

1 基本問題

- ① 7 の数の平方根を求めなさい。
- ② $-\sqrt{49}$ を、根号を使わないで表しなさい。
- ③ 4、 $\sqrt{17}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。
- ④ $\sqrt{3} < \sqrt{x} < 3$ を満たす自然数 x の個数を求めなさい。
- ⑤ 無理数をすべて選び記号で答えなさい。

ア	-5	イ	0.7	ウ	$\sqrt{3}$	エ	$\sqrt{\frac{9}{4}}$
オ	$\sqrt{0.81}$	カ	π	キ	$-\frac{\sqrt{12}}{3}$		
ク	-0.1	ケ	$\sqrt{60}$	コ	0		

2 標準問題

- ⑥ 次の計算をしなさい。
 - (1) $(-\sqrt{7}) \times \sqrt{2}$
 - (2) $\sqrt{8} \div \sqrt{12}$
- ⑦ 次の数を \sqrt{a} の形で表しなさい。
 - (1) $\frac{\sqrt{72}}{6}$
 - (2) $6\sqrt{\frac{1}{2}}$
- ⑧ 次の数を変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。
 - (1) $\sqrt{80}$
 - (2) $\sqrt{\frac{5}{169}}$
- ⑨ 次の計算をしなさい。
 - (1) $\sqrt{75} \times \sqrt{40}$
 - (2) $\sqrt{21} \div \sqrt{2} \times \sqrt{6}$
- ⑩ $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}$ 分母を有理化しなさい。

3 応用問題

- ⑪ 次の計算をしなさい。
 - (1) $\sqrt{63} - \sqrt{28} + 4\sqrt{7}$
 - (2) $\frac{\sqrt{12}}{6} - \frac{\sqrt{48}}{8}$
 - (3) $(5 + \sqrt{8})(3 + 2\sqrt{2})$
- ⑫ $\sqrt{2} = 1.414$ 、 $\sqrt{20} = 4.472$ として、次の値を求めなさい。 $\sqrt{0.2}$
- ⑬ 次の式の値を求めなさい。 $x = \sqrt{13} + 1$ のとき、 $x^2 - 2x + 1$ の値
- ⑭ (1) $\sqrt{126a}$ が自然数になるには、 a はどんな数であればよいですか。自然数 n を使って表しなさい。
 (2) 100 以下の自然数 a の値を求めなさい。

1 基本問題

- 1 7 の数の平方根を求めなさい。
- 2 $-\sqrt{49}$ を、根号を使わないで表しなさい。
- 3 4 、 $\sqrt{17}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。
- 4 $\sqrt{3} < \sqrt{x} < 3$ を満たす自然数 x の個数を求めなさい。
- 5 無理数をすべて選び記号で答えなさい。

ア	-5	イ	0.7	ウ	$\sqrt{3}$	エ	$\sqrt{\frac{9}{4}}$
オ	$\sqrt{0.81}$	カ	π	キ	$-\frac{\sqrt{12}}{3}$		
ク	-0.1	ケ	$\sqrt{60}$	コ	0		

① 7 の数の平方根を求めなさい。

2乗して 7 になる 整数 はないので
根号 $\sqrt{\quad}$ を用いて $\pm\sqrt{7}$ //



64 のように 2乗して
64 になる 整数 が ± 8

$\frac{1}{4}$ のように $\pm\frac{1}{2}$ と 整数、分数
になる場合は $\sqrt{\quad}$ を使わない。

② $-\sqrt{49}$ を、根号を使わないで表しなさい。

$-\sqrt{49}$ は 2乗して 49 になる数のうち「負」の方なので -7 //
(別アプローチ) $-\sqrt{7^2} = -7$ ($\sqrt{a^2} = a$ の利用)

③ 4、 $\sqrt{17}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

$4 = \sqrt{16}$ となり $\sqrt{16} < \sqrt{17}$ より $4 < \sqrt{17}$ //

4 $\sqrt{3} < \sqrt{x} < 3$ を満たす自然数 x の個数を求めなさい。

全ての項を2乗すると、

$3 < x < 9$ となり、 $x = 4, 5, 6, 7, 8$ があてはまる。

よって 5個 //



平方根の大小問題

では、「2乗」が

とても効果的！



整数に変換できる
ので比較しやすい！

5 無理数をすべて選び記号で答えなさい。

ア	-5	イ	0.7	ウ	$\sqrt{3}$	エ	$\sqrt{\frac{9}{4}}$
オ	$\sqrt{0.81}$	カ	π	キ	$-\frac{\sqrt{12}}{3}$	ク	-0.1
ケ	$\sqrt{60}$	コ	0				

ウ、カ、キ、ケ



「無理数」

整数や分数に変形できることが無理な数のこと。

- ① $\sqrt{\quad}$ が外れない数 ($\sqrt{7}$ とか)
- ② π (円周率)

エ ... $\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{3^2}{2^2}} = \frac{3}{2}$ (有理数)

オ ... $\sqrt{0.81} = \sqrt{0.9^2} = 0.9$ (有理数)

キ ... $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ より $-\frac{\sqrt{12}}{3} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\sqrt{3}$ が外れないので「無理数」。

ケ ... $\sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ (無理数)

2 標準問題

6 次の計算をなさい。

(1) $(-\sqrt{7}) \times \sqrt{2}$ (2) $\sqrt{8} \div \sqrt{12}$

7 次の数を \sqrt{a} の形で表しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{72}}{6}$ (2) $6\sqrt{\frac{1}{2}}$

8 次の数を変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。 9 次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{80}$ (2) $\sqrt{\frac{5}{169}}$ (1) $\sqrt{75} \times \sqrt{40}$ (2) $\sqrt{21} \div \sqrt{2} \times \sqrt{6}$

10 $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}$ 分母を有理化しなさい。

6 次の計算をなさい。

$$(1) (-\sqrt{7}) \times \sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{7} \times \sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{7 \times 2} = \underline{\underline{-\sqrt{14}}}$$



「 $\sqrt{\quad}$ のかけ算」

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$\sqrt{\quad}$ の中で計算できる!

$$(2) \sqrt{8} \div \sqrt{12}$$

$$= \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{8}{12}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$



「 $\sqrt{\quad}$ のわり算」

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$\sqrt{\quad}$ の中で分数で表せ、約分ができる!

7 次の数を \sqrt{a} の形で表しなさい。

$$(1) \frac{\sqrt{72}}{6} =$$

(解法1) 先に簡略化

$$\frac{\sqrt{72}}{6} = \frac{6\sqrt{2}}{6} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$$

(解法2) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ の利用

$$\frac{\sqrt{72}}{6} = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{36}} = \sqrt{\frac{72}{36}} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$$



いろいろの
知識を用いると
「対応力」が
磨かれる!

$$(2) 6\sqrt{\frac{1}{2}}$$

(解法1) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ の利用

$$6\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{36 \times \frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{18}}}$$

(解法2) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ と分母の有理化

$$\begin{aligned} 6\sqrt{\frac{1}{2}} &= 6 \times \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = 6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{6 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \\ &= \underline{\underline{\sqrt{18}}} \end{aligned}$$

8 次の数を変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしろ。

(1) $\sqrt{80}$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)80} \\ 2 \overline{)40} \\ 2 \overline{)20} \\ 2 \overline{)10} \\ \underline{5} \end{array} = 2^2 \times 2^2 \times 5$$

素数で割って
11き、最後
素数で完了

Point

素因数分解後の式は **2乗** ごとにしておくと、 $\bigcirc\sqrt{\Delta}$ に表しやすい!

$$\begin{aligned} \sqrt{80} &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{5} \\ &= 2 \times 2 \times \sqrt{5} \\ &= \underline{4\sqrt{5}} \# \end{aligned}$$

Point

① $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
② $\sqrt{a^2} = a$
この2つで簡略化は **完成** する!

(2) $\sqrt{\frac{5}{169}} = \sqrt{\frac{5}{13^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13^2}} = \frac{\sqrt{5}}{13} \#$

重要

11 ~ 20 の 2乗 の 値

$$\begin{aligned} 11^2 &= 121 \\ 12^2 &= 144 \\ 13^2 &= 169 \\ 14^2 &= 196 \\ 15^2 &= 225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16^2 &= 256 \\ 17^2 &= 289 \\ 18^2 &= 324 \\ 19^2 &= 361 \end{aligned}$$

よく出てくる!

3年生 (冬)

Point

三平方の定理
でよく使います!

9 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{75} \times \sqrt{40}$

(解法1) 簡略化してから計算

$$\begin{aligned} &= 5\sqrt{3} \times 2\sqrt{10} \\ &= 5 \times 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{10} \\ &= \underline{10\sqrt{30}} // \end{aligned}$$

(解法2) 計算してから簡略化

$$\begin{aligned} &= \sqrt{75 \times 40} \\ &= \sqrt{3000} \\ &= \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 2 \times 5 \times 3} \\ &= \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 2 \times 5 \times 3} \\ &= 2 \times 5 \times \sqrt{30} = \underline{10\sqrt{3}} // \end{aligned}$$

$2 \overline{) 3000} = 2^2 \times 5^2 \times 2 \times 5 \times 3$
 $5 \overline{) 1500}$
 $5 \overline{) 300}$
 $5 \overline{) 60}$
 $2 \overline{) 12}$
 $2 \overline{) 6}$
 3

Point
 数が大きくて大変!

(2) $\sqrt{21} \div \sqrt{2} \times \sqrt{6}$

(解法1) 前から順に計算

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{21} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{42}}{2} \\ \frac{\sqrt{42}}{2} \times \sqrt{6} &= \frac{\sqrt{42 \times 6}}{2} = \frac{\sqrt{252}}{2} \\ &= \frac{6\sqrt{7}}{2} = \underline{3\sqrt{7}} // \end{aligned}$$

重要
 前から順に1>1>は**大変!**

(解法2) 分数表記

$$\begin{aligned} \sqrt{21} \div \sqrt{2} \times \sqrt{6} &= \frac{\sqrt{21} \times \sqrt{6}}{\sqrt{2}} \quad \text{3} \\ &= \sqrt{63} = \underline{3\sqrt{7}} // \end{aligned}$$

Point
 • $a \div b \times c = \frac{a \times c}{b}$
 • $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 2" 約分可!

10 $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}$ 分母を有理化しなさい。

(解法1) 分母の数をそのまま
分母・分子にかける。

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2} \times 5\sqrt{3}}{5\sqrt{3} \times 5\sqrt{3}} &= \frac{5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}}{5 \times 5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{\cancel{5} \sqrt{6}}{5 \times \cancel{5} \times 3} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{15} \# \end{aligned}$$

(解法2) 分母の√の値だけ
分母・分子にかける。

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{5\sqrt{3} \times \sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{6}}{5 \times 3} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{15} \# \end{aligned}$$

重要

いろいろな解法を
経験する中で、
自分に合う流れ、
問題に合う選択
ができるようになる！

3 応用問題

11 次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{63} - \sqrt{28} + 4\sqrt{7}$ (2) $\frac{\sqrt{12}}{6} - \frac{\sqrt{48}}{8}$ (3) $(5 + \sqrt{8})(3 + 2\sqrt{2})$

12 $\sqrt{2} = 1.414$ 、 $\sqrt{20} = 4.472$ として、次の値を求めなさい。 $\sqrt{0.2}$

13 次の式の値を求めなさい。 $x = \sqrt{13} + 1$ のとき、 $x^2 - 2x + 1$ の値

14 (1) $\sqrt{126a}$ が自然数になるには、 a はどんな数であればよいですか。自然数 n を使って表しなさい。

(2) 100 以下の自然数 a の値を求めなさい。

11 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{63} - \sqrt{28} + 4\sqrt{7} \\ &= 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 4\sqrt{7} \\ &= (3-2+4)\sqrt{7} \\ &= \underline{5\sqrt{7}} \quad \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \frac{\sqrt{12}}{6} - \frac{\sqrt{48}}{8} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{6} - \frac{4\sqrt{3}}{8} \\ &= \frac{8\sqrt{3} - 12\sqrt{3}}{24} \\ &= \frac{-4\sqrt{3}}{24} = \underline{-\frac{\sqrt{3}}{6}} \quad \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x+5)(x+3) \\ &= x^2 + (5+3)x + 5 \times 3 \\ &\text{の「X-3」で!}\end{aligned}$$

$$(3) \quad (5 + \sqrt{8})(3 + 2\sqrt{2})$$

$$\begin{aligned}&= 5 \times 3 + 5 \times 2\sqrt{2} \\ &\quad + \underbrace{\sqrt{8}}_{(2\sqrt{2})} \times 3 + \sqrt{8} \times 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \\ &= 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 4 \times 2 \\ &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 15 + 10\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 8 \\ &= \underline{16\sqrt{2} + 23} \quad \# \end{aligned}$$

(別ページ-4) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ として展開公式

$$\begin{aligned}(5 + 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{2} + 5)(2\sqrt{2} + 3) \\ &= (2\sqrt{2})^2 + (5+3) \times 2\sqrt{2} + 5 \times 3 \\ &= 8 + 16\sqrt{2} + 15 \\ &= \underline{16\sqrt{2} + 23} \quad \# \end{aligned}$$

12 $\sqrt{2} = 1.414$ 、 $\sqrt{20} = 4.472$ として、次の値を求めなさい。 $\sqrt{0.2}$

(解法1) $0.2 = \frac{2}{10}$ の流れ

$$\begin{aligned}\sqrt{0.2} &= \sqrt{\frac{2}{10}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{5}\end{aligned}$$

$\sqrt{5}$ の値は与えられていないので解けない!

(解法2) $0.2 = \frac{20}{100}$ の流れ

$$\begin{aligned}\sqrt{0.2} &= \sqrt{\frac{20}{100}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{20}}{10} \\ \sqrt{20} &= 4.472 \text{ を代入して} \\ \frac{4.472}{10} &= \underline{0.4472} \quad \# \end{aligned}$$

(解法3) $\sqrt{10} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}}$ で作る。

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}} &= \frac{4.472}{1.414} = 3.1626\dots \\ &\quad \text{無限小数} \\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} &= \frac{1.414}{3.1626\dots} = \text{値が求まらない}\dots\end{aligned}$$



問題で与えられた値が「使える形」を目指して変形しよう!

13 次の式の値を求めなさい。 $x = \sqrt{13} + 1$ のとき、 $x^2 - 2x + 1$ の値

(解法1) 即代入

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{13} + 1 \text{ を代入して} \\ (\sqrt{13} + 1)^2 - 2(\sqrt{13} + 1) + 1 \\ &= 13 + 2\sqrt{13} + 1 - 2\sqrt{13} - 2 + 1 \\ &= \underline{13} \# \end{aligned}$$

(解法2) 因数分解して代入

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= (x - 1)^2 \\ x &= \sqrt{13} + 1 \text{ を代入} \\ (\sqrt{13} + 1 - 1)^2 &= (\sqrt{13})^2 \\ &= \underline{13} \# \end{aligned}$$

(解法3) 値変形

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{13} + 1 \text{ より } x - 1 = \sqrt{13} \\ \text{両辺2乗すると,} \\ x^2 - 2x + 1 &= 13 \\ \underline{\quad \quad \quad} \\ \uparrow \text{ 今回の式なので } &\underline{\text{答 } 13} \# \end{aligned}$$

重要

解法3 は 因数分解
できない形に **有力策**
高校で学びます!

14 (1) $\sqrt{126a}$ が自然数になるには、 a はどんな数であればよいですか。自然数 n を使って表しなさい。

① 126 を素因数分解。

$$\sqrt{126a} = 3\sqrt{14a}$$

② $a = 14$ で $3\sqrt{14 \times 14}$
 $= 3 \times 14$
 $= 42$ で自然数になる。

③ $a = 14 \times n^2$ のとき

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{14 \times 14 \times n^2} \\ &= 3 \times \sqrt{14^2} \times \sqrt{n^2} \\ &= 3 \times 14 \times n \\ &= 42n \text{ で自然数となる。} \end{aligned}$$

$$\underline{a = 14n^2} //$$

(2) 100 以下の自然数 a の値を求めなさい。

① $14n^2 \leq 100$

$$n^2 \leq \frac{100}{14}$$

$$n^2 \leq \frac{50}{7} \approx 7.1$$

② 2乗して 7.1 以下なので

$$n = 1, 2$$

③ $n = 1$ のとき

$$a = 14 \times 1^2 = 14$$

$n = 2$ のとき

$$a = 14 \times 2^2 = 56$$

$$\underline{a = 14, 56} //$$



$\sqrt{n^2} = n$ が自然数になる流れ。

① 素因数分解して
 2乗のペアを作る!
 なのでまず「14」が
 確定。



問題文の条件
 を式化して
 考えると、
 候補を絞り込む
 ことができる!

1 基本問題

- ① 0.09 の数の平方根を求めなさい。
- ② $\sqrt{(-2)^2}$ を、根号を使わないで表しなさい。
- ③ $-\sqrt{0.2}$ 、 -0.4 の大小を、不等号を使って表しなさい。
- ④ 循環小数になるのはどれかすべて記号で選びなさい。
- ⑤ 循環しない無限小数になるのはどれかすべて記号で選びなさい。

ア $\sqrt{\frac{9}{25}}$	イ $\sqrt{0.16}$	ウ $\sqrt{\frac{16}{9}}$
エ $\frac{\sqrt{3}}{5}$	オ $-\sqrt{7}$	

2 標準問題

- ⑥ 次の計算をしなさい。
 - (1) $\sqrt{98} \times (-\sqrt{2})$
 - (2) $\sqrt{\frac{1}{2}} \div \sqrt{8}$
- ⑦ 次の数を \sqrt{a} の形で表しなさい。
 - (1) $\frac{\sqrt{125}}{5}$
 - (2) $\frac{1}{3}\sqrt{15}$
- ⑧ 次の数を変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。
 - (1) $\sqrt{0.07}$
 - (2) $\sqrt{\frac{12}{49}}$
- ⑨ 次の計算をしなさい。
 - (1) $\sqrt{50} \div \sqrt{5} \times \sqrt{2}$
 - (2) $-6\sqrt{8} \times \sqrt{20}$
- ⑩ $\frac{9}{\sqrt{18}}$ 分母を有理化しなさい。

3 応用問題

- ⑪ 次の計算をしなさい。
 - (1) $-\sqrt{28} - \sqrt{63}$
 - (2) $\sqrt{18} + \sqrt{28} - \sqrt{8} + \sqrt{63}$
- ⑫ 次の計算をしなさい。 $\sqrt{40} - (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})$
- ⑬ $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{50} = 7.071$ として、次の値を求めなさい。 $\sqrt{0.005}$
- ⑭ $\sqrt{21-4a}$ が自然数となるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

1 基本問題

- 1 0.09 の数の平方根を求めなさい。
- 2 $\sqrt{(-2)^2}$ を、根号を使わないで表しなさい。
- 3 $-\sqrt{0.2}$ 、 -0.4 の大小を、不等号を使って表しなさい。
- 4 循環小数になるのはどれかすべて記号で選びなさい。
- 5 循環しない無限小数になるのはどれかすべて記号で選びなさい。

ア	$\sqrt{\frac{9}{25}}$	イ	$\sqrt{0.16}$	ウ	$\sqrt{\frac{16}{9}}$
エ	$\frac{\sqrt{3}}{5}$	オ	$-\sqrt{7}$		

1 0.09 の数の平方根を求めなさい。

0.3 の 2乗 が 0.09 なので
0.09 の平方根 は ± 0.3 //

2 $\sqrt{(-2)^2}$ を、根号を使わないで表しなさい。

$(-2)^2 = 4$ なので $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = \underline{2}$ //

3 $-\sqrt{0.2}$ 、 -0.4 の大小を、不等号を使って表しなさい。

• $-0.4 = -\sqrt{(0.4)^2} = -\sqrt{0.16}$

• $\sqrt{\quad}$ の中の数を比較すると、

$-\sqrt{0.2} < -\sqrt{0.16}$ よって $-\sqrt{0.2} < -0.4$ //

4 循環小数になるのはどれかすべて記号で選びなさい。 ウ //

5 循環しない無限小数になるのはどれかすべて記号で選びなさい。 エ, オ //

ア $\sqrt{\frac{9}{25}}$	イ $\sqrt{0.16}$	ウ $\sqrt{\frac{16}{9}}$
エ $\frac{\sqrt{3}}{5}$	オ $-\sqrt{7}$	

ア、 $\sqrt{\frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{3^2}{5^2}} = \frac{3}{5}$
 $= 0.6$ //

イ、 $\sqrt{0.16} = \sqrt{(0.4)^2}$
 $= 0.14$ //

ウ、 $\sqrt{\frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{4^2}{3^2}} = \frac{4}{3}$
 $= 1.33\dots$ // (循環する)

エ、 $\frac{\sqrt{3}}{5}$ $\sqrt{3} = 1.732\dots$
無限小数を5で割るとも
無限小数。(循環しない)

オ、 $-\sqrt{7} = -2.646\dots$
無限小数 (循環しない)



- ① $\sqrt{\quad}$ を外す。
- ② 分数なら
小数に表して
循環の判断。

2 標準問題

6 次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{98} \times (-\sqrt{2})$ (2) $\sqrt{\frac{1}{2}} \div \sqrt{8}$

7 次の数を \sqrt{a} の形で表しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{125}}{5}$ (2) $\frac{1}{3}\sqrt{15}$

8 次の数を変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。

(1) $\sqrt{0.07}$ (2) $\sqrt{\frac{12}{49}}$

9 次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{50} \div \sqrt{5} \times \sqrt{2}$
(2) $-6\sqrt{8} \times \sqrt{20}$

10 $\frac{9}{\sqrt{18}}$ 分母を有理化しなさい。

6 次の計算をなさい。

$$(1) \sqrt{98} \times (-\sqrt{2})$$

$$\begin{aligned} &= -7\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) \\ &= -7 \times (-1) \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 7 \times 2 = \underline{14} // \end{aligned}$$

$$(2) \sqrt{\frac{1}{2}} \div \sqrt{8}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2 \times 8}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{16}} = \underline{\frac{1}{4}} // \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

7 次の数を \sqrt{a} の形で表しなさい。

$$(1) \frac{\sqrt{125}}{5}$$

$$= \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{25}} = \sqrt{\frac{125}{25}} = \underline{\sqrt{5}} //$$

$$(2) \frac{1}{3}\sqrt{15}$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{15}{9}} = \underline{\sqrt{\frac{5}{3}}} //$$

8 次の数を変形して、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしろ。

$$(1) \sqrt{0.07} = \sqrt{\frac{7}{100}} = \frac{\sqrt{7}}{10} //$$

$$(2) \sqrt{\frac{12}{49}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{12}}{7} = \frac{2\sqrt{3}}{7} //$$

9 次の計算をしろ。

$$(1) \sqrt{50} \div \sqrt{5} \times \sqrt{2}$$
$$= \frac{\cancel{10}\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{20} = \underline{2\sqrt{5}} //$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$(2) -6\sqrt{8} \times \sqrt{20}$$
$$= -6 \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{5} = \underline{-24\sqrt{10}} //$$

10 $\frac{9}{\sqrt{18}}$ 分母を有理化しろ。

$$= \frac{9}{3\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \underline{\frac{3\sqrt{2}}{2}} //$$

$$\left| \frac{9 \times \sqrt{18}}{\sqrt{18} \times \sqrt{18}} = \frac{9\sqrt{18}}{18} = \frac{\sqrt{18}}{2} = \underline{\frac{3\sqrt{2}}{2}} //$$

(別アプローチ)

3 応用問題

11 次の計算をなさい。

(1) $-\sqrt{28} - \sqrt{63}$

(2) $\sqrt{18} + \sqrt{28} - \sqrt{8} + \sqrt{63}$

12 次の計算をなさい。 $\sqrt{40} - (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})$

13 $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{50} = 7.071$ として、次の値を求めなさい。 $\sqrt{0.005}$

14 $\sqrt{21-4a}$ が自然数となるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

11 次の計算をしなさい。

$$(1) -\sqrt{28} - \sqrt{63}$$

$$\begin{aligned} &= -2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} \\ &= (-2-3)\sqrt{7} = \underline{-5\sqrt{7}} \# \end{aligned}$$

$$(2) \sqrt{18} + \sqrt{28} - \sqrt{8} + \sqrt{63}$$

$$\begin{aligned} &= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{7} \\ &= (3-2)\sqrt{2} + (2+3)\sqrt{7} = \underline{\sqrt{2} + 5\sqrt{7}} \# \end{aligned}$$

12 次の計算をしなさい。 $\sqrt{40} - (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})$

$$\begin{aligned} &= 2\sqrt{10} - (\sqrt{10} - 4 + 5 - 2\sqrt{10}) \\ &= 2\sqrt{10} - \sqrt{10} + 1 + 2\sqrt{10} = \underline{3\sqrt{10} + 1} \# \end{aligned}$$

13 $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{50} = 7.071$ として、次の値を求めなさい。 $\sqrt{0.005}$

$$\sqrt{0.005} = \sqrt{\frac{50}{10000}} = \frac{\sqrt{50}}{100} = \frac{7.071}{100} = \underline{0.07071} \#$$

14 $\sqrt{21-4a}$ が自然数となるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

① $21-4a = k^2$ (k : 自然数) とおくと,

$$a = \frac{21-k^2}{4}$$

② 分子の $21-k^2 > 0$ なので k の変域は

$$1 \leq k \leq 4$$

③ $k=1$ のとき $a = \frac{21-1^2}{4} = \frac{20}{4} = 5$

$k=2$ " $a = \frac{21-2^2}{4} = \frac{17}{4} \times$

$k=3$ " $a = \frac{21-3^2}{4} = \frac{12}{4} = 3$

$k=4$ " $a = \frac{21-4^2}{4} = \frac{5}{4} \times$

以上より

$$\underline{a = 3, 5} //$$



$\sqrt{\quad}$ が自然数になる



$\sqrt{\square^2}$ の形にするために、 k^2 とおいて、 k の候補を見つける。

1 標準問題

① 次の計算をなさい。

$$(1) \sqrt{\frac{7}{3}} - \sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$(2) \sqrt{27} + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \sqrt{48}$$

② 次の計算をなさい。 $(\sqrt{12}+1)(\sqrt{12}+5) - \frac{18}{\sqrt{12}}$

③ $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{50} = 7.071$ として、次の値を求めなさい。 $\sqrt{0.5}$

④ 循環小数を表すとき、

$$\frac{4}{27} = 0.148148 \dots = 0.1\dot{4}8 \quad \text{のように、循環する}$$

部分のはじめと終わりの数字の上に・をつけて表す。

$\frac{15}{11}$ を循環する部分に・をつけて小数で表しなさい。

2 標準問題

⑤ 次の計算をなさい。 $4\sqrt{2} \times \sqrt{12} \div \sqrt{18}$

⑥ $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{50} = 7.071$ として、次の値を求めなさい。
 $-\sqrt{0.05}$

⑦ 次の式の値を求めなさい。

$x = 3 - \sqrt{2}$ のとき、 $x^2 - 9$ の値を求めなさい。

⑧ a を自然数とすると、 $\sqrt{4950a}$ が自然数となるようなもっとも小さい a の値を求めなさい。

3 応用問題

⑨ 次の式の値を求めなさい。

$x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ のとき、 $(x+1)(x-1)$ の値

⑩ $\sqrt{\frac{35a}{2}}$ が2けたの整数になるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

⑪ $\sqrt{34567890}$ を小数で表したとき、整数の部分は何けたの数になるか求めなさい。

1 標準問題

① 次の計算をしなさい。

$$(1) \sqrt{\frac{7}{3}} - \sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$(2) \sqrt{27} + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \sqrt{48}$$

② 次の計算をしなさい。 $(\sqrt{12} + 1)(\sqrt{12} + 5) - \frac{18}{\sqrt{12}}$

③ $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{50} = 7.071$ として、次の値を求めなさい。 $\sqrt{0.5}$

④ 循環小数を表すとき、

$$\frac{4}{27} = 0.148148 \dots = 0.\dot{1}4\dot{8} \quad \text{のように、循環す}$$

る部分のはじめと終わりの数字の上に・をつけて表す。

$\frac{15}{11}$ を循環する部分に・をつけて小数で表しなさい。

1 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{\frac{7}{3}} - \sqrt{\frac{3}{7}} \\ &= \sqrt{\frac{7 \times 7}{3 \times 7}} - \sqrt{\frac{3 \times 3}{7 \times 3}} \\ &= \sqrt{\frac{49}{21}} - \sqrt{\frac{9}{21}} \\ &= \frac{7}{\sqrt{21}} - \frac{3}{\sqrt{21}} \\ &= \frac{7\sqrt{21}}{21} - \frac{3\sqrt{21}}{21} \\ &= \frac{4\sqrt{21}}{21} \quad \# \end{aligned}$$

(別)アロ-4)

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{7}{3}} &= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \quad | \\ \sqrt{\frac{3}{7}} &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \quad | \text{ 1-12} \end{aligned}$$

分母の有理化

$$\begin{aligned}& \frac{\sqrt{21}}{3} - \frac{\sqrt{21}}{7} \\ &= \frac{7\sqrt{21}}{21} - \frac{3\sqrt{21}}{21} \\ &= \frac{4\sqrt{21}}{21} \quad \# \end{aligned}$$

$$(2) \quad \sqrt{27} + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \sqrt{48}$$

$$= 3\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}} - 4\sqrt{3}$$

$$\left(\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \right)$$

$$= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$

$$= (3+1-4)\sqrt{3} = 0 \quad \#$$

2 次の計算をなさい。

$$\underbrace{(\sqrt{12}+1)(\sqrt{12}+5)} - \frac{18}{\sqrt{12}}$$

$$\begin{aligned} \underbrace{\quad} &= (\sqrt{12})^2 + 6\sqrt{12} + 5 \\ &= 12 + 12\sqrt{3} + 5 \\ &= 17 + 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\quad} &= \frac{18\sqrt{12}}{\sqrt{12}\sqrt{12}} = \frac{18\sqrt{12}}{12} \\ &= \frac{36\sqrt{3}}{12} = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって } 17 + 12\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ = \underline{17 + 9\sqrt{3}} \quad \# \end{aligned}$$

3 $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{50} = 7.071$ として、
次の値を求めなさい。 $\sqrt{0.5}$

$$\begin{aligned} \sqrt{0.5} &= \sqrt{\frac{50}{100}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{50}}{10} \\ &= \frac{7.071}{10} = \underline{0.7071} \quad \# \end{aligned}$$



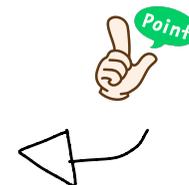
今回は $\sqrt{2}$ や
 $\sqrt{20}$ 、 $\sqrt{10}$ の
値が与えられ
ていない!

$0.5 = \frac{5}{10}$ や $\frac{1}{2}$ など
の変形が使える!

4 循環小数を表すとき、

$$\frac{4}{27} = 0.148148 \dots = 0.\dot{1}4\dot{8} \text{ のように、循環す}$$

る部分のはじめと終わりの数字の上に・をつけて表す。



$\frac{15}{11}$ を循環する部分に・をつけて小数で表しなさい。

$$\begin{array}{r} 1.3636 \\ 11 \overline{) 15} \\ \underline{11} \\ 40 \\ \underline{33} \\ 70 \\ \underline{66} \\ 40 \\ \underline{33} \\ 70 \end{array}$$

再び 40 が
出たので このあとは
繰り返し!

よて

$$1.3636 \dots \text{ での}$$
$$\underline{1.\dot{3}\dot{6}} \#$$

2 標準問題

- 5 次の計算をしなさい。 $4\sqrt{2} \times \sqrt{12} \div \sqrt{18}$
- 6 $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{50} = 7.071$ として、次の値を求めなさい。
 $-\sqrt{0.05}$
- 7 次の式の値を求めなさい。
 $x = 3 - \sqrt{2}$ のとき、 $x^2 - 9$ の値を求めなさい。
- 8 a を自然数とするとき、 $\sqrt{4950a}$ が自然数となるようなもっとも小さい a の値を求めなさい。

5 次の計算をなさい。

$$4\sqrt{2} \times \sqrt{12} \div \sqrt{18}$$

$$\frac{4\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} //$$



• $a \times b \div c = \frac{a \times b}{c}$

• $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 約分可!

(別アプローチ) 前から順!

$$\begin{aligned} \frac{4\sqrt{24}}{\sqrt{18}} &= \frac{4\sqrt{4 \times 6}}{\sqrt{3 \times 3 \times 2}} \\ &= \frac{4 \times 2\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} \\ &= \frac{8\sqrt{3}}{3} // \end{aligned}$$

6 $\sqrt{5} = 2.236$ 、 $\sqrt{50} = 7.071$ として、
次の値を求めなさい。 $-\sqrt{0.05}$

$$\begin{aligned} -\sqrt{0.05} &= -\sqrt{\frac{5}{100}} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10^2}} \\ &= -\frac{\sqrt{5}}{10} = -\frac{2.236}{10} \\ &= \underline{\underline{-0.2236}} // \end{aligned}$$



① 分母を整数にした。

② 分子を与えられた値にした。

7 次の式の値を求めなさい。
 $x = 3 - \sqrt{2}$ のとき、
 $x^2 - 9$ の値を求めなさい。

重要

通常、式 や 値
変形が とっても重要
な問題が多い！

(解法1) 即代入

$$\begin{aligned}(3 - \sqrt{2})^2 - 9 &= 9 - 6\sqrt{2} + 2 - 9 \\ &= \underline{\underline{-6\sqrt{2} + 2}} \quad \# \end{aligned}$$



今回はたまたま
即代入が
速かった！

(解法2) 値変形

$$x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

$$\begin{aligned}x &= 3 - \sqrt{2} \text{ より} \\ x+3 &= 6 - \sqrt{2} \\ x-3 &= -\sqrt{2}\end{aligned}$$

↑ 代入

$$\begin{aligned}(6 - \sqrt{2}) \times (-\sqrt{2}) \\ &= \underline{\underline{-6\sqrt{2} + 2}} \quad \# \end{aligned}$$

⑧ a を自然数とするとき、 $\sqrt{4950a}$ が自然数となるようなもっとも小さい a の値を求めなさい。

① 4950 を素因数分解する。

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)4950} \\ 5 \overline{)990} \\ 2 \overline{)198} \\ 11 \overline{)99} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$



1の位が「0」
のとき 5 で
割り切れる！

② $4950 = 3^2 \times 5^2 \times 2 \times 11$

$$\begin{aligned} \sqrt{4950a} &= \sqrt{3^2 \times 5^2 \times 2 \times 11 \times a} \\ &= \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2} \times \sqrt{2 \times 11 \times a} \\ &= 3 \times 5 \times \sqrt{2 \times 11 \times a} \end{aligned}$$

$$= 15 \times \sqrt{2 \times 11 \times a}$$

$$\begin{aligned} \text{よって } a &= 2 \times 11 \\ &= 22 \\ &\quad \underline{\quad \quad} \# \end{aligned}$$



$\sqrt{\quad}$ の中の数を
2乗にした11から
1つだけ2と
11を1つずつ
 a の値として
かけた！

3 応用問題

9 次の式の値を求めなさい。

$x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ のとき、 $(x+1)(x-1)$ の値

10 $\sqrt{\frac{35a}{2}}$ が2けたの整数になるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

11 $\sqrt{34567890}$ を小数で表したとき、整数の部分は何けたの数になるか求めなさい。

9 次の式の値を求めなさい。

$x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ のとき、 $(x+1)(x-1)$ の値

(解法1) 即代入

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1)(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1)$$

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1)(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1)$$

の9回かけ算。

$$2 + \sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{6} + 3 - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - 1$$
$$= \underline{4 + 2\sqrt{6}} //$$

(解法2) 式変形 [展開] 後代入

$$(x+1)(x-1) = x^2 - 1$$

$x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ を代入すると、

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 1$$

$$= (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 1$$

$$= 2 + 2\sqrt{6} + 3 - 1$$

$$= \underline{4 + 2\sqrt{6}} //$$

10 $\sqrt{\frac{35a}{2}}$ が2けたの整数になるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

① 35 を素因数分解し $\sqrt{\frac{35a}{2}} = \sqrt{\frac{5 \times 7 \times a}{2}}$

① a の最も小さい数

整数にするので「分母の2」が a に入る。
 同じく「分子の5と7」も a に入る。

よって a の最小値は $a = 2 \times 5 \times 7 = 70$

このとき $\sqrt{\frac{35a}{2}} = \sqrt{\frac{5 \times 7 \times 2 \times 5 \times 7}{2}} = 35$ (2けた)

以上より $a = 70, 280$

② 次に大きい a

さらに 2^2 をかけたとき、

$$\sqrt{\frac{5 \times 7 \times 2 \times 5 \times 7 \times 2^2}{2}} = 70 \quad (2けた)$$

$$a = 2 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 280$$

③ 次に大きい a は 2^2 の 2^2 がやりに 3^2 をかけた数。

$$\sqrt{35^2 \times 3^2} = 35 \times 3 = 105 \quad (3けた)$$

11 $\sqrt{34567890}$ を小数で表したとき、整数の部分は何けたの数になるか求めなさい。

• $\sqrt{10^2} = \sqrt{100}$	$\sqrt{\text{の中}}$ (3けた)	$= \sqrt{(10^1)^2} = 10$	<u>整数部分</u> (2けた)
• $\sqrt{10^4} = \sqrt{10000}$	(5けた)	$= \sqrt{(10^2)^2} = 100$	(3けた)
• $\sqrt{10^6} =$	(7けた)	$= \sqrt{(10^3)^2} = 1000$	(4けた)
$\sqrt{34567890}$	(8けた)	<u>整数部分</u>	4けた
• $\sqrt{10^8} =$	(9けた)	$= \sqrt{(10^4)^2} = 10000$	(5けた)