教科書 全問題

$\boxed{\text{解説冊子}}$

未来へひろがる

数学 3

4章 関数 $y=ax^2$

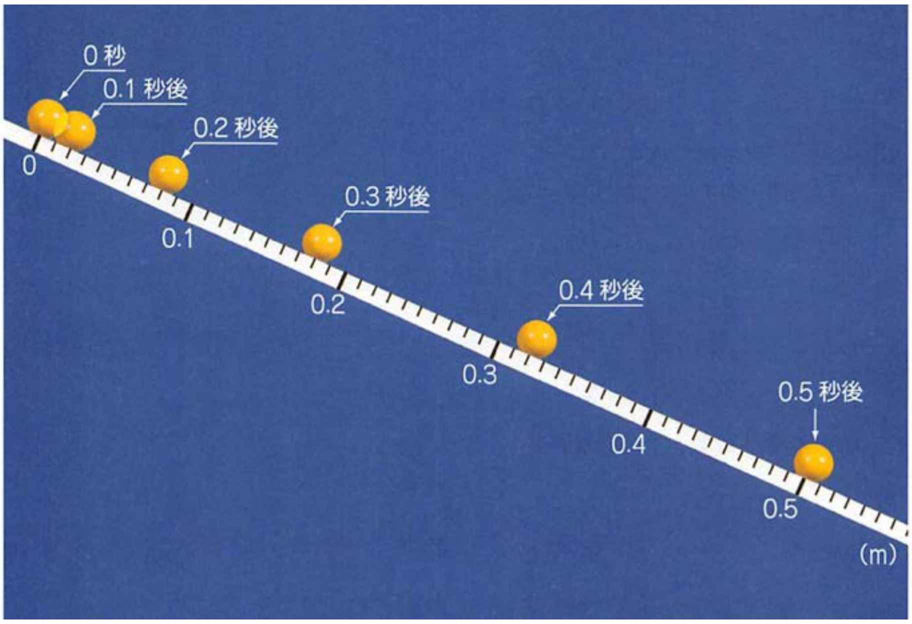
4章 関数 $y=ax^2$

	教科書 ↓	解説 ↓
1節 関数とグラフ	86	
1 関数 $y=ax^2$	88	1
2 関数 $y=ax^2$ のグラフ	91	5
2節 関数 $y=ax^2$ の値の変化	98	
1 関数 $y=ax^2$ の値の増減と変域	99	10
2 関数 $y=ax^2$ の変化の割合	102	12
3節 いろいろな事象と関数	106	
1 関数 $y=ax^2$ の利用	107	14
2 いろいろな関数	108	15
基本のたしかめ	110	18
章末問題	111	20
偲万考		25

1節 関数とグラフ

1 関数 $y=ax^2$

式が $y=ax^2$ で表される関数について学びましょう。



P.87

この斜面で，ボールがころがりはじめてからの時間を x 秒，その間にころがる距離を ym とします。

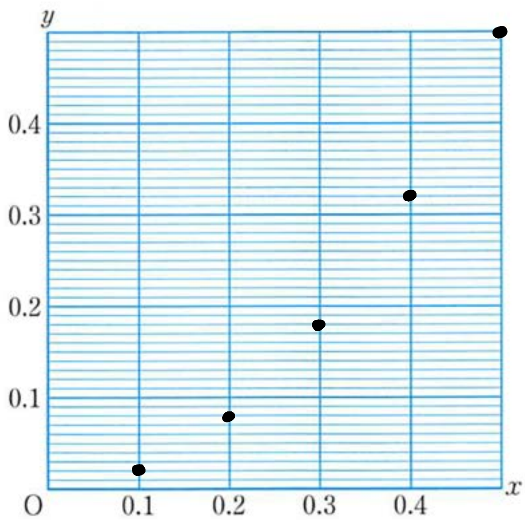
このとき，

x の値を決めると，y の値がただ 1 つに決まるので，y は x の関数になります。

前ページの x と y の関係を，下の表にまとめましょう。

また，つくった表をもとにして，対応する x と y の値の組を座標とする点を，右の図にかき入れましょう。

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	0	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50



Point

上の図の「目盛り」で
yの値を読み取る!

Point

左の表のyの値を
「1目盛り 0.1」と
してかき入れる。

86 ページの場面で，ボールが斜面をころがりはじめてからの時間 x 秒と，その間にころがる距離 y m の関係は，右の表のようになります。

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	0	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50

P.88

ひろげよう どんなことがわかるかな

上の表の x と y の関係が，どんな式で表されるのかを考えるために，右の表に x^2 の値を書き入れましょう。
x^2 と y の間には，どんな関係があるでしょうか。

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
x^2	0	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25
y	0	0.02	0.08	0.18	0.32	0.50

Point

yの値は x^2を「2倍」した値になっているところに気づく！

結論

x^2 と yの間には　$y=2x^2$
または　$\dfrac{y}{x^2}=2$　の関係がある。

問 1　次の場合，x と y の関係を式に表しなさい。

P.89

(1)　1 辺 x cm の正方形の面積 y cm^2

(2)　半径 x cm の円の面積 y cm^2

(1)　正方形の面積
　= 1辺の長さ × 1辺の長さ
　$y=x^2$ //

(2)　円の面積 = 半径 × 半径 × π
　$y=\pi x^2$ //　（πが前！）

Point

関係を表す「公式」は文字式よりも「言葉」でおさえておくと文字が表すものを忘れても大丈夫！

問 2　次の場合，x と y の関係を式に表しなさい。

P.90

(1)　y は x の 2 乗に比例し，$x=4$ のとき $y=48$ である。

(2)　y は x の 2 乗に比例し，$x=-3$ のとき $y=72$ である。

(1)　$y=ax^2$に $x=4$，$y=48$ を代入。
$48=16a$，$a=3$ を $y=ax^2$に代入。
$y=3x^2$ //

(2)　(1)同様にして
$72=a\times(-3)^2$　$a=8$　$y=8x^2$ //

Point

yは x^2に比例し
⇩
「$y=ax^2$」
表すことができる。

ひろげよう

どんなことがわかるかな

P.90

関数 $y=3x^2$ について，下の表を完成させましょう。

また，□にあてはまる数を求めましょう。

3倍　2倍　2倍

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	0	3	$\boxed{12}$	27	48	75	108	147	192	243

$\boxed{4}$倍　$\boxed{9}$倍　$\boxed{4}$倍

$y=3x^2$ の x に 2

を代入すると

$y=3\times 2^2=12$

結論

x が 2倍，3倍 になると，

y は 2^2倍 3^2倍 となる。

練習問題

1 関数 $y=ax^2$

1 ボールがある斜面をころがりはじめてからの時間 x 秒と，その間にころがる距離 y m の関係が，$y=2x^2$ となりました。

P.90

ボールがこの斜面を 18 m ころがるのに，何秒かかりますか。

◎ 言いかえると…。

$y=2x^2$ の式に $y=18$ を代入したときの x の値を求めなさい。

問題文の「値」は，x か y どちらの情報かをチェック！

$18=2x^2$

$9=x^2$

$x=\pm 3$

$\therefore$ 3秒

2 関数 $y=ax^2$ で，$x=2$ のとき $y=-8$ です。

P.90

(1) この関数の式を求めなさい。

(2) $x=5$ のとき，y の値を求めなさい。

(1) $y=ax^2$ に $x=2$，$y=-8$ を代入。

$-8=a\times 2^2 \rightarrow a=-2$ を $y=ax^2$ に代入して $y=-2x^2$

(2) $x=5$ を $y=-2x^2$ に代入して $y=-2\times 5^2=-50$

P.90

③ 関数 $y=ax^2$ で，x と y の関係が次の表のようになるとき，表の空欄（くうらん）をうめなさい。

x	-3	0.5	1	2	③ 5
y	① 36	1	② 4	16	100

$x=2$，$y=16$
を $y=ax^2$ に代入。
$16=4a \rightarrow a=4$
とわかり，$y=4x^2$
となる。

Point
x と y が 両方とも
分かっている欄から
比例定数 a を求める!

① $y=4x^2$ に $x=-3$
を代入する。
$y=4\times(-3)^2=\underline{36}$ //

② $x=1$ を代入。
$y=4\times1^2=\underline{4}$ //

③ $y=100$ を代入。
$100=4x^2$
$25=x^2$
$\underline{x=5}$ //

2 関数 $y=ax^2$ のグラフ

関数 $y=ax^2$ をグラフに表し，その特徴を調べましょう。

$y=x^2$ のグラフ

P.91

ひろげよう どんなことがわかるかな

関数 $y=x^2$ について，下の表を完成させましょう。

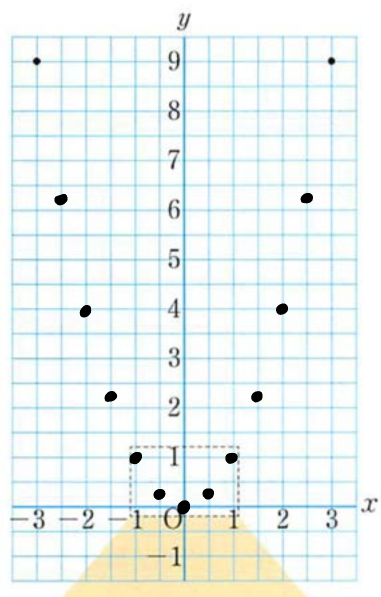
x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	9	4	1	0	1	4	9	…

また，この表をもとにして，x と y の値の組を座標とする点を，下の図にとってみましょう。

Point
① $y=x^2$ の x に
「代入」すると，
y の値が求まる。
② その (x, y) を
下の図にとる!

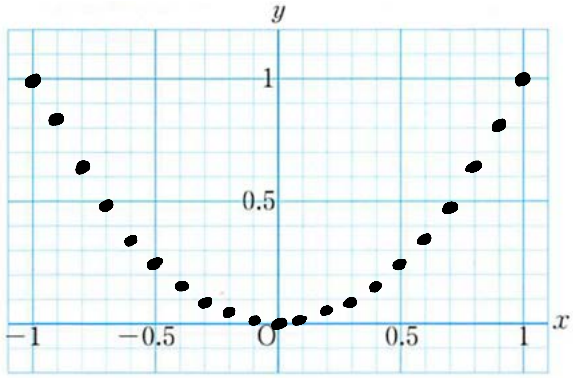
問1 関数 $y=x^2$ で，x の値を -3 から 3 まで，0.5 おきにとって，対応する y の値を求め，それらの値の組を座標とする点を，右の図にかき入れなさい。

$x=\pm2.5$　$y=(-2.5)^2=6.25$
$=\pm1.5$　$y=(-1.5)^2=2.25$
$=\pm0.5$　$y=(-0.5)^2=0.25$



問2 関数 $y=x^2$ で，x の値を -1 から 1 まで 0.1 おきにとって，対応する y の値を求め，それらの値の組を座標とする点を，右の図にかき入れなさい。

P.91



$x=\pm 0.9$ 〃 $y=0.81$
$x=\pm 0.8$ 〃 $y=0.64$
$x=\pm 0.7$ 〃 $y=0.49$
$x=\pm 0.6$ 〃 $=0.36$
$=\pm 0.5$ 〃 $=0.25$
$=\pm 0.4$ 〃 $=0.16$
$=\pm 0.3$ 〃 $=0.09$
$=\pm 0.2$ 〃 $=0.04$
$=\pm 0.1$ 〃 $=0.01$

Point

「表」や「∪の図」から y軸対称になっていることに気づくので xの値は $\pm$ ⑦ のように 正・負両方を一度に計算している！

$y=ax^2$ のグラフ

ひろげよう どんなことがわかるかな

P.92

関数 $y=2x^2$ について，下の表を完成させましょう。

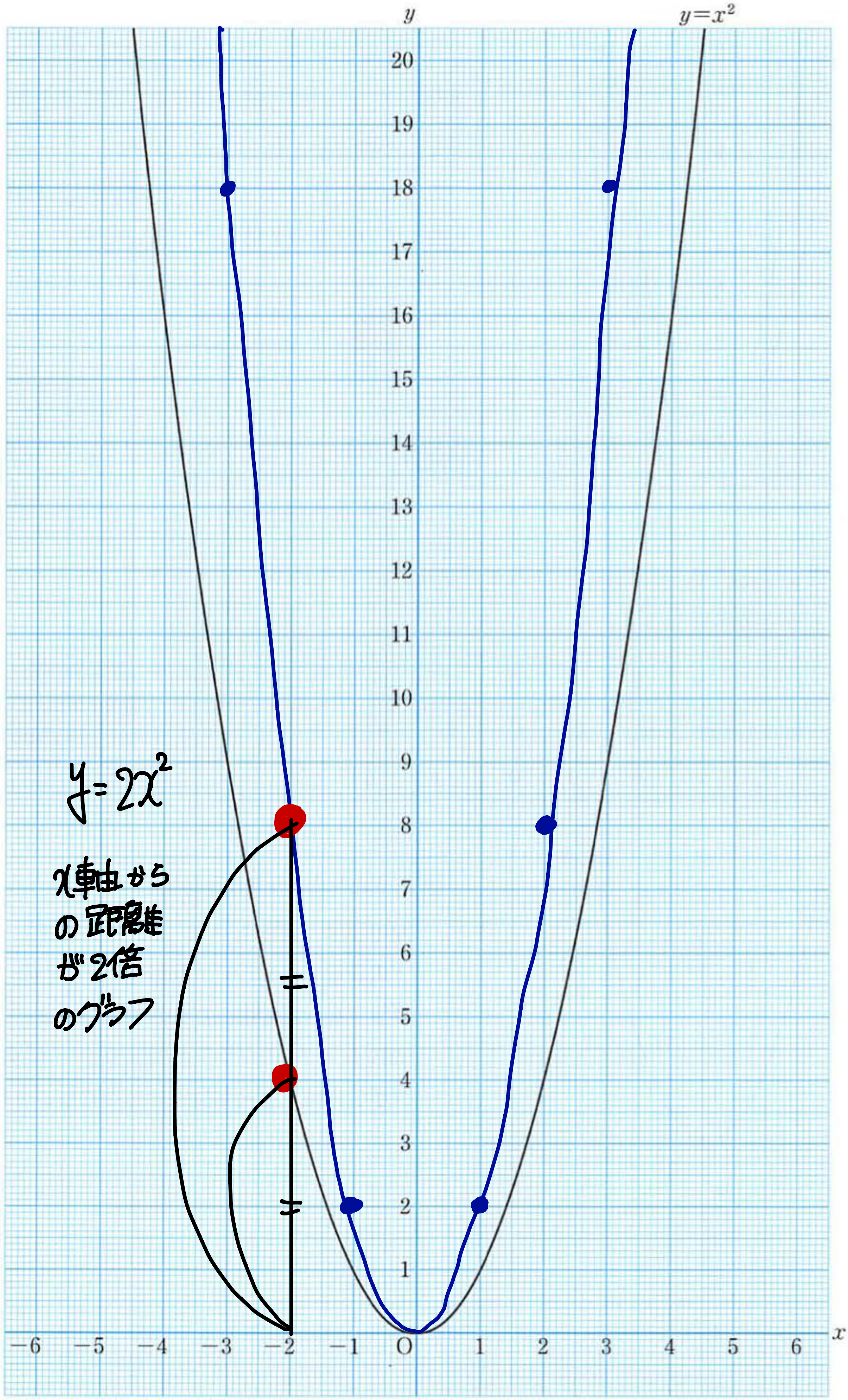
x	…	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	…
x^2	…	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	…
$2x^2$	…	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	…

この表をもとにして，関数 $y=2x^2$ のグラフを次のページの図にかき入れましょう。また，このグラフと関数 $y=x^2$ のグラフをくらべてみましょう。

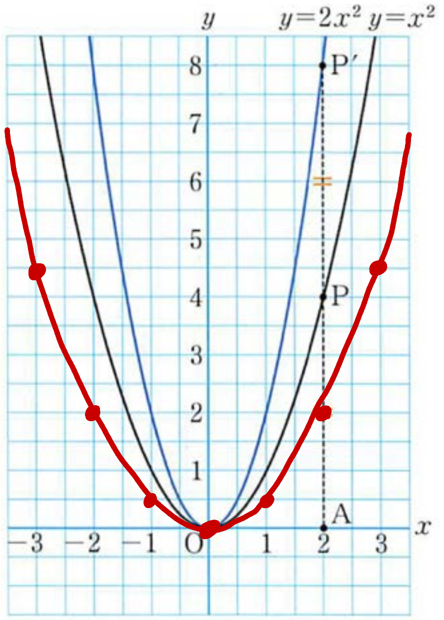
Point

「表の完成」
縦 は 比例定数倍
横 は 2乗の関係

今回の $2x^2$ の欄は 縦に見て，x^2の値を 2倍 した値を かけばよい。



y
$y=x^2$
x
O
$y=2x^2$
x軸から
の距離
が2倍
のグラフ



問3 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを，左の図にかき入れなさい。

P.94

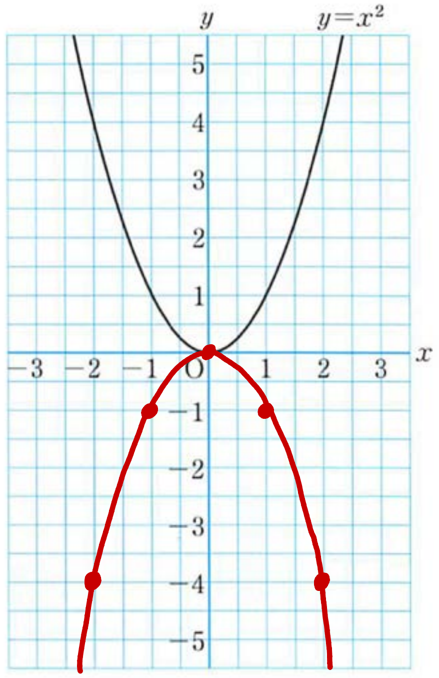
$x=\pm3$のとき　$y=\frac{1}{2}\times9=4.5$

微妙なところは↑計算!

$\boxed{x軸とy=x^2の距離の半分(\tfrac{1}{2})のグラフとなる!}$

関数 $y=ax^2$ で，$a<0$ のときのグラフを，$y=-x^2$ を例にとって調べましょう。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
x^2	…	9	4	1	0	1	4	9	…
$-x^2$	…	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	…



P.94

ひろげよう　どんなことがわかるかな

左の図は，関数 $y=x^2$ のグラフです。
上の表をもとにして，関数 $y=-x^2$ のグラフを，左の図にかき入れましょう。
関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=-x^2$ のグラフには，どんな関係があるでしょうか。

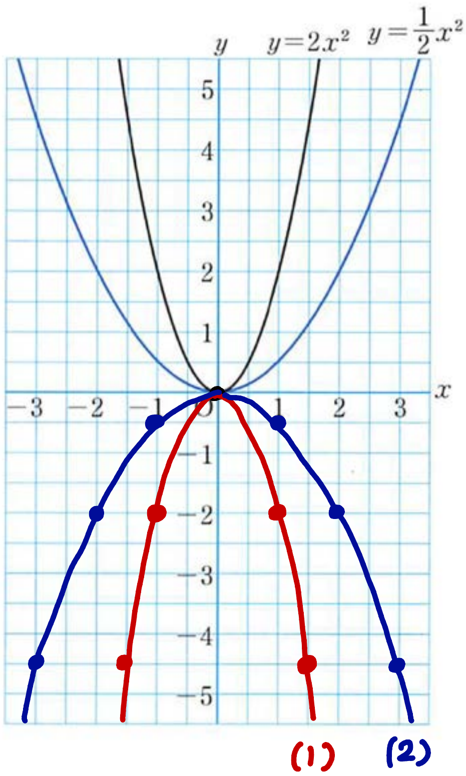
x軸対称のグラフになっている!

問4 右の図に，次の関数のグラフをかき入れなさい。 p.210 28

P.96

(1) $y=-2x^2$

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2$



(1) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ を通す。

(2) $\left(\pm 1, -\frac{1}{2}\right)\left(\pm 3, -\frac{9}{2}\right)$

重要

「y軸対称」を利用してグラフを分くことはないので「通る点」をとってかきます。

自分のことばで伝えよう

P.97

右の図は，3つの関数

$y=\frac{1}{4}x^2$

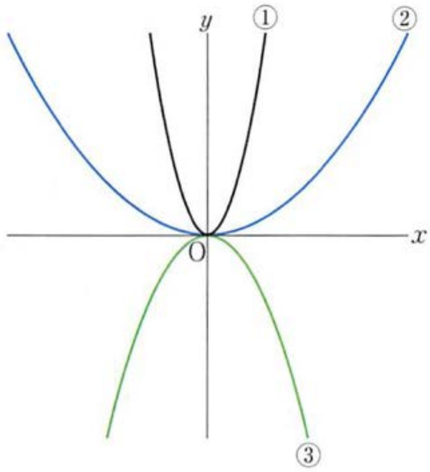
$y=3x^2$

$y=-x^2$

のグラフを，同じ座標軸を使ってかいたものです。

①，②，③は，それぞれどの関数のグラフになっていますか。

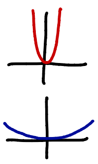
また，その理由を説明しましょう。



・x軸の上側（下に凸）のグラフ → $y=ax^2$ $(a>0)$

　下側（上に凸） → $(a<0)$

└▷ ①，② は $y=\frac{1}{4}x^2$ または $y=3x^2$，③ は $y=-x^2$ 確定。

・y軸に近いグラフ  → 比例定数 a が大きい

x軸 〃 → a が 0 に近い

└▷ ③の $y=-x^2$ のグラフの開きと比較し，

① $y=3x^2$ // ② $y=\frac{1}{4}x^2$ //

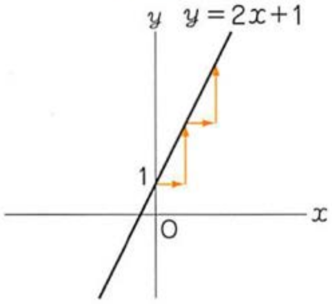
P.99

2節 関数 $y=ax^2$ の値の変化

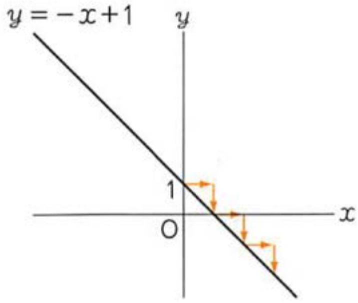
1 関数 $y=ax^2$ の値の増減と変域

関数 $y=ax^2$ の値の変化のようすについて調べましょう。

ふりかえり 2年



一次関数 $y=2x+1$ では，
x の値が増加するにつれて，
y の値は $\boxed{増加する。}$



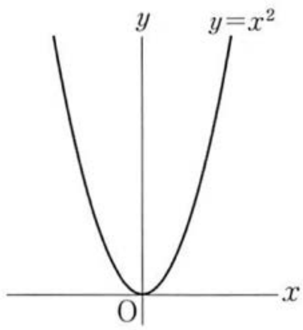
一次関数 $y=-x+1$ では，
x の値が増加するにつれて，
y の値は $\boxed{減少する。}$

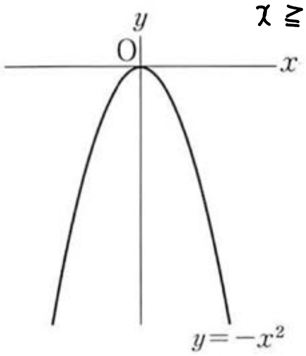
$y=ax+b$ の増減のようすは a の値によって決まったね

P.99

ひろげよう どんなことがわかるかな

関数 $y=ax^2$ の値の増減のようすについて，どんなことがいえるでしょうか。
$y=x^2$ と $y=-x^2$ を例にとって，上の ふりかえり と同じようにして調べましょう。





[$y=x^2$]
$x \leqq 0$ のとき x が増加すると，y は減少
$x \geqq 0$ 　　　　　　　　　　　y は増加

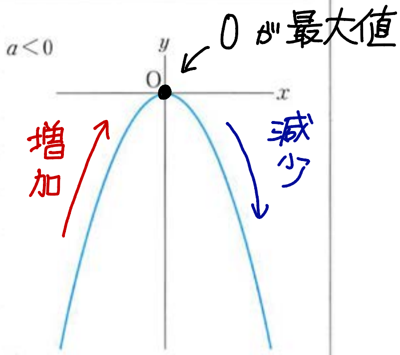
[$y=-x^2$]
$x \leqq 0$ のとき x が増加すると，y は増加
$x \geqq 0$ 　　　　　　　　　　　y は減少

P.100

自分の考えをまとめよう

関数 $y=ax^2$ のグラフは，$a<0$ のとき，右の図のようになります。
グラフから，y の値の増減について，次のことがいえます。

- $x \leqq 0$ の範囲では，x の値が増加するにつれて，y の値は $\boxed{増加}$ する。
  $x \geqq 0$ の範囲では，x の値が増加するにつれて，y の値は $\boxed{減少}$ する。
- $x=0$ のとき y の値は 0 で，$\boxed{最大}$ になる。
- x がどんな値をとっても，$y \leqq 0$ である。



変域とグラフ

問 1　関数 $y=2x^2$ について，x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

P.101

(1)　$-1 \leqq x \leqq 2$

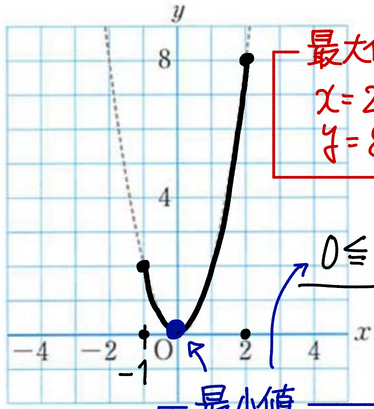
(2)　$-2 \leqq x \leqq -1$

Point

① x の変域 のグラフをかく。

② 最小値，最大値 を確認。

(1)

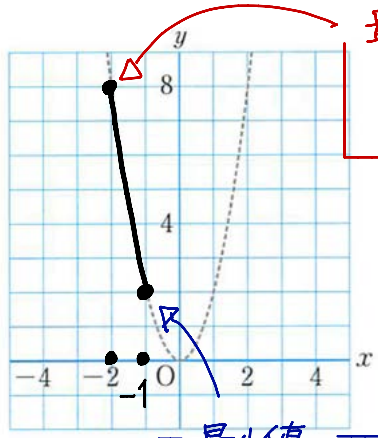


最大値
$x=2$ のとき
$y=8$

$0 \leqq y \leqq 8$ //

最小値
$x=0$ のとき $y=0$

(2)



最大値
$x=-2$ のとき
$y=8$

$2 \leqq y \leqq 8$ //

最小値
$x=-1$ のとき $y=2$

問 2　関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ について，x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

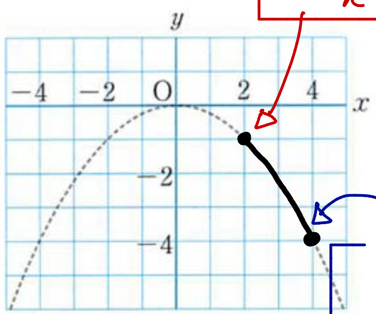
P.101

(1)　$2 \leqq x \leqq 4$

(2)　$-4 \leqq x \leqq 1$

p.210 29

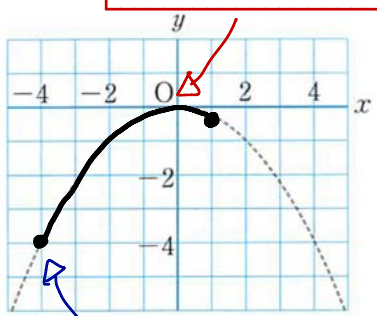
最大値
$x=2$ のとき $y=-1$



最小値
$x=4$ のとき
$y=-4$

$-4 \leqq y \leqq -1$ //

最大値
$x=0$ のとき $y=0$



$-4 \leqq y \leqq 0$ //

最小値
$x=-4$ のとき $y=-4$

重要

本来，点線のグラフは
自分でかく ものなので
「格子点（x，y 共に整数）」
の点をとってかけるようにして
おこう！

Point

x の変域が
「原点」を含んでいる
とき，最大・最小値
を原点でとる。

2 関数 $y=ax^2$ の変化の割合

関数 $y=ax^2$ の変化の割合を調べましょう。

ひろげよう どんなことがわかるかな

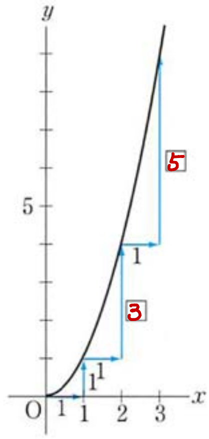
P.102

関数 $y=x^2$ について，下の表の x の値に対応する y の値を書き入れましょう。
また，x の値が 0 から 1 ずつ増加するときの y の増加量を□に書き入れましょう。

x	0	1	2	3	4	5	…
y	0	1	4	9	8	10	…

x の増加量：1, 1, 1, 1, 1

y の増加量：1, $\boxed{3}$, $\boxed{5}$, $\boxed{7}$, $\boxed{9}$



問1 関数 $y=2x^2$ について，x の値が，次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

P.103

(1) 1 から 4 まで　　(2) −4 から −1 まで

(1)

y	2 → 32
x	1 → 4

$2\times1^2=2$　$2\times4^2=32$

$(変) = \dfrac{32-2}{4-1} = \dfrac{30}{3} = 10$

(2)

y	32 → 2
x	−4 → −1

$(変) = \dfrac{2-32}{-1-(-4)} = \dfrac{-30}{3} = -10$

Point

$y=ax^2$ の変化の割合

y	$ax_1^2 \to ax_2^2$
x	$x_1 \to x_2$

変化の割合 $= \dfrac{yの増加量}{xの増加量}$

$= \dfrac{ax_2^2-ax_1^2}{x_2-x_1}$

問2 関数 $y=-x^2$ について，x の値が，次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

P.103

(1) 1 から 3 まで　　(2) −4 から −2 まで

比例定数は $y=-1\times x^2$

より $a=-1$

(1) $-1\times(1+3)$

$=-1\times4=-4$

(2) $-1\times(-4+(-2))$

$=-1\times(-6)=6$

重要

$\dfrac{a(x_2^2-x_1^2)}{x_2-x_1}$

$= \dfrac{a(x_2+x_1)\cancel{(x_2-x_1)}}{\cancel{x_2-x_1}}$　約分！

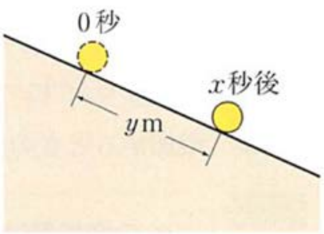
$= a(x_2+x_1)$

比例定数 a に x の変域の和をかけると変化の割合が求まる！

平均の速さ

例題2 86 ページの斜面で，ボールがころがりはじめてからの時間を x 秒，その間にころがる距離を y m とすると，$y=2x^2$ という関係がありました。このとき，2 秒後から 4 秒後までの平均の速さを求めなさい。

P.104



Point

平均の速さ $=\dfrac{\text{転がった距離}}{\text{転がった時間}}$

（変化の割合を求める式と同じ!）

$2(2+4)=12$ m/秒

重要

速さの求め方の理解が大切

便利な公式の大事な土台

問3 例題2 で，次の場合の平均の速さを求めなさい。

P.104

(1) 1 秒後から 2 秒後まで　　(2) 3 秒後から 5 秒後まで

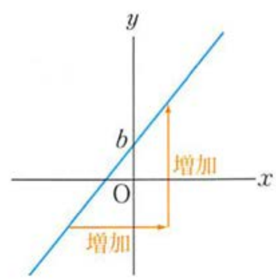
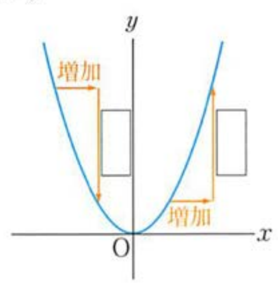
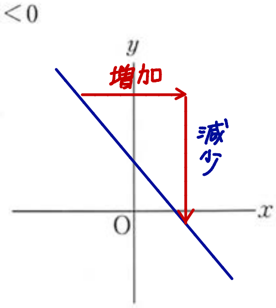
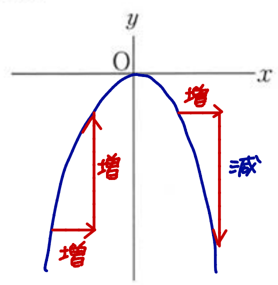
(1) $2(1+2)=6$　　6m/秒

(2) $2(3+5)=16$　　16m/秒

一次関数と関数 $y=ax^2$

自分の考えをまとめよう

P.105

	一次関数 $y=ax+b$	関数 $y=ax^2$
グラフの形	直線	放物線
y の値の増減	$a>0$ 	$a>0$  $x=0$ のとき，y の値は最小
	$a<0$ 	$a<0$  $x=0$ のとき，y の値は最大
変化の割合	一定で $\boxed{a}$ に等しい	一定ではない

重要

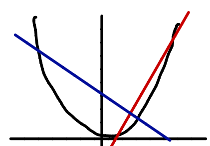
変化の割合

⇩

2点を結ぶ直線の傾き

なので

比例は一定で放物線は一定でない。



3節 いろいろな事象と関数

1 関数 $y=ax^2$ の利用

身のまわりにある関数 $y=ax^2$ について調べましょう。

制動距離

P.107

時速 x km で走る自動車の制動距離を y m とすると，y は x の 2 乗に比例することが知られています。

その関係が，

$$y=0.006x^2$$

で表されるとき，対応する値の組は，次の表のようになります。

x	20	30	40	50	60
y	2.4	5.4	9.6	15.0	21.6

自分のことばで伝えよう

上の表で，時速 30km と時速 40km のときの制動距離の差を求めましょう。また，時速 50km と時速 60km のときの制動距離の差を求めましょう。どんなことがわかるでしょうか。

◎ 制動距離の差

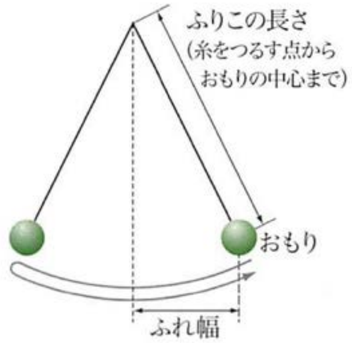
- 30km/h と 40km/h
  $9.6-5.4=4.2$ (m)
- 50km/h と 60km/h
  $21.6-15.0=6.6$ (m)

速くなるほど，制動距離の増え方が大きくなる。

ふりこの長さと周期

ふりこが 1 往復するのにかかる時間は，おもりの重さやふれ幅(はば)に関係なく一定で，それを周期といいます。

周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると，およそ $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係があります。



問 1 周期が 1 秒であるふりこをつくるには，ふりこの長さを何 m にすればよいでしょうか。

P.107

→ $x=1$ のとき y の値を求めなさい。

$y=\frac{1}{4}\times1^2=\frac{1}{4}$　　$\frac{1}{4}$ (0.25) m

文章を「式の値」問題に変換する力が 文章題を解く力につながる！

問 2 次のような長さのふりこの周期は，何秒になりますか。

P.107

(1) 1 m　　(2) 4 m

$y=1$ のときの x の値

$1=\frac{1}{4}x^2$

$x^2=4$

$x=2$　　2秒

$y=4$ のときの x の値

$4=\frac{1}{4}x^2$

$x^2=16$

$x=4$　　4秒

x の値は時間なので「正」

2 いろいろな関数

これまでに学んだ関数とは違う関数を考えましょう。

身のまわりへひろげよう　レンタサイクルの料金

生活　社会

観光地などに行くと，1日でたくさんの場所をめぐることができるように，自転車を貸してくれるレンタサイクル店が並んでいることがあります。

A店で自転車を借りるとき，その料金は，次の表のようになっています。

時間	2時間まで	4時間まで	6時間まで	8時間まで	12時間まで
料金	600円	1000円	1300円	1500円	1800円

1 A店で自転車を借りる時間を x 時間，そのときの料金を y 円とするとき，x の変域によって，y は右のように表されます。

P.108

表をもとにして，右の□をうめましょう。

$0 < x \leqq 2$ のとき，$y = 600$

$\boxed{2} < x \leqq \boxed{4}$ のとき，$y = 1000$

$\boxed{4} < x \leqq \boxed{6}$ のとき，$y = 1300$

$6 < x \leqq 8$ のとき，$y = \boxed{1500}$

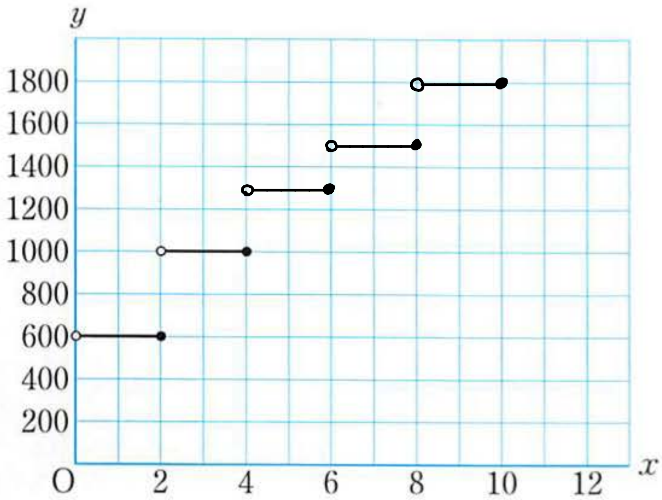
$8 < x \leqq 12$ のとき，$y = 1800$

Point

8時間を超えたら
1800円なので
＜　＝はつかない。

2 **1** の x と y の関係を表すグラフを，下の図にかき入れて完成させましょう。

P.108

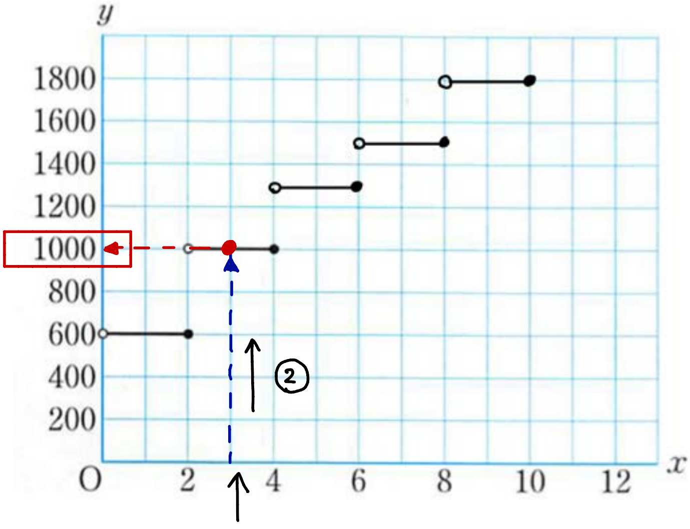


重要

注　左のグラフで，端の点をふくむ場合は•，ふくまない場合は∘で表しています。

3 A 店で自転車を借りてから，3 時間 10 分後に返したとき，料金はいくらになりますか。

P.109



「階段関数 の 読み方」

① xの値 を 問題文 から 読み取る。

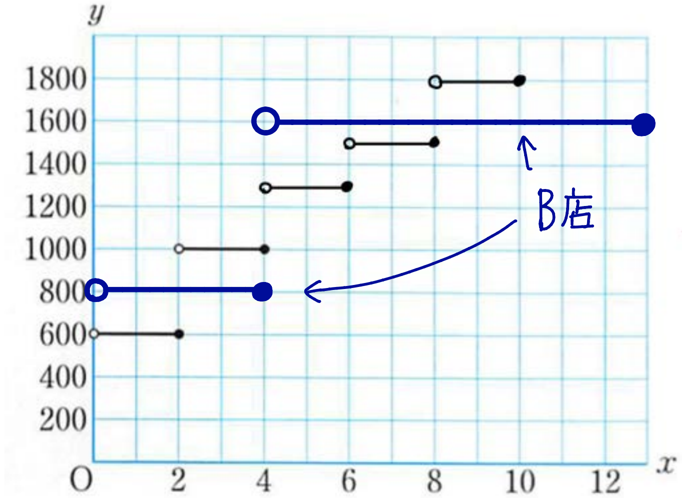
② 真上 に あがり，グラフとの交点の

③ y座標 を 読む。

1000円 //

4 別の B 店で自転車を借りると，その料金は，4 時間までは 800 円，4 時間をこえると 1600 円となっています。
A 店で自転車を借りた方が安くすむのは，どんな場合か調べましょう。

P.109



「A店の方が安い」

⇨ A店の真上に B店のグラフがある!

B店のグラフが上にあるところをチェック!

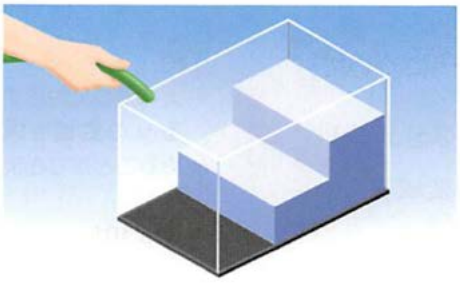
2時間まで と 4時間を超えて 8時間まで //

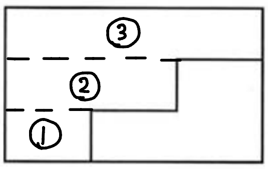
みんなで話しあってみよう　P.109

下の図のような，底が階段状になっている直方体の水そうがあります。この水そうに，毎分同じ割合で水を入れます。

水を入れはじめてからの時間を x 分，水面の高さを y cm とすると，y は x の関数です。

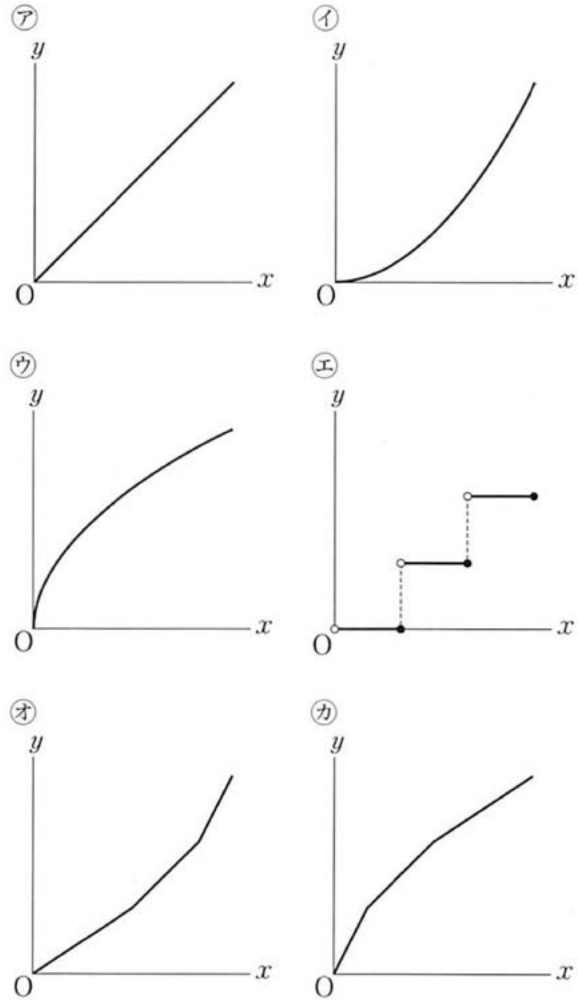
この関数を表すグラフは，右の㋐〜㋕のうち，どの形で表されるでしょうか。





横から見た図


上から見た図



① 「横から見た図」で最初は①に水が入る。
直方体の空間なので一定の量で水は増えるので
㋐のような直線のグラフとなり，㋐，㋔，㋕が候補。

② ①に比べ水が入る直方体は大きいので，水が増える速さは遅くなる。

③ ②以上に増える速さは遅い。

これらのことより
㋕が答

4章の基本のたしかめ

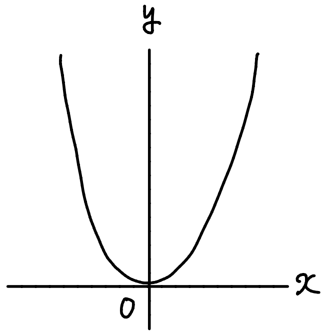
1 y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=-18$ です。
x と y の関係を式に表しなさい。

P.110

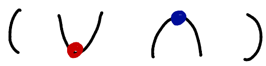
①より　$y=ax^2$ と表せる。
②より　$x=3$，$y=-18$ を
$y=ax^2$ に代入し，
$-18=a\times3^2$
$a=-2$
$y=-2x^2$ //

重要
- y は x に 比例 し
  $\longrightarrow$ $y=ax$
- y は x に 反比例 し
  $\longrightarrow$ $y=\frac{a}{x}$
- y は x の 一次関数 で
  $\longrightarrow$ $y=ax+b$
- y は x^2 に比例 し
  $\longrightarrow$ $y=ax^2$

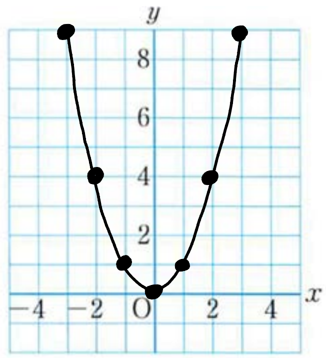
2 次の□にあてはまるものを書き入れなさい。
関数 $y=5x^2$ のグラフは，$\boxed{上}$ に開き，軸(じく)は $\boxed{y軸}$，
頂点は $\boxed{原点}$ である放物線になる。



∪ ← 上に開いている。
軸 ← 線対称の軸なので y軸
頂点 ← 軸と放物線の交点



3 関数 $y=x^2$ のグラフをかきなさい。

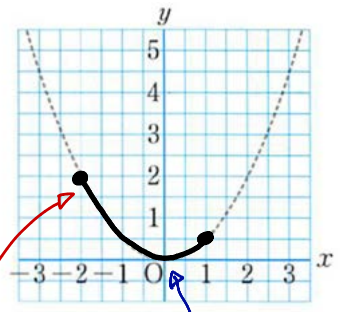


- 原点と $x>0$ の点をとる。
  (0,0) (1,1) (2,4) (3,9)
- y軸対称なので
  (−1,1) (−2,4) (−3,9)
- なめらかにつないで完成！

Point
- 格子点(こうしてん)（x, y が共に整数の点）
  をとる。

  ※点が少ない場合
  分数となる点で
  より正確にかく！

4



関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、

x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$

のときの y の変域を

求めなさい。

最大値
$x=-2$ のとき
$y=2$

最小値
$x=0$ のとき
$y=0$

Point

式と変域だけを見て
代入して求めるとミスしやすい！

※ 変域が原点を含む
場合注意。

5 関数 $y=3x^2$ について、x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1から3まで　　　(2) -3 から -1 まで

$y=3x^2$

1から $\boxed{3}$ まで

$$\text{変} = 3 \times (1 + \boxed{3})$$

$$= 3 \times 4 = 12$$

$$\text{変} = 3 \times ((-3) + \boxed{(-1)})$$

$$= 3 \times (-4)$$

$$= -12$$

重要

公式の作られ方
をおさえておこう！

Point

$y=ax^2$ の変化の割合

y	$ax_1^2 \to ax_2^2$
x	$x_1 \to x_2$

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{ax_2^2 - ax_1^2}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{a(x_2^2 - x_1^2)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a(x_2+x_1)\cancel{(x_2-x_1)}}{\cancel{x_2-x_1}}$$

約分！

$$= a(x_2+x_1)$$

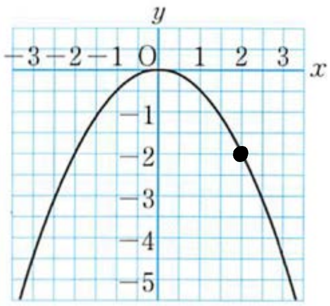
比例定数 a に x の変域の和
をかけると変化の割合が求まる！

4章の章末問題

1 右の曲線は，関数 $y=ax^2$ のグラフです。

(1) x と y の対応する値を読んで，a の値を求めなさい。

(2) $x=\frac{3}{2}$ のとき，y の値はいくらですか。



(1) 通る1点を読み取り $y=ax^2$ に代入。
$(2,-2)$ を代入　$-2=a\times2^2$　$a=-\frac{1}{2}$ //

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2$ に $x=\frac{3}{2}$ を代入。
$y=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{9}{8}$　$y=-\frac{9}{8}$ //

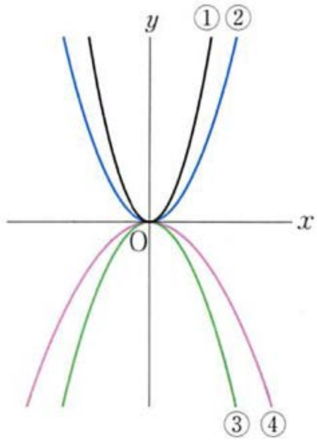
Point
格子点（x, y 共に整数）が計算しやすい！

2 右の図は，4つの関数

$y=-x^2$　　$y=-\frac{1}{2}x^2$

$y=2x^2$　　$y=x^2$

のグラフを，同じ座標軸を使ってかいたものです。①〜④は，それぞれどの関数のグラフになっていますか。



① … 上に開いているので比例定数 $a>0$
②よりも開きが小さいので $y=2x^2$

② … $y=x^2$ //（①より）

③ … 下に開いているので比例定数 $a<0$
④より開きが小さいので $y=-x^2$ //

④ … ③より $y=-\frac{1}{2}x^2$ //

3 ① y が x の2乗に比例し，x の値が2から4まで増加するとき，② 変化の割合が3となる関数の式を求めなさい。

重要

解法2を理解してから1をマスターしよう！

［解法1］公式の利用

①より $y=ax^2$ と表せる。

②より $a(2+4)=3$
$6a=3$
$a=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2$ //

［解法2］定義より

y	$4a$ → $16a$
x	2 → 4

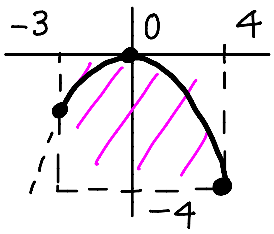
(変) $=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{16a-4a}{4-2}=\dfrac{12a}{2}=6a$

②より $6a=3$
$a=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2$ //

4 関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域が $-4 \leqq y \leqq 0$ です。a の値を求めなさい。

P.111



・x, y の変域の重なる範囲でグラフが通る点の座標を見つける！

・$(4, -4)$ を $y=ax^2$ に代入し $-4=16a$

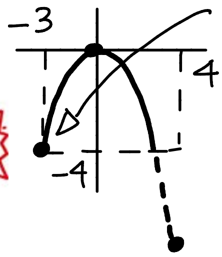
$a=-\frac{1}{4}$ //

Point

「変域問題」

領域からグラフへ！

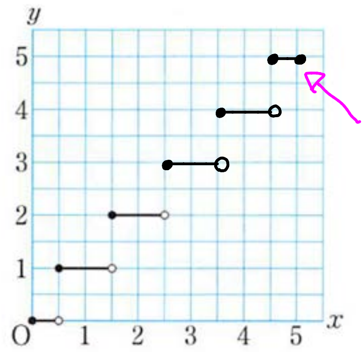
重要



ここを通るとすると，$x=4$ のとき最小値が $y=-4$ よりも小さくなってしまう。

5 右の図は，$0 \leqq x \leqq 5$ の数 x について，x の小数第1位を四捨五入した数を y として，x と y の関係をグラフに表したものです。
このグラフを完成させなさい。

P.111



問題文で $0 \leqq x \leqq 5$ なのでここで終わり！

・$0 \leqq x < 0.5$ の場合 0.□ ↑を四捨五入すると 0

・$0.5 \leqq x < 1.5$ の場合 1

のように考えていくと図のようになる。

Point

具体的に考えるとグラフが描きやすい！

1.3 → 1
2.0 → 2

6 2つの関数 $y=x^2$ と $y=6x-1$ について，x の値が，a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が等しくなります。このとき，a の値を求めなさい。 ☆

P.112

(i) $y=x^2$ で a から $a+2$ まで増加するときの 変

変 $= 1 \times (a + a+2)$
$= 2a+2$

(ii) $y=6x-1$ で a から $a+2$ まで増加するときの 変

一次関数は 変 = 傾き
なので 変 $= 6$

(i)(ii) と ☆ より

$2a+2 = 6$
$2a = 4$　　$a = 2$ //

Point

変化の割合は $x=a$，$x=a+2$ のときのグラフの2点を結ぶ直線の傾きを表しているので，一次関数の場合，常に一定で傾きに等しい！

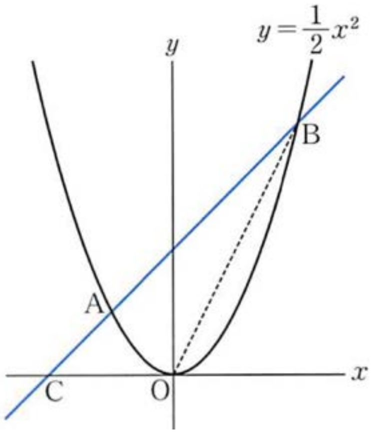
P.112

7 右の図のように，関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上に，2点A，Bがあります。
A，Bのx座標が，それぞれ，−2，4であるとき，次の問いに答えなさい。

(1) 2点A，Bの座標を求めなさい。

(2) 2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

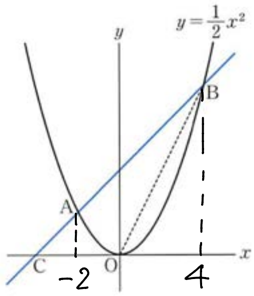
(3) A，Bを通る直線がx軸と交わる点をCとするとき，△BCOの面積を求めなさい。



(1) 2点A，Bの座標を求めなさい。

問題文 ＿＿＿＿ より，
$x=-2, 4$ を
$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入する。
$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$
$y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$
よって

$$\boxed{\begin{array}{l}A(-2,2)\\B(4,8)\end{array}}$$

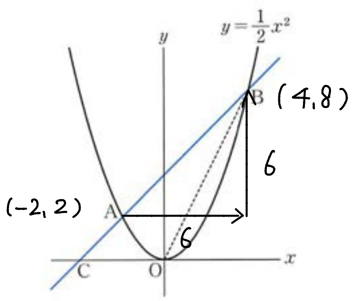


一次関数 と 二次関数
の融合問題
代表的な問題！
(1)(2)は 与えられなくても
必要な情報

(2) 2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

求める直線の式を
$y=ax+b$ とする。

① 傾き ＝ 変化の割合
$$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$=\frac{8-2}{4-(-2)}=1$$

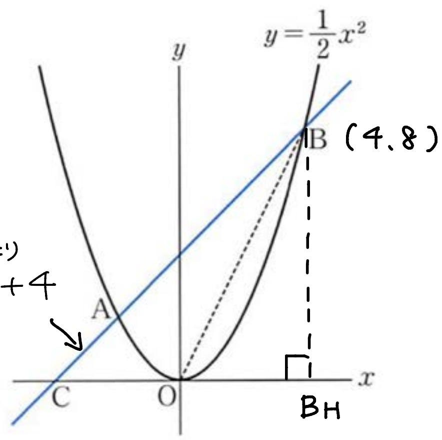


② $y=ax+1$ に $a=1$ を代入して $y=x+b$
B(4,8)を代入して $8=4+b$，$b=4$

$$\boxed{y=x+4}$$

P.112

(3) A, B を通る直線が x 軸と交わる点を C とするとき，△BCO の面積を求めなさい。



∅ $\triangle BCO$ = 底辺 × 高さ × $\frac{1}{2}$
= CO × BB_H × $\frac{1}{2}$

∅ CO の長さを求めるために
x 軸 と $y=x+4$ の交点を求める。

$\begin{cases} y=0 \\ y=x+4 \end{cases} \rightarrow$ $x=-4$
C $(-4, 0)$

よって $\underline{CO=4}$

∅ B_H は B からの垂線の長であり
B の y 座標 に 等しい。 $BB_H=8$

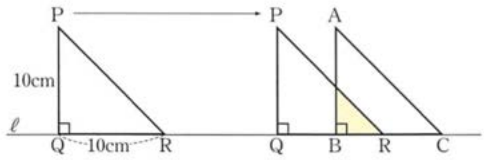
$\triangle BCO = 4 \times 8 \times \frac{1}{2} = \underline{16}$ //

Point

AB と x 軸の交点 C は
x 軸 … $y=0$ なので
$\begin{cases} y=0 \\ y=x+4 \end{cases}$ を解いた解が 座標 になる！

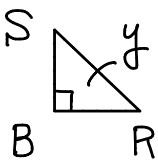
P.112

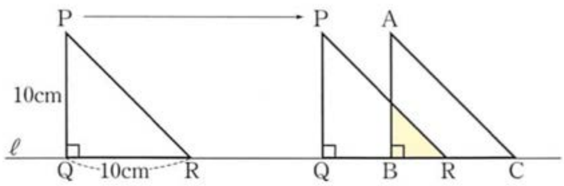
8 下の図のように，直角をはさむ2辺の長さが，それぞれ10 cmの合同な2つの直角二等辺三角形△ABCと△PQRがあります。
△PQRは，直線ℓにそって矢印の方向に毎秒2 cmの速さで動いていきます。



(1) 点Rが点Bの位置にきたときからx秒後の△PQRと△ABCが重なった部分の面積を，y cm^{2}とします。点Rが点Bから点Cまで動くとき，xとyの関係を式に表しなさい。
(2) (1)の関数のグラフをかきなさい。
(3) (1)の関数について，yの変域を求めなさい。

(1) 点Rが点Bの位置にきたときからx秒後の△PQRと△ABCが重なった部分の面積を，y cm^{2}とします。点Rが点Bから点Cまで動くとき，xとyの関係を式に表しなさい。

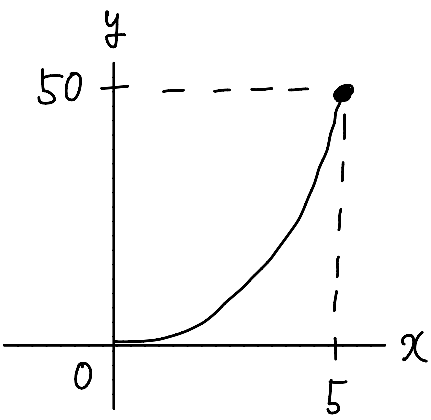




- 2cm/秒でPは動くので
  $BR = 2x$ cm
- SBも $2x$ cm (PQ=QRより)
- $y = BR \times SB \times \frac{1}{2} = 2x \times 2x \times \frac{1}{2} = 2x^2$
- RがCに重なるまでの時間は
  2cm/秒で BC=10 cmより $10 \div 2 = 5$秒

よって $y = 2x^2 \ (0 \leqq x \leqq 5)$ //

(2) (1)の関数のグラフをかきなさい。



(3) (1)の関数について，yの変域を求めなさい。

左のグラフから
$0 \leqq y \leqq 50$ //

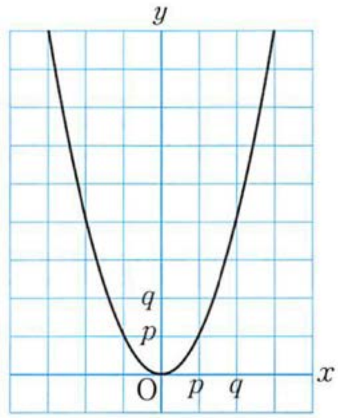
2次関数は通る1点がわかれば式・グラフが1つに決まる!

P.113

目もりのとり方とグラフ

千思万考
～せんしばんこう～

右の図は関数 $y=ax^2$ のグラフです。
x 軸と y 軸の目もり p，q は，それぞれ同じ値を示しています。



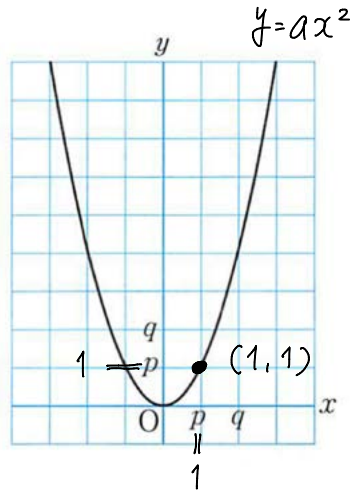
1. p の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

2. q の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

3. これが $y=5x^2$ のグラフであるとき，p の値はどうなるでしょうか。

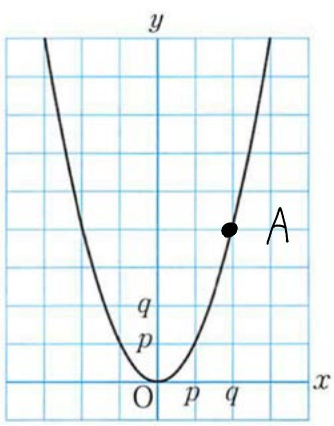
1. p の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

- 問題文より $P=1$ とわかる。
  $P=1$ をグラフにかくと $(1,1)$ を通ることがわかる。
- $x=1$，$y=1$ を $y=ax^2$ に代入。
  $1=a\times 1^2 \rightarrow a=1$　　$y=x^2$ //

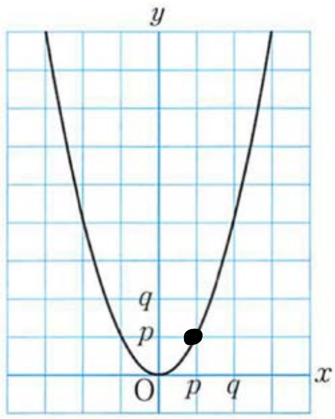


2. q の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

- $q=1$ とすると，A の x 座標は 1
  y 座標は y 軸上の q が 2めもりで 1 なので A の y 座標は 2 とわかる。つまり $A(1,2)$
- $y=ax^2$ に $A(1,2)$ を代入。
  $2=a\times 1^2 \rightarrow a=2$　　$y=2x^2$ //



3. これが $y=5x^2$ のグラフであるとき，p の値はどうなるでしょうか。



・ $y=5x^2$ のグラフが (p,p) を
通るので $x=p$, $y=p$ を
$y=ax^2$ に代入。

・ $p=5p^2$
$5p^2-p=0$
$p(5p-1)=0$

$p=0,\ \dfrac{1}{5}$
$p=0$ はグラフがかけないので
$p=\dfrac{1}{5}$ //