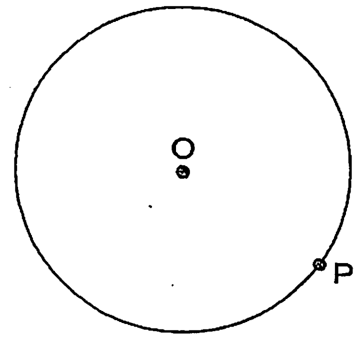
# 第6章　円の性質①（円周角と中心角の関係）

教科書：p.142〜146

**目標　円周角と中心角との関係（円周角の定理）を理解しよう**

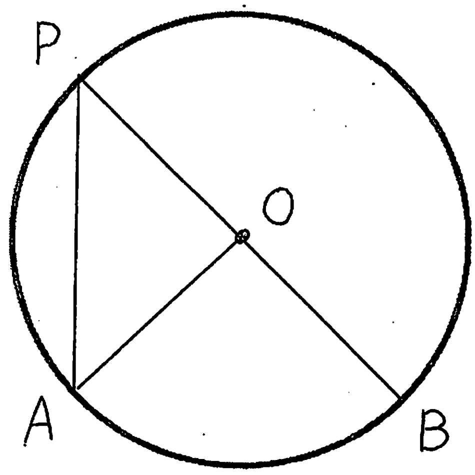
〜円に関する基本事項の確認〜

- ■ 記号　中心（O＝origin）、点（P＝point）、半径（ｒ＝radius）
- □ 円　・・・　中心から等しい距離にある点の集合
- □ 半径　・・・　円周上の１点から円の中心まで引いた線分の長さ
- □ 直径　・・・　円周上の２点間の距離の最大値
- □ 円周　・・・　円を形づくる線
- □ 弧　・・・　円周上の２点で分けられたそれぞれの円の部分
- □ 弦　・・・　円周上の２点を結ぶ線分

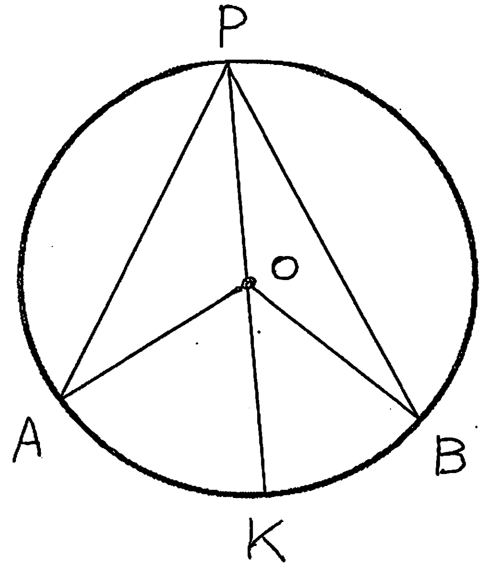



**【課題１】　円に関する知識を利用し、円周角の定理を証明しよう**

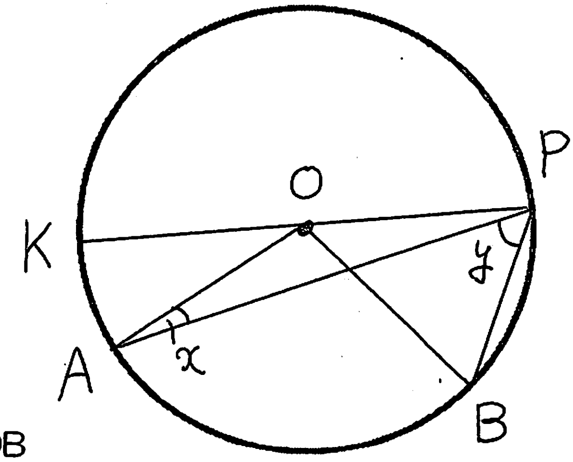
（１）△OPA で、円の半径なので、_______＝_______　…①
また、三角形の外角の性質から、
∠AOB＝∠_______＋∠_______　…②
①、②より、∠AOB＝２∠OPA
したがって、∠APB＝$\frac{1}{2}$∠AOB




（２）
直径 POK をひき、三角形を２つに分ける。
△OPA で、
OP と OA は円の半径なので、______　＝　______
よって２辺が等しいので、△OPA は、__________三角形
となるので、２つの_______は等しくなる。
つまり、∠________＝∠__________…①
また、三角形の外角の性質から、
∠AOK＝∠________＋∠__________…②
①、②より、∠AOK＝２∠__________…③
△OPB でも同様に考えると、
∠BOK＝２∠__________…④
∠AOB＝∠AOK＋∠BOK なので、③、④から
∠AOB＝２（∠________＋∠________）
　　　＝２∠APB
したがって、∠APB＝$\frac{1}{2}$∠AOB



(3) 補助線として、PO を結ぶ直径を引くと、
△OPA と△OPB は二等辺三角形だから
それぞれの底角を、図のように、∠x、
∠y とすると、
△OPA で、∠AOK＝＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿…①
△OPB で、∠BOK＝＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿…②
∠AOB＝∠BOK－∠AOK なので、
①、②より、∠AOB＝＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿
また、∠APB＝∠y－∠x だから　$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$




## まとめ

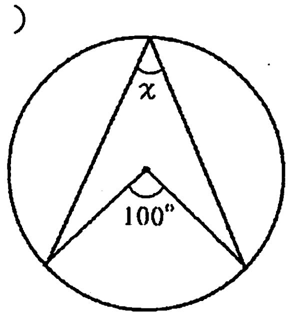
■ 円周角の定理　について

① 1つの弧に対する＿＿＿＿＿の大きさは、その弧に対する＿＿＿＿＿の大きさの＿＿＿＿＿である。

② 同じ弧に対する円周角の大きさは、＿＿＿＿＿＿

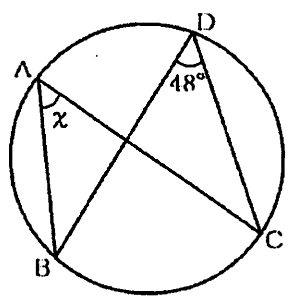
～演習問題～

(1)



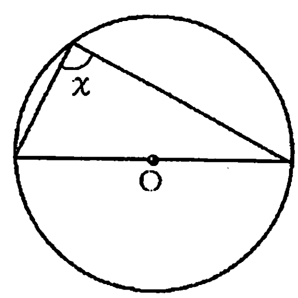

∠x＝＿＿＿＿＿

(2)




∠x＝＿＿＿＿＿

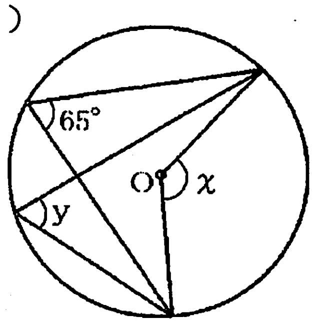
(3)




∠x＝＿＿＿＿＿

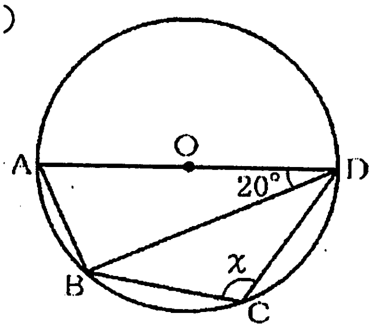
～発展問題～

(1)



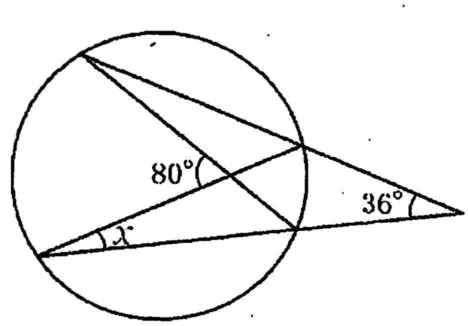

∠x＝＿＿＿＿＿

(2)




∠x＝＿＿＿＿＿

(3)




∠x＝＿＿＿＿＿

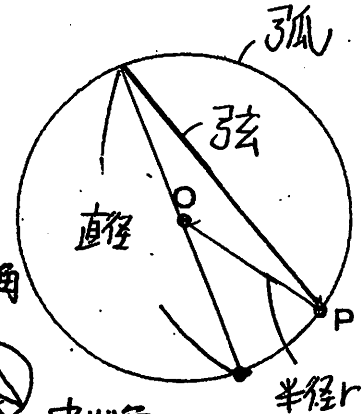
# 第6章　円の性質①（円周角と中心角の関係）

教科書：p.142～146

**目標　円周角と中心角との関係（円周角の定理）を理解しよう**

～円に関する基本事項の確認～

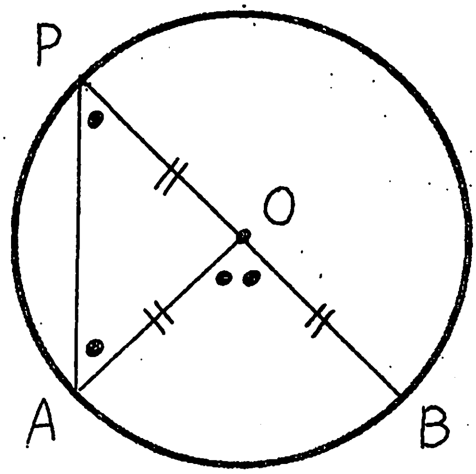
■　記号　中心（O＝origin）、点（P＝point）、半径（ｒ＝radius）
□　円　・・・　中心から等しい距離にある点の集合
□　半径　・・・　円周上の１点から円の中心まで引いた線分の長さ
□　直径　・・・　円周上の２点間の距離の最大値
□　円周　・・・　円を形づくる線
□　弧　・・・　円周上の２点で分けられたそれぞれの円の部分
□　弦　・・・　円周上の２点を結ぶ線分



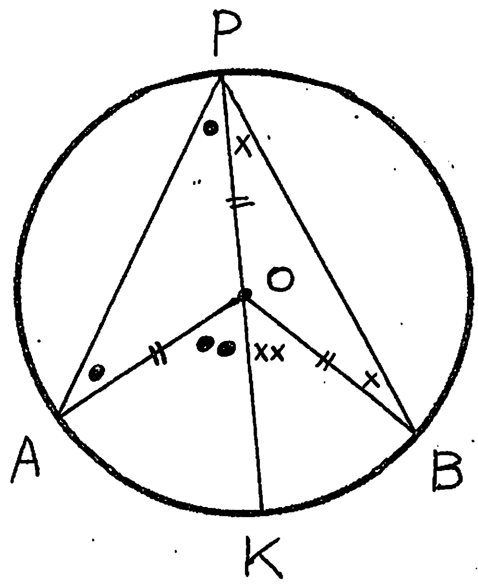

円周角は中心角の半分


**【課題１】　円に関する知識を利用し、円周角の定理を証明しよう**

（１）△OPAで、円の半径なので、OP ＝ OA　…①
また、三角形の外角の性質から、
∠AOB＝∠ OPA ＋∠ OAP　…②
①、②より、∠AOB＝２∠OPA
したがって、∠APB＝$\frac{1}{2}$∠AOB

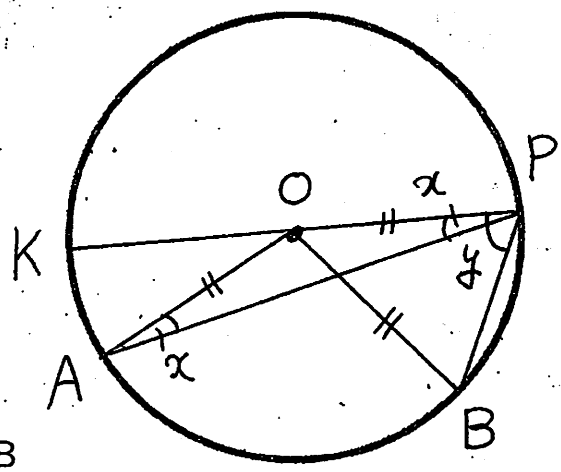



（２）
直径POKをひき、三角形を２つに分ける。
△OPAで、
OPとOAは円の半径なので、OP ＝ OA
よって２辺が等しいので、△OPAは、二等辺三角形
となるので、２つの底角は等しくなる。
つまり、∠ OPA ＝∠ OAP　…①
また、三角形の外角の性質から、
∠AOK＝∠ OPA ＋∠ OAP　…②
①、②より、∠AOK＝２∠ OPA　…③
△OPBでも同様に考えると、
∠BOK＝２∠ OPB　…④
∠AOB＝∠AOK＋∠BOKなので、③、④から
∠AOB＝２（∠ OPA ＋∠ OPB ）
　　＝２∠APB
したがって、∠APB＝$\frac{1}{2}$∠AOB



（3）補助線として、PO を結ぶ直径を引くと、
△OPA と△OPB は二等辺三角形だから
それぞれの底角を、図のように、∠x、
∠y とすると、　　$x+x=2x$
△OPA で、∠AOK= $\angle OAP + \angle OPA$ …①
△OPB で、∠BOK= $\angle OPB + \angle OBP$ …②
∠AOB=∠BOK−∠AOK なので、　$y+y=2y$
①、②より、∠AOB= $2y-2x=2(y-x)$

また、∠APB=∠y−∠x だから　∠APB=$\frac{1}{2}$∠AOB

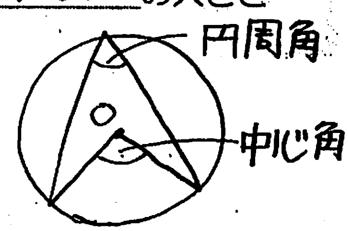



## ま　と　め

■　円周角の定理　について

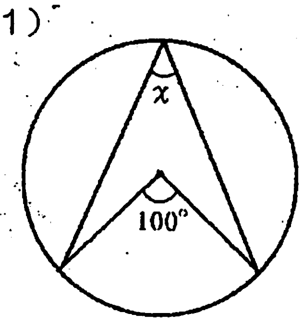
①　1 つの弧に対する 円周角 の大きさは、その弧に対する 中心角 の大きさの 半分 である。

②　同じ弧に対する円周角の大きさは、 等しい



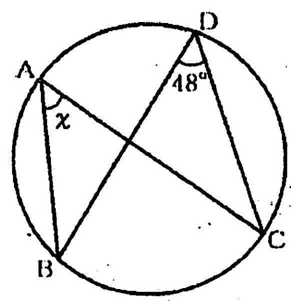

～演習問題～

（1）




∠x= 50°

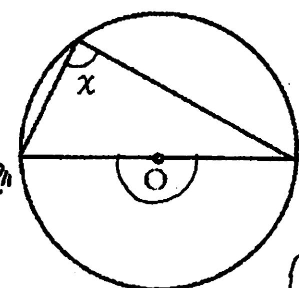
（2）




∠x= 48°

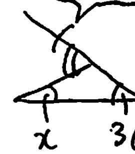
（3）

中心角が180°なので円周角は90°



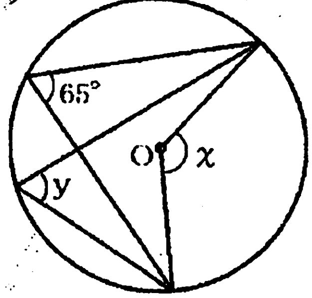

∠x= 90°

外角の性質より $x+36°$



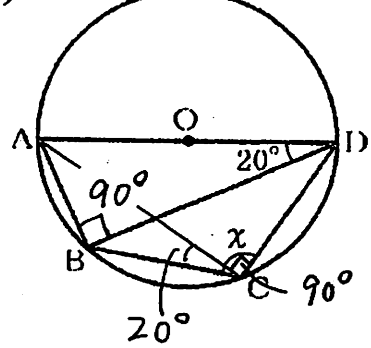

～発展問題～

（1）



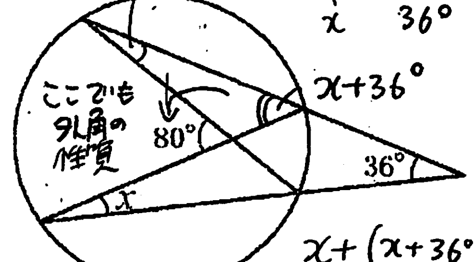

∠x= 130°
∠y= 65°

（2）




∠x= $20+90=110°$

（3）




∠x= 22°

$x+(x+36°)=80°$
$2x+36°=80$
$2x=44°$
$x=22°$

# 第6章　円の性質②（円周角の定理問題）

教科書：p.142～146

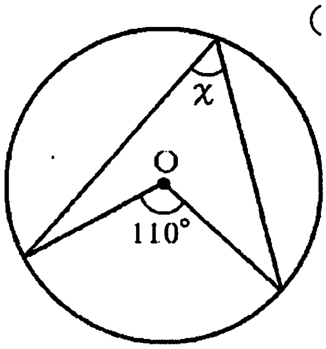
**目標　円周角の定理をどのように用いて解くかを説明できる**

※　考えた跡を図に残すこと（簡単な説明を入れても良い）

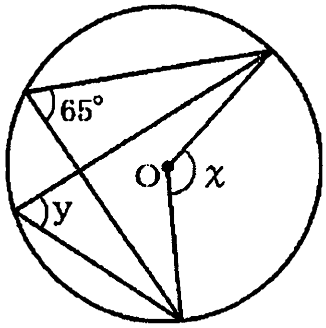
～基本問題～

問1　次のｘ、ｙの角度を求めなさい。

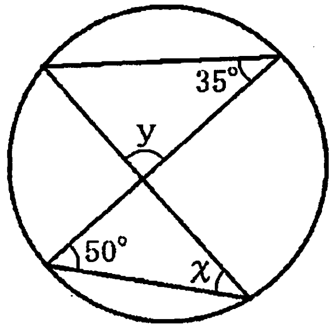
（1）




（2）




（3）

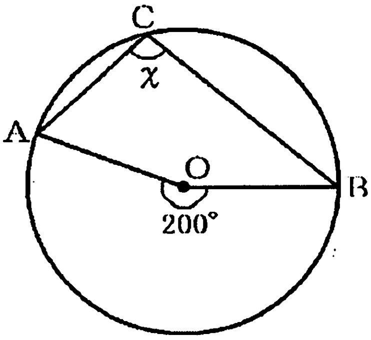



∠ｘ＝＿＿＿＿　∠ｘ＝＿＿＿＿∠ｙ＝＿＿＿＿　∠ｘ＝＿＿＿＿∠ｙ＝＿＿＿＿

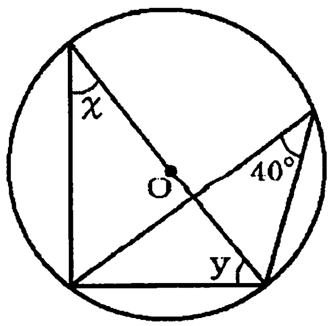
【注意・メモ欄】

問2　次のｘ、ｙの角度を求めなさい。

（1）




（2）

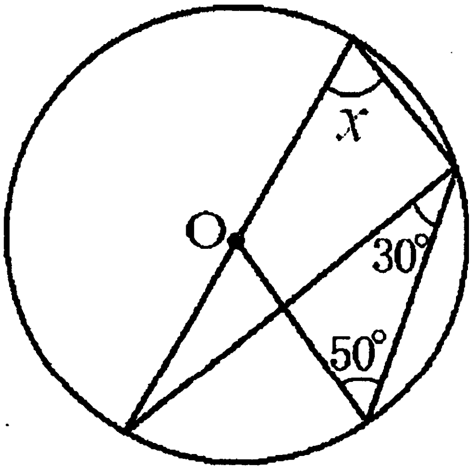



∠ｘ＝＿＿＿＿　∠ｘ＝＿＿＿＿　∠ｙ＝＿＿＿＿

【注意・メモ欄】

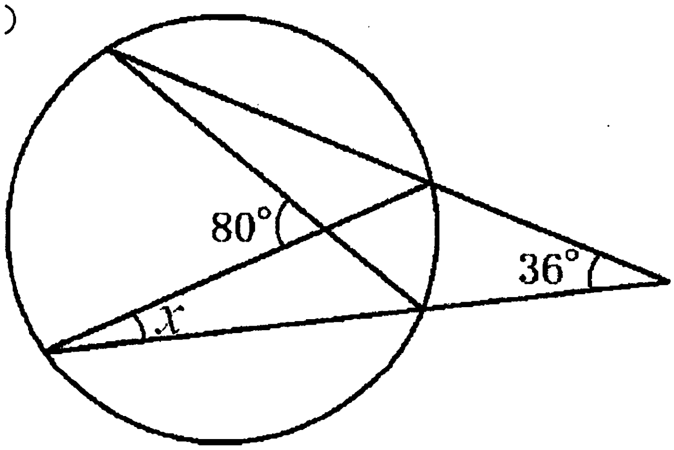
～発展問題（補助線なし版）～

（1）




∠x＝＿＿＿＿＿

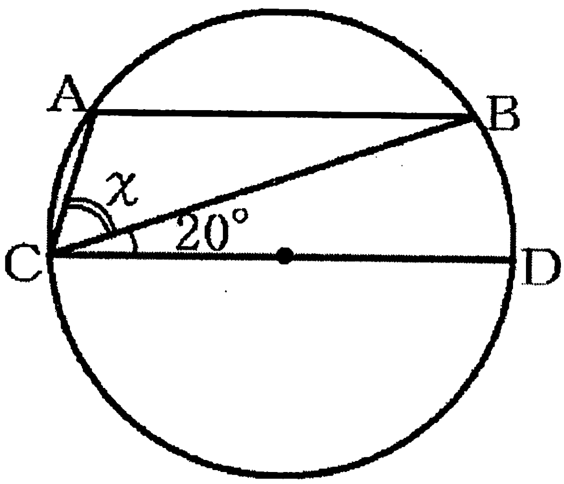
（2）




∠x＝＿＿＿＿＿

～発展問題（補助線必要版）～

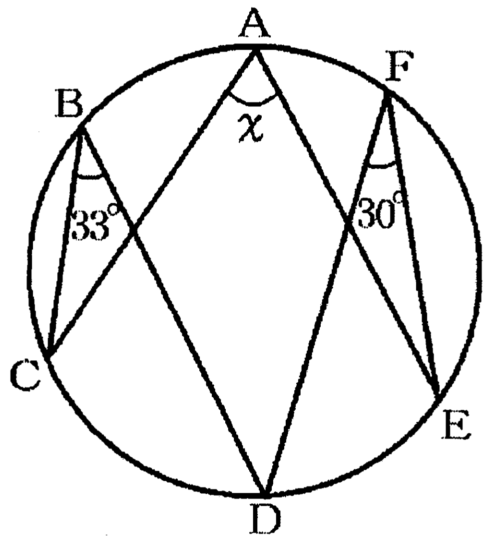
（1）




AB // CD

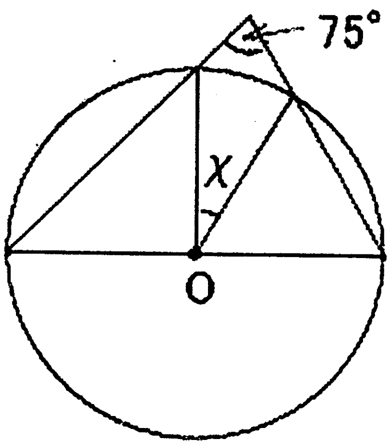
∠x＝＿＿＿＿＿

（2）




∠x＝＿＿＿＿＿

（3）




∠x＝＿＿＿＿＿

# 第6章　円の性質②（円周角の定理問題）

教科書：p.142～146

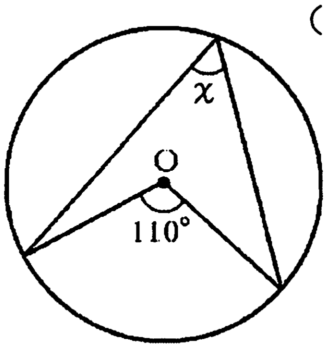
**目標　円周角の定理をどのように用いて解くかを説明できる**

※　考えた跡を図に残すこと（簡単な説明を入れても良い）

～基本問題～

問1　次のx、yの角度を求めなさい。

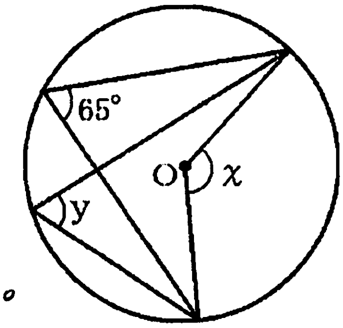
（1）




$110 \div 2 = 55°$

$\angle x =$ 55°

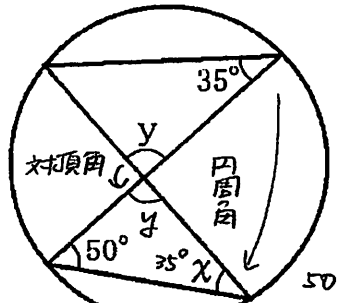
（2）




$65 \times 2 = 130°$

$\angle x =$ 130°　$\angle y =$ 65°

（3）




$50 + 35 + y = 180$
$y = 95°$

$\angle x =$ 35°　$\angle y =$ 95°

【注意・メモ欄】

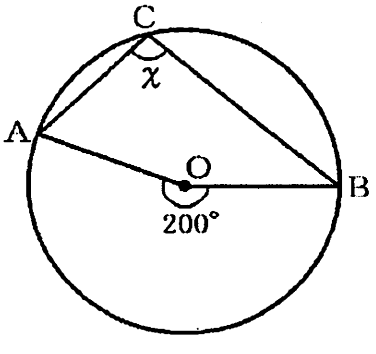
◎ 円の問題では、円周角の定理を用いて分からない角度を求めていく。

◎ 円周角の定理
① 円周角 $= \frac{1}{2} \times$ 中心角
② 同じ弧に対する円周角の大きさは等しい

◎ 今まで図形の単元で学んだ知識も使うので復習しておきましょう。

問2　次のx、yの角度を求めなさい。

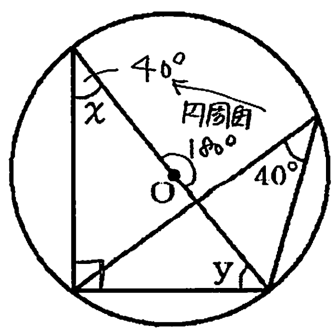
（1）




$200 \div 2 = 100°$

$\angle x =$ 100°

（2）

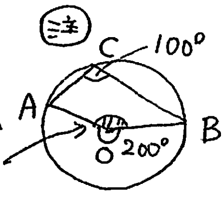



$90 + 40 + y = 180$
$y = 50$

$\angle x =$ 40°　$\angle y =$ 50°

【注意・メモ欄】

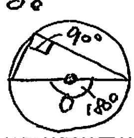
(1) 円周角と中心角は同じ方向を向いている。




Cの中心角はではない。

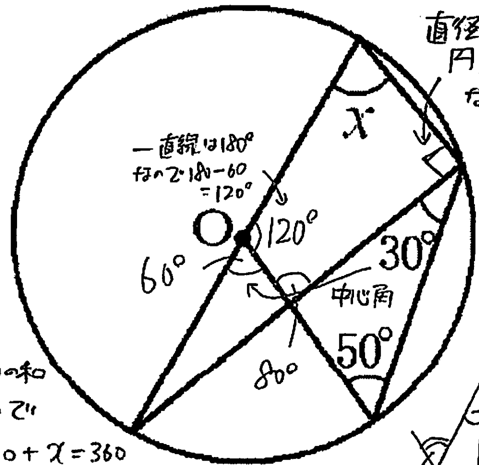
Cが下向きなら中心角Oも下向き

(2) 中心Oを通る直線は直径であり一直線は180°となり中心角が180°円周角が90°となる。



## ～発展問題（補助線なし版）～

（1）



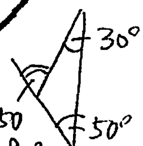

直径の円周角なので90°

一直線は180°なので180−60=120°

四角形の内角の和は360°なので

120＋80＋90＋x＝360

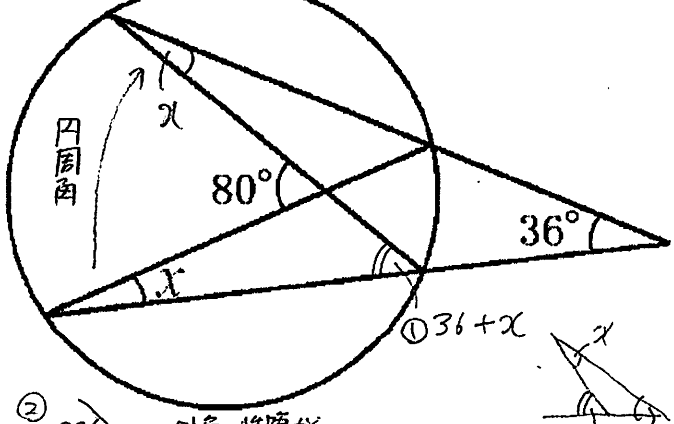
x＝70°




30＋50＝80°（外角の性質）

∠x＝ 70°

（2）




① 36＋x

② 


外角の性質から

x＋(36＋x)＝80°

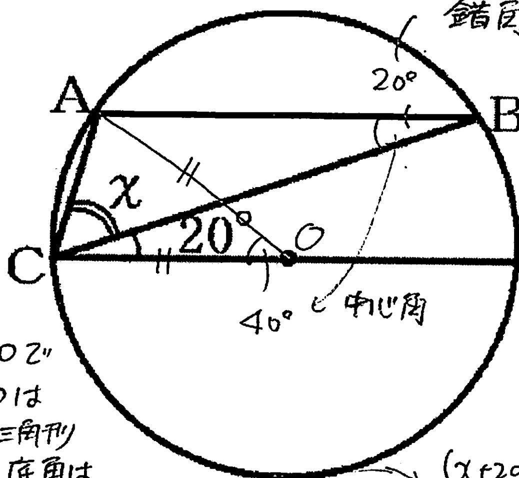
（外角の性質）

∠x＝ 22°

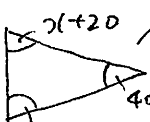
## ～発展問題（補助線必要版）～

（1）

AB//CDの錯角




AO＝COで△ACOは二等辺三角形なので底角は等しい。

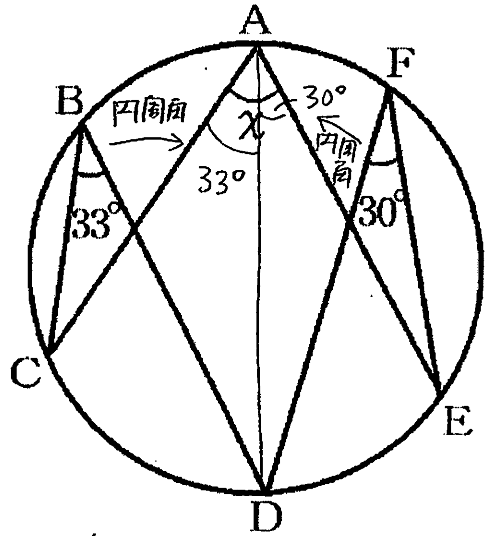



(x＋20)＋(x＋20)＋40＝180°

AB // CD

∠x＝ 50°

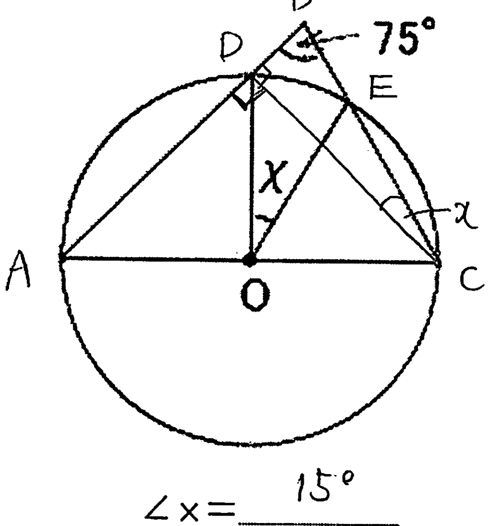
（2）




∠x＝30＋33＝63

∠x＝ 63°

（3）




中心Oを通る直線があるので利用したい。

図のようにA～Eを設定すると

∠ADC＝90°となるので∠BEC も90°となる。

∠DCE＝x（弧DEに対する円周角）

より△BDCで

75°＋90°＋x＝180°

x＝15°

∠x＝ 15°

# 第6章　円の性質③（弧の比と円周角）

教科書：p.147

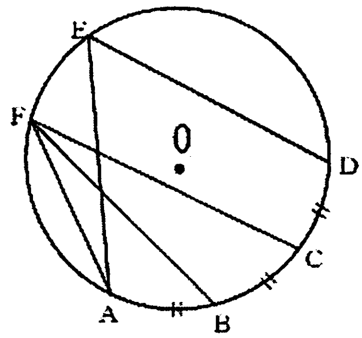
**目標　弧の比と円周角の大きさの関係を理解し、利用して問題を解くことができる**

**【課題】**

次の図で、$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$のとき、

$\angle AFC=40^\circ$ であるとき、$\angle AFB$と

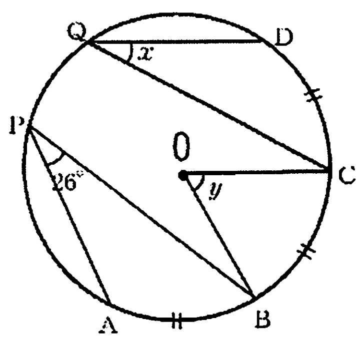
$\angle AED$の大きさを求めなさい。




【考え方】

次の図で、$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$のとき、

$\angle x$、$\angle y$の大きさを求めなさい。




**ま　と　め**

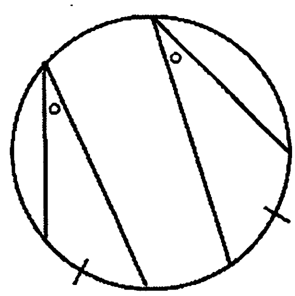
■　等しい弧に対する円周角　について

１つの円で

①等しい＿＿＿＿＿に対する＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿は等しい

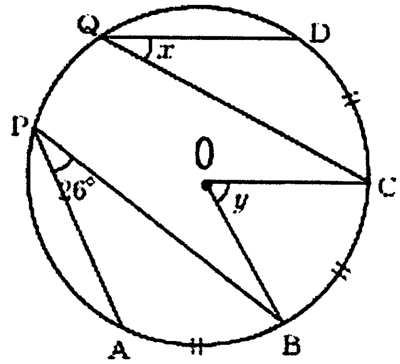
②等しい＿＿＿＿＿に対する＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿は等しい

③

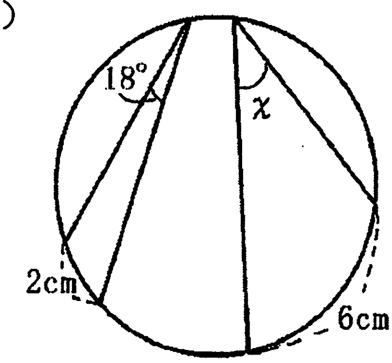


~目標達成問題~ 次の図の∠x、∠yを求めなさい。

（1）



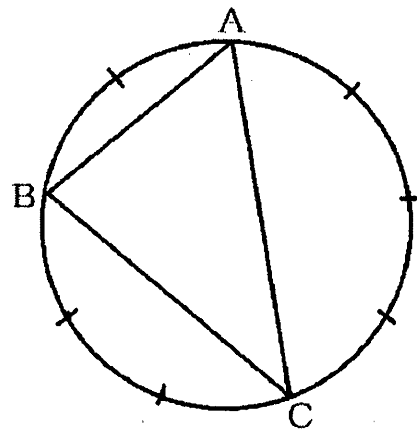

（2）




∠x＝＿＿＿＿＿、∠y＝＿＿＿＿＿　　　∠x＝＿＿＿＿＿

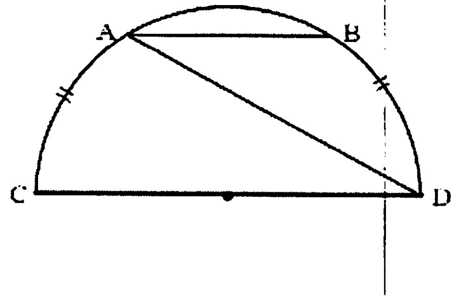
~発展問題~

右の図で，3点A，B，Cは円周上にあり，弧AB：弧BC：弧CA＝2：3：4である。△ABCの3つの内角の大きさをそれぞれ求めなさい。




~証明問題~

次の図において、$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$であるとき、ＡＢ//ＣＤであることを証明しなさい。



# 第6章　円の性質③（弧の比と円周角）

教科書：p.147

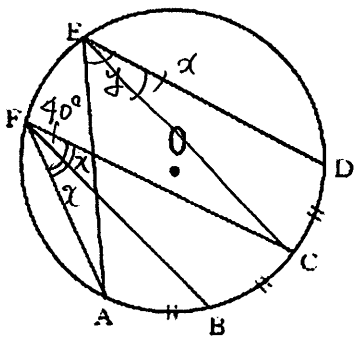
**目標　弧の比と円周角の大きさの関係を理解し、利用して問題を解くことができる**

**【課題】**

次の図で、$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$のとき、

$\angle AFC=40°$ であるとき、$\angle AFB$と

$\angle AED$の大きさを求めなさい。




**【考え方】** $\angle AFB=x$, $\angle AED=y$とおくと、

同じ弧の長さに対する円周角は等しいので $\angle BFC=x$となり、

$\angle AFC=2x=40°$

$x=20°$　　$\underline{\angle AFC=20°}$

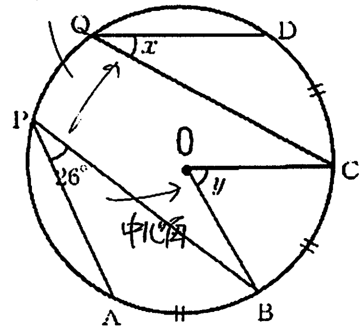
同様に$\angle CAD=x$で、$\angle AFC=2x$となり $\angle AED=3x$

$x=20°$より　$\underline{\angle AED=60°}$

次の図で、$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$のとき、

$\angle x$、$\angle y$の大きさを求めなさい。

同じ弧の長さの円周角




$\angle y=52°$　$\angle x=26°$

以上のことから

円周の長さの比と円周角の大きさの比は等しいことが分かる。
（弧の長さ）

## ま　と　め

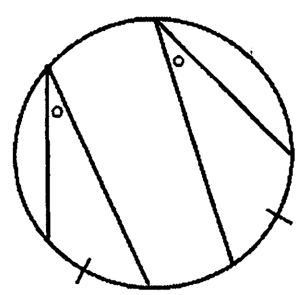
■　等しい弧に対する円周角　について

1つの円で

①等しい＿弧＿に対する＿円周角の大きさ＿は等しい

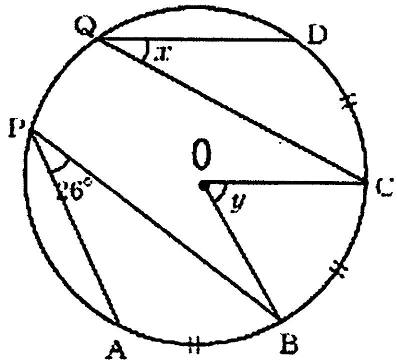
②等しい＿円周角＿に対する＿弧の長さ＿は等しい

③ 弧の長さの比 ＝ 円周角の大きさの比



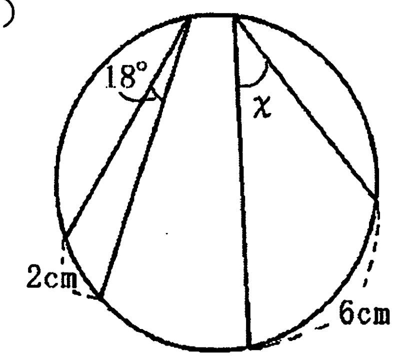
~目標達成問題~　次の図の∠x、∠yを求めなさい。

（1）




∠x＝ 26° 、∠y＝ 52°

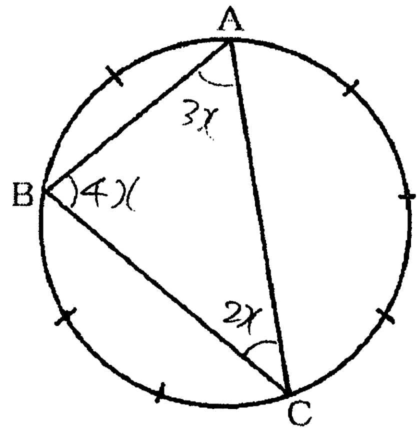
（2）



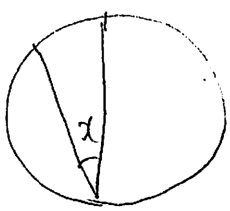

$2:6=18:x$　　$x=54$

∠x＝ 54°

~発展問題~




右の図で，３点A，B，Cは円周上にあり，弧AB：弧BC：弧CA＝2：3：4である。△ABCの３つの内角の大きさをそれぞれ求めなさい。




9等分された弧 1つ分の円周角の大きさをxとする。

すると、∠ACB は 9等分の弧の長さの2つ分 の円周角なので

$\angle ACB = 2x$

同様に $\angle ABC = 4x$

$\angle BAC = 3x$

∴ $2x+4x+3x=180°$

$9x=180$

$x=20$

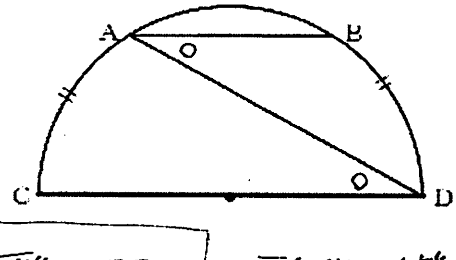
∴ $\angle ACB=40°$

$\angle ABC=80°$

$\angle BAC=60°$

~証明問題~

次の図において、$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$であるとき、AB//CDであることを証明しなさい。




∠ADC＝∠DAB（∵ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$ より円周角の大きさは等しい）

∠ADCと∠DABは錯角の関係であり

等しいので平行線になる条件を満たす。

∴ AB//CD

□

◎平行線になる条件

① 同位角が等しいならば平行である。

② 錯角が等しいならば平行である。

平行線の性質は逆である。

# 第6章　円の性質④（円周角の定理の逆）

教科書：p.148、149

**目標　点が同一円周上にあるか判断できるようになり、角度を求めることができる**

**【課題】４点 A～D が同じ円周上にある円はどちらか答えなさい。**

**図１**

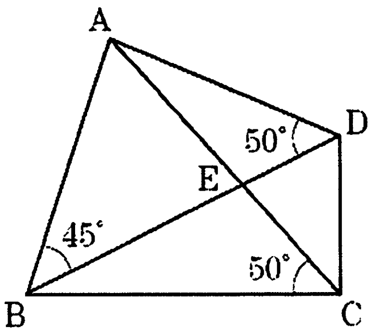
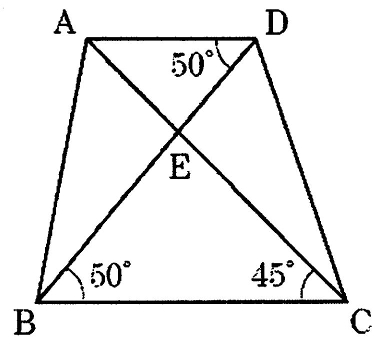



**図２**




【説明】

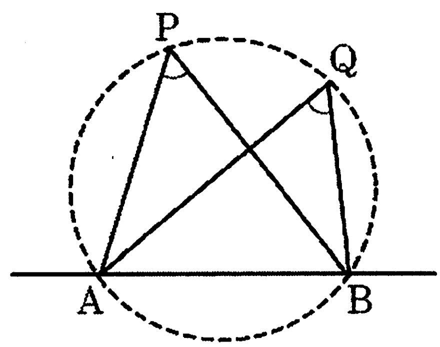
**ま　と　め**

■　円周角の定理の逆　について

２点Ｐ、Ｑが直線ＡＢについて同じ側にあるとき、

∠＿＿＿＿＿＝∠＿＿＿＿＿

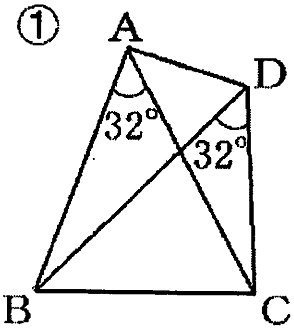
ならば、４点Ａ、Ｂ、Ｐ、Ｑは同じ円周上にある。



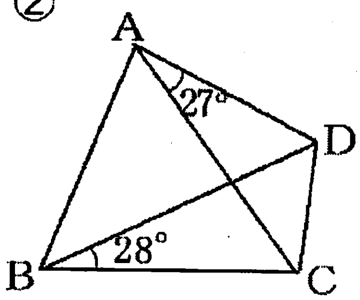
～目標達成問題①（判断問題）～

次の図で、４点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄが同一円周上にあるものを選びなさい。

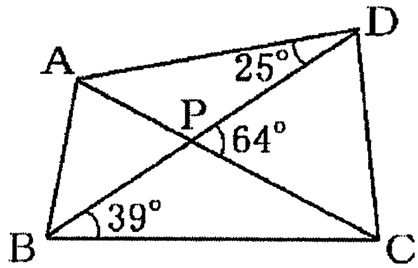
①




②




③

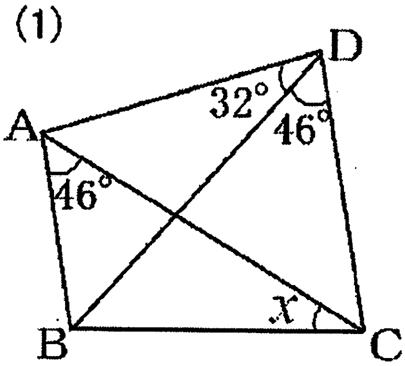



答え・・・＿＿＿＿＿＿

～目標達成問題②（求角問題）～

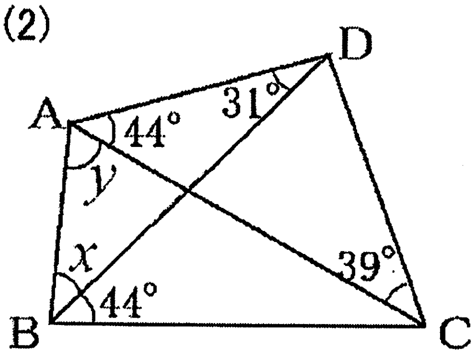
次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

(1)




∠ｘ＝＿＿＿＿＿

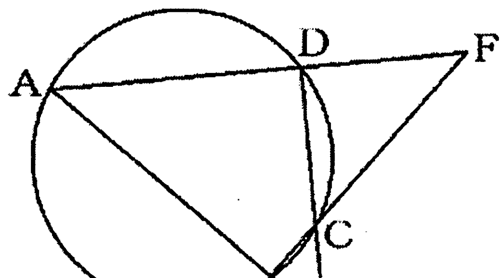
(2)




∠ｘ＝＿＿＿＿＿、∠ｙ＝＿＿＿＿＿

～発展問題（証明問題）～

次の図で、∠ABC＝９０°であるとき、B、E、F、Dが同一円周上にあることを証明しなさい。



# 第6章　円の性質④（円周角の定理の逆）

教科書：p.148、149

**目標　点が同一円周上にあるか判断できるようになり、角度を求めることができる**

**【課題】 4点 A～D が同じ円周上にある円はどちらか答えなさい。**

**図1**

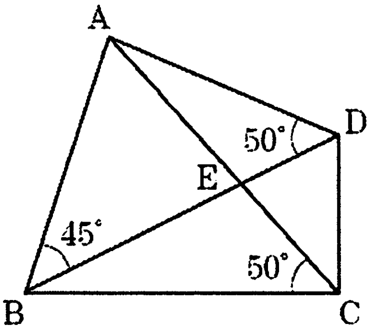
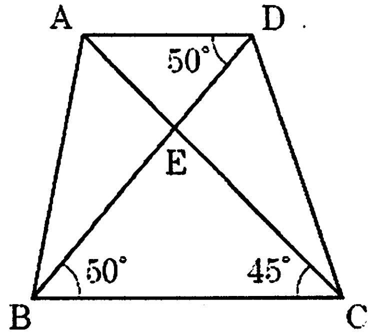
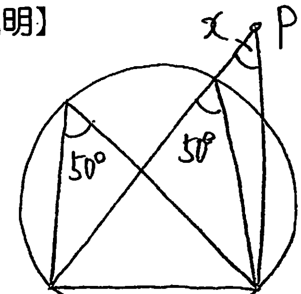


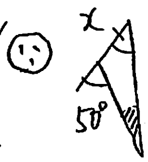

**図2**



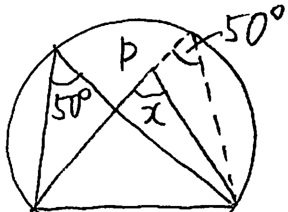

【説明】



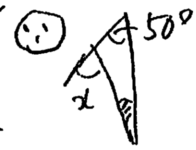

例えば
点Pが円周上になく
円の外にあるときは
$\angle x < 50^\circ$ となる。




( $x + \triangle = 50^\circ$
なので
$x < 50^\circ$ )




点Pが円周上になく
円の内部にあるとき
$\angle x > 50^\circ$ となる。




( $x = 50 + \triangle$
なので
$x > 50^\circ$ )

つまり
1つの弧から作られる角
が等しいならば
4点は同一円周上にある。

（図1） $\angle ADB = \angle ACB = 50^\circ$
なので 4点は同一
円周上にある。

（図2） $\angle ADB \neq \angle ACB$
なので 4点は同一
円周上になり.

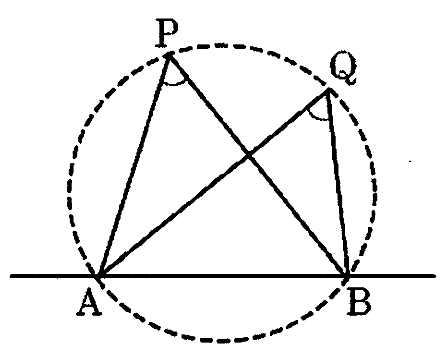
## ま　と　め

■　円周角の定理の逆　について

2点P、Qが直線ABについて同じ側にあるとき、

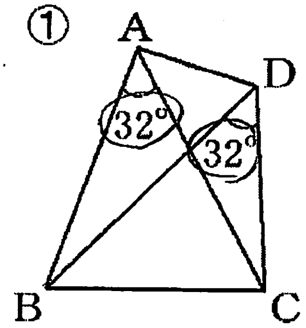
∠<u>APB</u>＝∠<u>AQB</u>

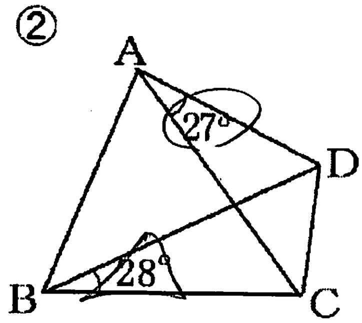
ならば、4点A、B、P、Qは同じ円周上にある。

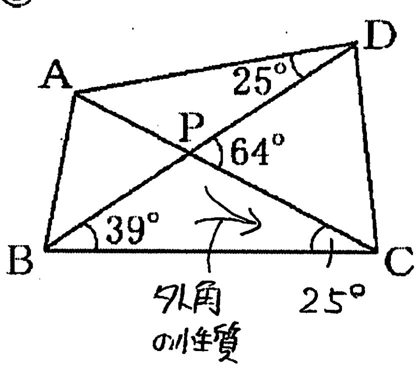


## ～目標達成問題①（判断問題）～

次の図で、４点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄが同一円周上にあるものを選びなさい。



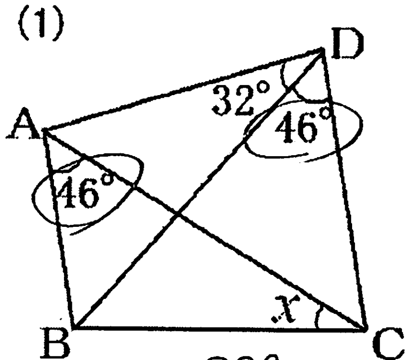




答え・・・ ①，③

## ～目標達成問題②（求角問題）～

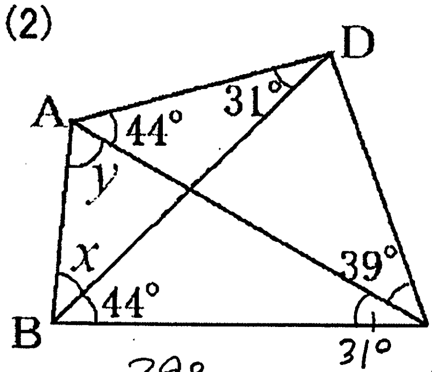
次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

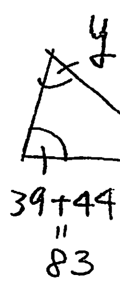
(1)




$\angle x =$ 32°

(2)



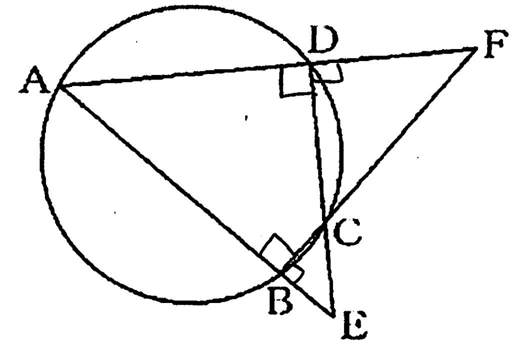




180－114
＝66

$\angle x =$ 39°、$\angle y =$ 66°

## ～発展問題（証明問題）～

次の図で、∠ABC＝９０°であるとき、
B、E、F、Dが同一円周上にあること
を証明しなさい。




∠ABC＝90° なので 辺AC は円の直径

であるので ∠APC ＝ 90°

∴ ∠CDF ＝∠ CBE ＝90° となり

弧EF に対する円周角 ∠CDF，∠CBE が等しくなるので

B，E，F，D は同一円周上にある。

□

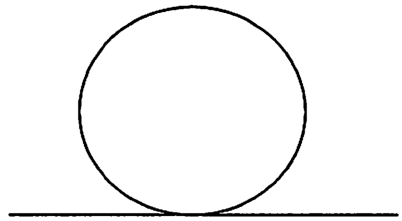
# 第6章　円の性質⑤（接線・作図）

教科書：p.151、152

**目標　接線を利用した問題を解く流れから、接線の性質・作図をまとめよう**

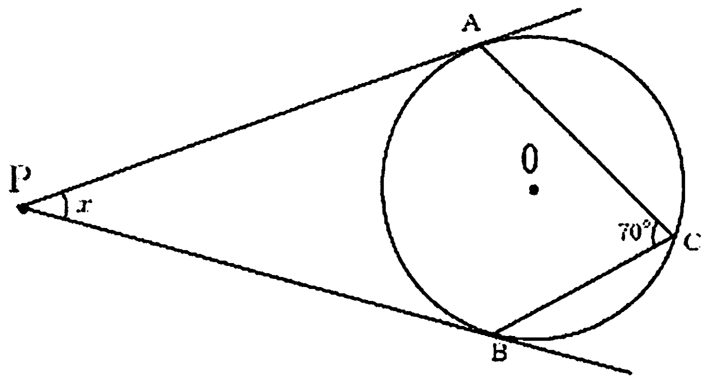
～確認事項～　円と接線について

円の接線は、＿＿＿＿＿と＿＿＿＿＿を結ぶ
線分（　　　）と＿＿＿＿＿に交わる



**【課題】**

次の図において、ＰＡ、ＰＢは円の接線であり、点Ａ、Ｂはその接点である。
∠ＡＣＢ＝70°のとき、∠$x$の大きさを求めなさい。



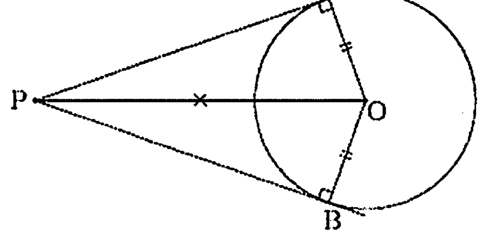

【考え方】

## ま　と　め

■　円の接線　について

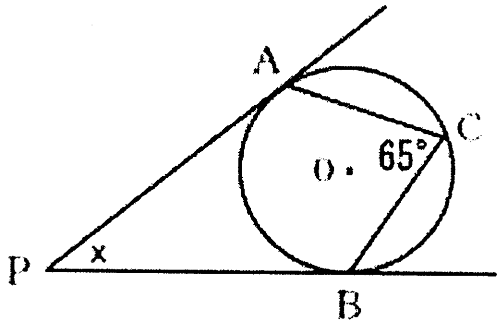
①円外から引いた２本の接線の長さは、＿＿＿＿＿＿＿

②点Ｐと円Ｏのみの図から接点Ａ、Ｂを作図する方法は、

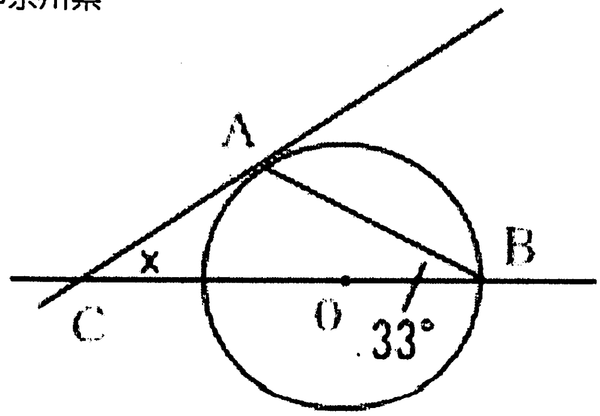


～目標達成問題～　∠xの大きさを求めなさい。

（1）島根県



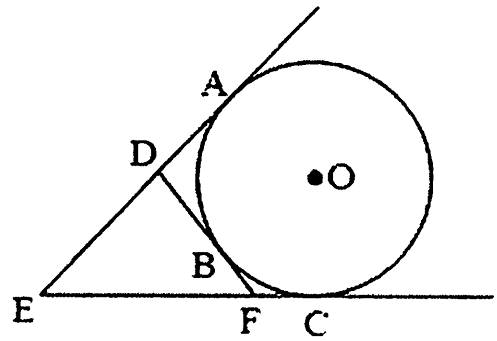

（2）神奈川県




～発展問題～

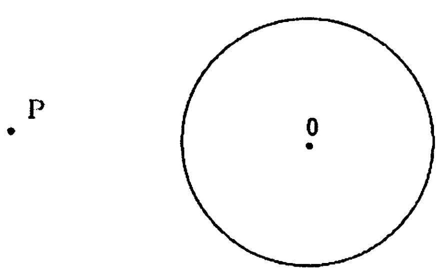
EA、DF、ECはそれぞれ点A、B、Cで円Oと接する接線である。

AE=8のとき、△DEFの 周の長さを求めよ。

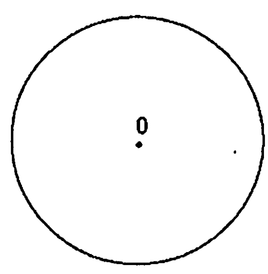



【おさえておくべき作図】

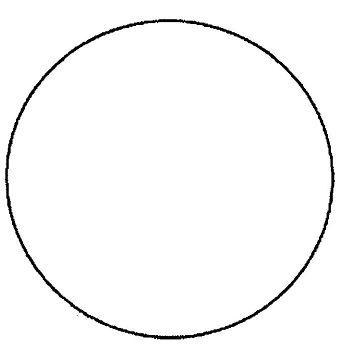
（1）円の接線の作図①（円外の場合）



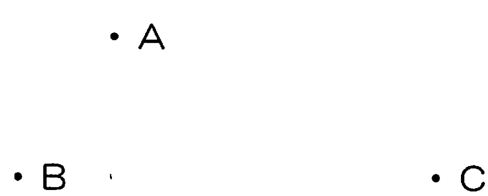

円の接線の作図②（円周上の場合）




（2）円の中心の作図



（3）３点を通る円の作図



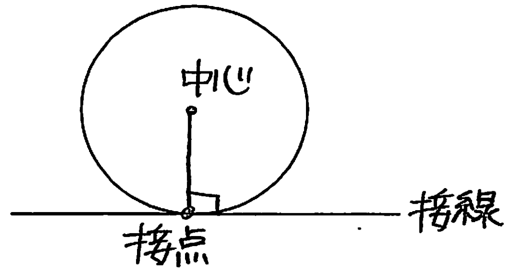
# 第6章　円の性質⑤（接線・作図）

教科書：p.151、152

**目標　接線を利用した問題を解く流れから、接線の性質・作図をまとめよう**

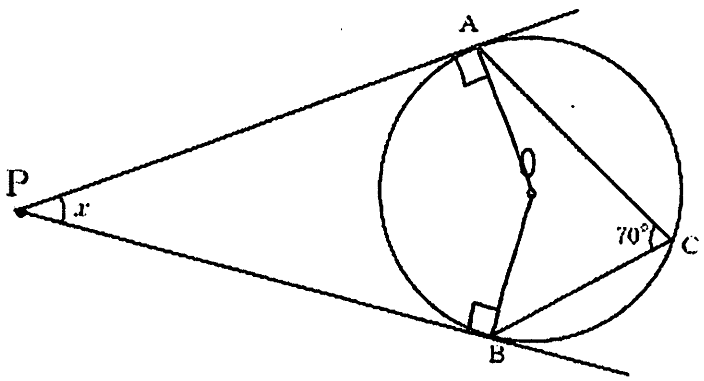
~確認事項~　円と接線について

円の接線は、中心と接点を結ぶ線分（半径）と垂直に交わる



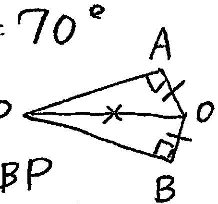

**【課題】**

次の図において、ＰＡ、ＰＢは円の接線であり、点Ａ、Ｂはその接点である。
∠ＡＣＢ＝70°のとき、∠$x$の大きさを求めなさい。

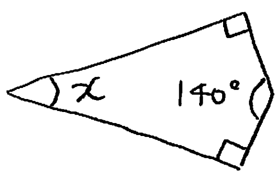



【考え方】

中心Oと接点A,Bを結ぶとOA,OBはAP,BPと垂直に交わる。
∠AOBは弧ABに対する中心角であり円周角∠ACB＝70°
より∠AOB＝140°




OPを結ぶと
△OAP≡△OBP
となるのでPA＝PB
が接線の性質である。




四角形の内角の和は360°なので

$x+140+90+90=360$

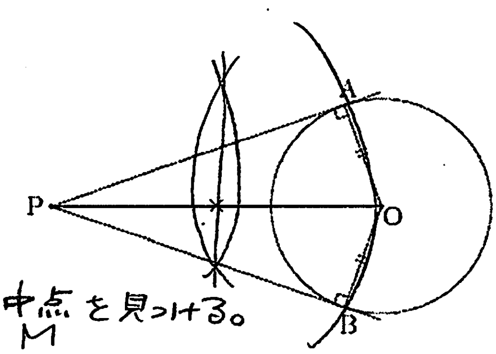
$x=40°$

## ま と め

■　円の接線　について

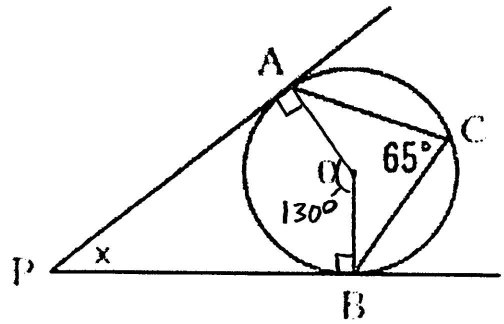
①円外から引いた２本の接線の長さは、等しい

②点Ｐと円Ｏのみの図から接点Ａ、Ｂを作図する方法は、
PとOを直線で結び、垂直二等分線を作図し、OPの中点Mを見つける。
中点を中心として半径MOの円を描いたときの円Oとの交点がA,B



~目標達成問題~　∠xの大きさを求めなさい。

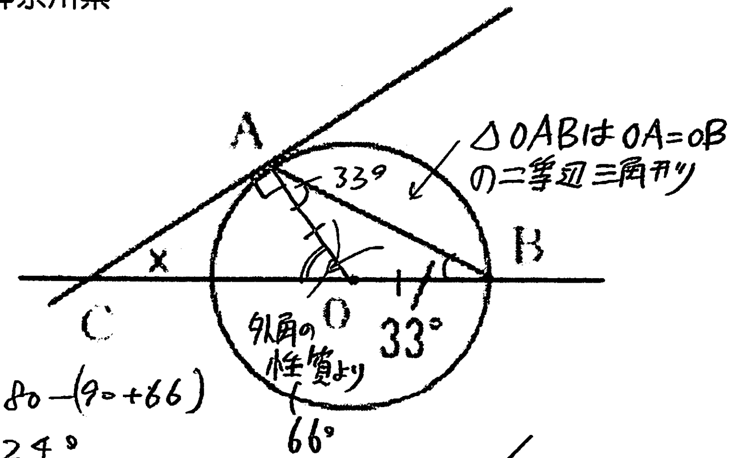
（1）島根県




$90+130+90+x=360°$

$\angle x = 50°$ //

（2）神奈川県



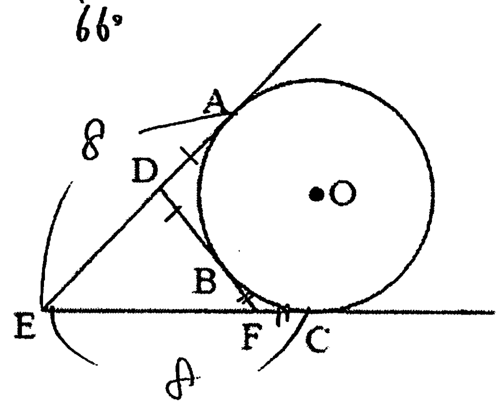

$\angle x = 180-(90+66)$

$= 24°$ //

~発展問題~

EA、DF、ECはそれぞれ点A、B、Cで円Oと接する接線である。

AE=8のとき、△DEFの 周の長さを求めよ。




EA, DF, EC が接線なので

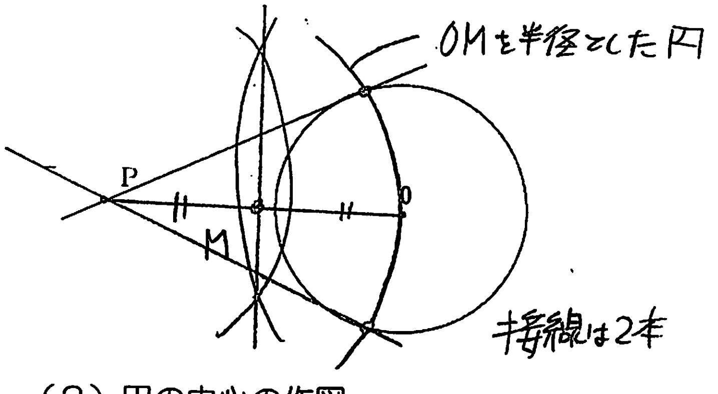
DA = DB , BF = FC , AE = EC = 8

∴△DEFの周の長さは

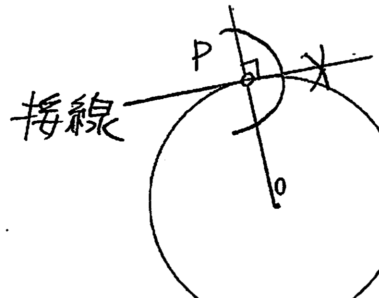
$$DE+DB+BF+EF = \underbrace{DE+DA}_{=8} + \underbrace{FC+EF}_{=8} = 16$$ //

【おさえておくべき作図】

（1）円の接線の作図①（円外の場合）



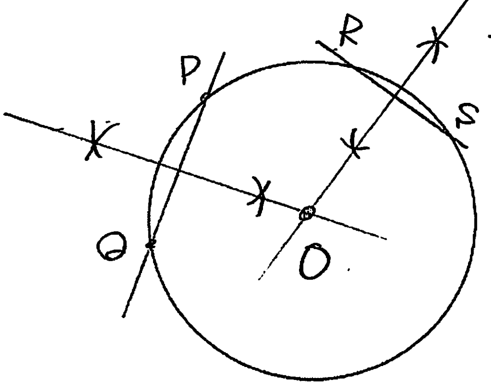

円の接線の作図②（円周上の場合）




点PとOを直線で結ぶ

点Pを通るOPの垂線を作図

（2）円の中心の作図

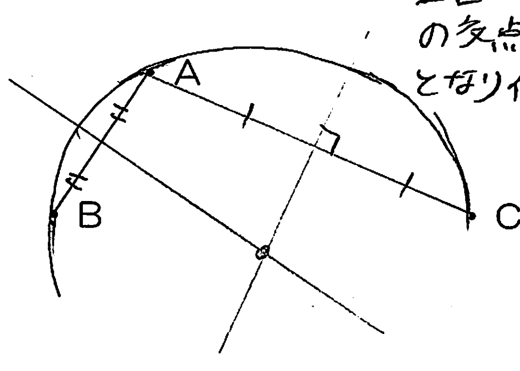



適当な2点P,Qをとり,直線で結ぶ

同様にR,Sをとり,結び,

それぞれの垂直二等分線が交わったところが円の中心O

（3）3点を通る円の作図




AB,ACの垂直二等分線の交点が中心Oとなり作図できる

# 第6章　円の性質⑥（証明問題）

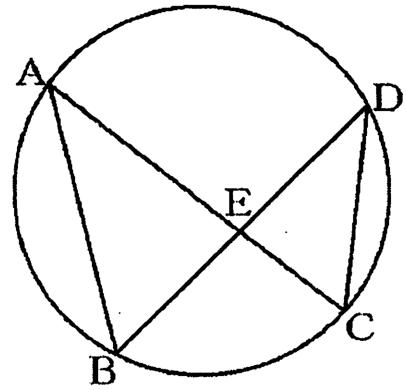
教科書：p.153

**目標　円に関する証明のポイントを理解し、自力で書くことができる**

課題　右の図のように円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，

AC と BD との交点を E とする。

このとき，△AEB∽△DEC であることを次のように証明した。(　　)をうめなさい。




[証明]

△AEB と△DEC で，

同じ弧に対する(　ア　)は等しいので，∠BAE＝∠(　イ　)

また，対頂角は等しいので，　∠AEB＝∠(　ウ　)

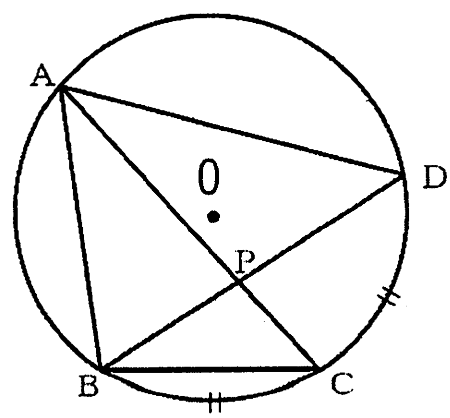
(　　エ　　)がそれぞれ等しいので，△AEB∽△DEC

解答欄　ア＿＿＿＿＿　イ＿＿＿＿＿　ウ＿＿＿＿＿　エ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

～目標達成問題～

次の図のように、円Oの円周上に４点A、B、C、Dがある。$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$であるとき、△ＡＢＣ∽△ＡＰＤになることを証明しなさい。

【証明】




## ま　と　め

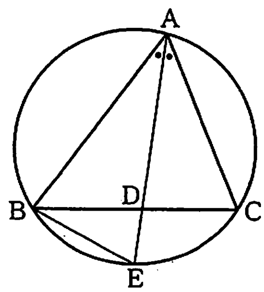
■ 円に関する証明　について

〜発展問題〜　教科書p.157の6，7，8

**6** 右の図のように，円周上の3点A，B，Cを頂点とする△ABCがあります。
∠BACの二等分線が，辺BC，$\overset{\frown}{BC}$と交わる点を，それぞれ，D，Eとするとき，

△ABE∽△BDE

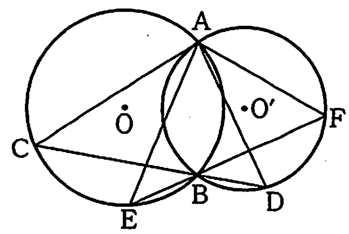
であることを証明しなさい。



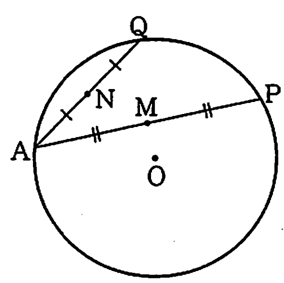

**7** 2点A，Bで交わる2円O，O′があります。
点Bを通る2直線が，右の図のように，円O，O′と，それぞれ，点C，Dおよび点E，Fで交わっているとき，

△ACD∽△AEF

であることを証明しなさい。




**8** 右の図のように，円Oの周上の1点Aから2つの弦AP，AQをひき，それぞれの中点をM，Nとします。
このとき，4点A，O，M，Nは同じ円周上にあることを証明しなさい。



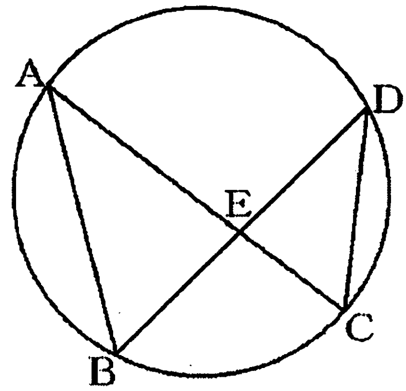
# 第6章　円の性質⑥（証明問題）

教科書：p.153

**目標　円に関する証明のポイントを理解し、自力で書くことができる**

課題　右の図のように円Oの周上に4点A，B，C，Dがあり，ACとBDとの交点をEとする。

このとき，△AEB∽△DEC であることを次のように証明した。(　　)をうめなさい。




[証明]

△AEBと△DECで，

同じ弧に対する(　ア　)は等しいので，∠BAE＝∠(　イ　)

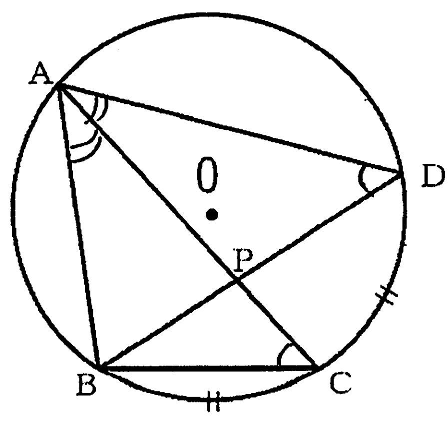
また，対頂角は等しいので，　∠AEB＝∠(　ウ　)

(　　エ　　)がそれぞれ等しいので，△AEB∽△DEC

解答欄　ア 円周角　イ CDE　ウ DEC　エ 2組の角

~目標達成問題~

次の図のように、円Oの円周上に4点A、B、C、Dがある。$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$であるとき、△ABC∽△APDになることを証明しなさい。




【証明】

△ABCと△APDで

∠BAC ＝∠PAD（$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$に対する円周角）…①

∠ACB ＝∠ADP（$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角）…②

①、②より

2組の角がそれぞれ等しいので

△ABC∽△APD

□

**ま と め**

■ 円に関する証明　について

基本的な流れは相似の証明と同じ。

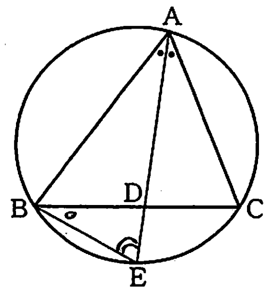
円周角が等しくなることを利用して証明する。

~発展問題~　教科書 p.157 の6，7，8

**6**　右の図のように，円周上の3点A，B，Cを頂点とする△ABCがあります。
∠BACの二等分線が，辺BC，$\overset{\frown}{BC}$と交わる点を，それぞれ，D，Eとするとき，

△ABE∽△BDE

であることを証明しなさい。




△ABEと△BDEで

∠AEB＝∠BED（共通）…①

∠BAE＝∠CAD（仮定）…

＝∠DBE（$\overset{\frown}{EC}$に対する円周角）…②

①，②より

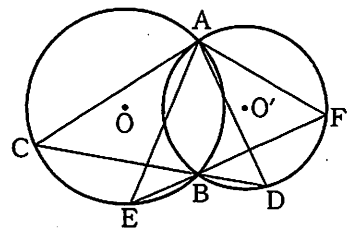
2組の角がそれぞれ等しいので　△ABE∽△BDE

□

**7**　2点A，Bで交わる2円O，O′があります。
点Bを通る2直線が，右の図のように，円O，O′と，それぞれ，点C，Dおよび点E，Fで交わっているとき，

△ACD∽△AEF

であることを証明しなさい。




△ACDと△AEFで

∠ACD＝∠AEF（円Oの$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角）…①

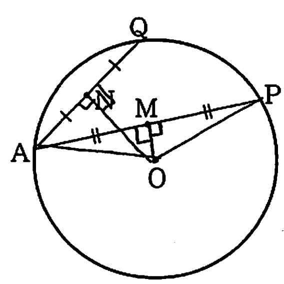
∠ADC＝∠AFE（円O′の$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角）…②

①，②より

2組の角がそれぞれ等しいので　△ACD∽△AEF

□

**8**　右の図のように，円Oの周上の1点Aから2つの弦AP，AQをひき，それぞれの中点をM，Nとします。
このとき，4点A，O，M，Nは同じ円周上にあることを証明しなさい。




OA，OPを結ぶと円Oの半径より

OA＝OP　…①

OMを結ぶと

△OMAと△OMPで

OM＝OM（共通）…②

AM＝PM（仮定）…③

①，②，③より

3組の辺がそれぞれ等しいので　△OMA≡△OMP

∴∠OMA＝∠OMP＝90°　…④

△OANと△OQNも同様に考えると

∠ONA＝∠ONQ＝90°…⑤

④，⑤より　∠ANO＝∠AMO　となり

$\overset{\frown}{OA}$に対する円周角が等しくなるので

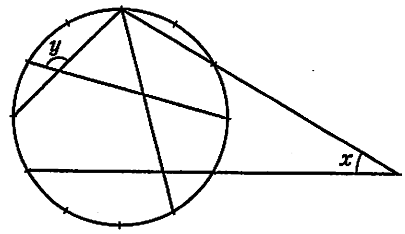
4点A，O，M，Nは同じ円周上にある

□

# ⓠ 円の性質　難問チャレンジ ①

右の図で，円周上の点は円周を12等分する点である。
このとき，$\angle x$，$\angle y$の大きさをそれぞれ求めなさい。

（奈良・西大和学園高）



# ◎ 円の性質　難問チャレンジ ②

**〈円と相似①〉**

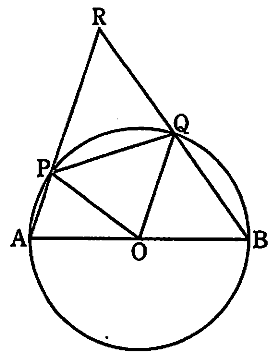
右の図のように，線分ABを直径とする円Oがあり，円Oの弧の上に

$\overset{\frown}{AP} : \overset{\frown}{PQ} = 1 : 2$

AP∥OQ

となる2点P，Qをとる。また，APの延長とBQの延長との交点をRとする。

次の各問いに答えなさい。




(1) ∠POQの大きさを求めなさい。

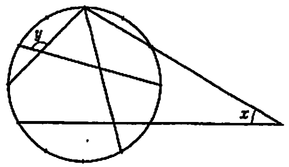
(2) PQ=6のとき，線分BRの長さを求めなさい。

難(3) PQ=6のとき，線分BPの長さを求めなさい。 （千葉・渋谷教育学園幕張高）

## ◎ 円の性質　難問チャレンジ ①

右の図で，円周上の点は円周を12等分する点である。
このとき，$\angle x$，$\angle y$の大きさをそれぞれ求めなさい。

（奈良・西大和学園高）




## ◎ 円の性質　難問チャレンジ ②

〈円と相似①〉

右の図のように，線分ABを直径とする円Oがあり，円Oの弧の上に

$\overset{\frown}{AP} : \overset{\frown}{PQ} = 1 : 2$

AP∥OQ

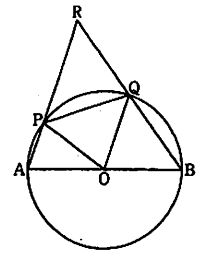
となる2点P，Qをとる。また，APの延長とBQの延長との交点をRとする。

次の各問いに答えなさい。

(1) ∠POQの大きさを求めなさい。

(2) PQ=6のとき，線分BRの長さを求めなさい。

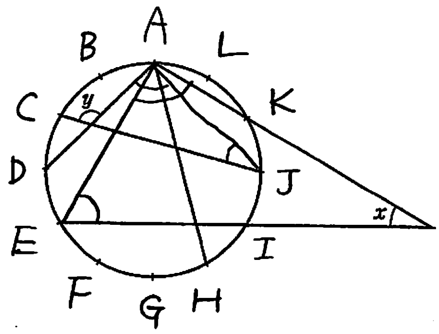
(3) PQ=6のとき，線分BPの長さを求めなさい。（千葉・渋谷教育学園幕張高）



# ◎ 円の性質　難問チャレンジ ①

右の図で，円周上の点は円周を12等分する点である。
このとき，$\angle x$，$\angle y$の大きさをそれぞれ求めなさい。

（奈良・西大和学園高）




12等分する点をA，B，C…，L
とする。

1つの弧の中心角は $360^\circ \div 12 = 30^\circ$

よって1つの円周角は $15^\circ$

$\angle EAK = 15^\circ \times 6 = 90^\circ$

$\angle AEI = 15^\circ \times 4 = 60^\circ$

よって $\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$ //

$\angle AJC = 15^\circ \times 2 = 30^\circ$

$\angle DAJ = 15^\circ \times 6 = 90^\circ$

よって $\angle y = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$ //

# ◎ 円の性質　難問チャレンジ②

**〈円と相似①〉**

右の図のように，線分ABを直径とする円Oがあり，円Oの弧の上に

$\overset{\frown}{AP}:\overset{\frown}{PQ}=1:2$

AP∥OQ

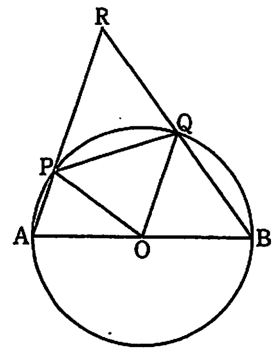
となる2点P，Qをとる。また，APの延長とBQの延長との交点をRとする。

次の各問いに答えなさい。

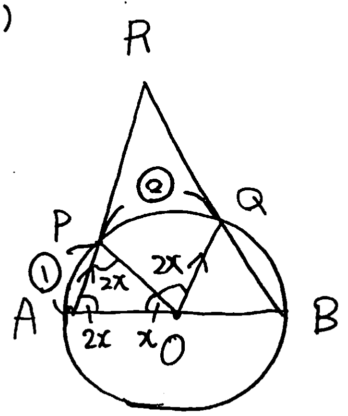
(1) ∠POQの大きさを求めなさい。

(2) PQ=6のとき，線分BRの長さを求めなさい。

難(3) PQ=6のとき，線分BPの長さを求めなさい。（千葉・渋谷教育学園幕張高）




(1)




∠AOP = ∠x とおくと、

$\overset{\frown}{AP}:\overset{\frown}{PQ}=1:2$ より

∠POQ = ∠x × 2

AP∥OQ より 錯角は等しいので

∠APO = ∠POQ = ∠x × 2

△OAP は二等辺三角形（OA = OP）

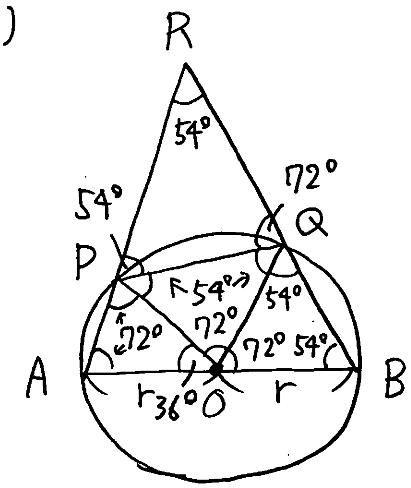
なので ∠PAO = ∠APO = ∠x × 2

△OAP の内角の和は 180° なので

∠x × 5 = 180°　∴ ∠x = 36°

∠POQ = ∠x × 2 = <u>72°</u>

(2)




角度を求めると、左のようになり

△OPQ ∽ △ABR より、

円Oの半径を r とすると、

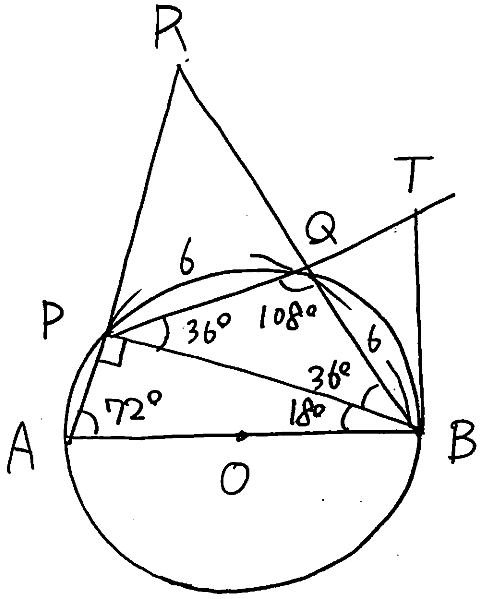
PQ : BR = OP : AB

6 : BR = r : 2r

rBR = 12r

<u>BR = 12</u>

(3)




∠APBは半円の弧に対する円周角だから

$\angle APB = 90°$

$\angle BPQ = \frac{1}{2}\angle BOQ = 36°$

$\angle PQB = 108°$ なので $\angle PQB = 36°$

∴ △PBQは底角が36°の二等辺三角形である。

PQの延長線上に∠BTQ = 72°となる

点Tをとると，$\triangle PBT \backsim \triangle BTQ$

PB = y とおくと．$PB : BT = BT : TQ$

$y : 6 = 6 : (y-6)$

$y(y-6) = 36$

$y^2 - 6y - 36 = 0$

$y = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 1 \times (-36)}}{2} = 3 \pm 3\sqrt{5}$ y > 0より

$y = 3 + 3\sqrt{5}$

$\underline{BP = 3 + 3\sqrt{5}}$ //