{64}$
 $49 \leq n < 64$
- $64 - 49 = 15$

15個

(例) $3 \leq n < 8$
 $n = 3, 4, 5, 6, 7$
 の5個
 $8-3$ で求まる。

7 $\sqrt{\frac{180}{n}}$ が整数となるような自然数 n の値を全て求めよ。

$$\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$6\sqrt{\frac{5}{n}}$ が整数となるのは $\sqrt{\frac{5}{n}}$ が分数で分母が

6の約数1, 2, 3, 6のとき, $\sqrt{\frac{5}{n}} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ のとき。

○ $\sqrt{\frac{5}{n}} = 1 \rightarrow \frac{5}{n} = 1 \rightarrow n = 5$

○ $\sqrt{\frac{5}{n}} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{5}{n} = \frac{1}{4} \rightarrow n = 20$

○ $\sqrt{\frac{5}{n}} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{5}{n} = \frac{1}{9} \rightarrow n = 45$

○ $\sqrt{\frac{5}{n}} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{5}{n} = \frac{1}{36} \rightarrow n = 180$

$n = 5, 20$

$45, 180$

8 $7 < \sqrt{m} < 6\sqrt{2}$ にあてはまる自然数 m の個数を求めなさい。

$$\sqrt{49} < \sqrt{m} < \sqrt{72}$$

↓2乗

$$49 < m < 72$$

$$72 - 49 - 1$$

$$= 22 \text{ 個}$$

(例) $3 < n < 8$

$n = 4, 5, 6, 7$

の4個

$8 - 3 - 1 = 4$

で求まる。

9) $\sqrt{n^2-48}$ が整数となるような自然数 n をすべて求めよ。

~~整数~~ a とおくと

$$\sqrt{n^2-48} = a$$

$$n^2-48 = a^2$$

$$n^2 - a^2 = 48$$

$$(n+a)(n-a) = 48$$

n, a : 自然数 $\neq 0$

$$n+a > n-a > 1$$

$$(I) \begin{cases} n+a = 24 \\ n-a = 2 \end{cases} \\ (n, a) = (13, 11)$$

$$(II) \begin{cases} n+a = 12 \\ n-a = 4 \end{cases} \\ (n, a) = (8, 4)$$

$$(III) \begin{cases} n+a = 8 \\ n-a = 6 \end{cases} \\ (n, a) = (7, 1)$$

よって n は, 7, 8, 13 //

10) $\sqrt{(3.2-\pi)^2} + \sqrt{(3.1-\pi)^2}$ の値を求めよ。ただし, π は円周率を表す。

$$3.1 < \pi < 3.2 \quad \text{より}$$

$$3.2 - \pi > 0, \quad 3.1 - \pi < 0$$

よって

$$\sqrt{(3.2-\pi)^2} - \sqrt{(3.1-\pi)^2}$$

$$= \sqrt{(3.2-\pi)^2} - \sqrt{(\pi-3.1)^2}$$

$$= (3.2-\pi) + (\pi-3.1)$$

$$= \underline{0.1} //$$