愛知県公立入試問題過去問【３年】

「 円の性質　（R4 ～H14） 」

（　　）年（　　）組　氏名（　　　　　　　　　　）

三平方あり

R4-A　なし

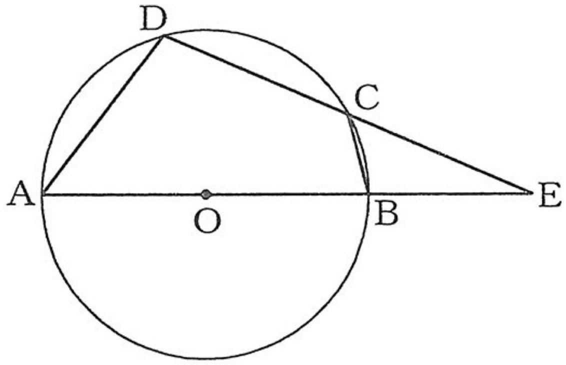
R4-B

(3)　図で，Ｃ，Ｄは線分ＡＢを直径とする円Ｏの周上の点であり，Ｅは直線ＡＢとＤＣとの交点で，ＤＣ＝ＣＥ，ＡＯ＝ＢＥである。

円Ｏの半径が４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　△ＣＢＥの面積は，四角形ＡＢＣＤの面積の何倍か，求めなさい。

②　線分ＡＤの長さは何cmか，求めなさい。



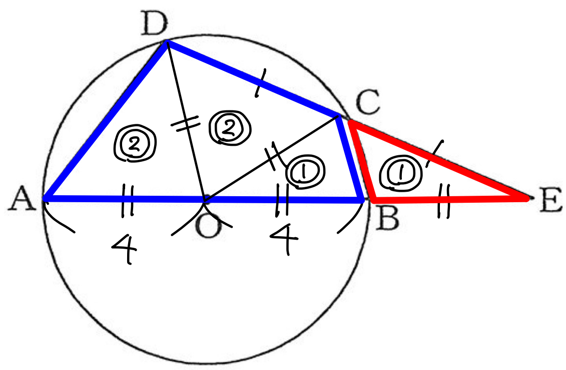
R4−B

(3) 図で，C，Dは線分ＡＢを直径とする円Ｏの周上の点であり，Eは直線ＡＢとＤＣとの交点で，ＤＣ＝ＣＥ，ＡＯ＝ＢＥである。

円Ｏの半径が４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① △ＣＢＥの面積は，四角形ＡＢＣＤの面積の何倍か，求めなさい。

② 線分ＡＤの長さは何cmか，求めなさい。



①

1 △CBE：△COB ＝ ①：①

2 △DOC ＝ △COB なので

△DOC ＝ ②

3 AO：OE ＝ 1：3 なので

△ADO ＝ ②

＝ 面積比 ⑤

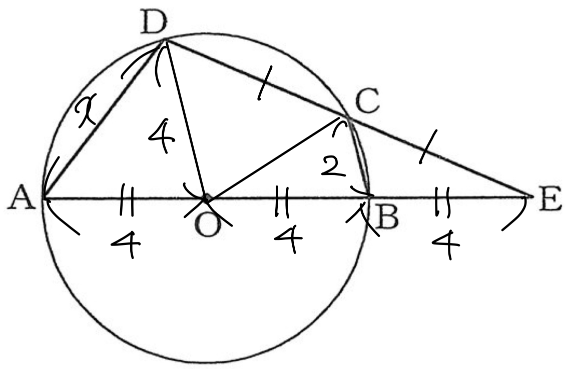
＝ 〃 ①

$\frac{1}{5}$倍

辺の長さの情報が多いので 図形を分割して，底辺比 ＝ 面積比 を用いて進める！

---

② 線分ＡＤの長さは何cmか，求めなさい。

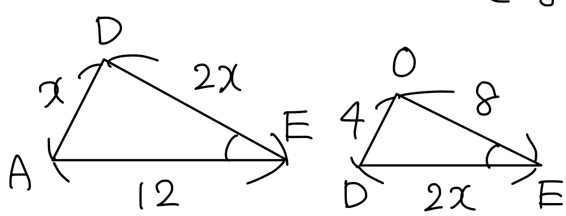


1 DOは半径なので 4cm

△ECB ∽ △EDO は相似比 1：2 なので CB＝ 2cm

2 ①より△DAOと△DOCの面積比が等しく AO＝DO＝COより

△AOD ≡ △DOC で DC＝ x となる。



$x : 4 = 12 : 2x$

$2x^2 = 48$

$x^2 = 24$

$x = \pm 2\sqrt{6}$

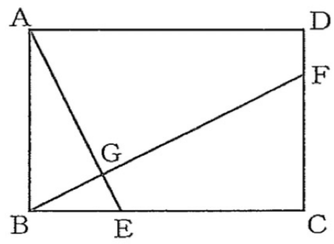
$AD = 2\sqrt{6}$ cm

相似の発見 がキーになることが多い！

R2A

) 図で，四角形ＡＢＣＤは長方形である。Ｅ，Ｆはそれぞれ辺ＢＣ，ＤＣ上の点で，ＥＣ＝２ＢＥ，ＦＣ＝３ＤＦである。また，Ｇは線分ＡＥとＦＢとの交点である。

ＡＢ＝４cm，ＡＤ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



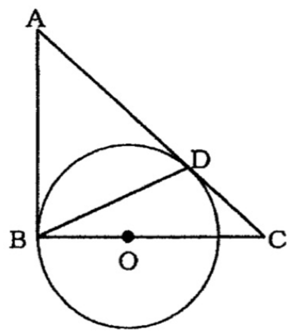
① 線分ＡＧの長さは線分ＧＥの長さの何倍か，求めなさい。

② ３点Ａ，Ｆ，Ｇが周上にある円の面積は，３点Ｅ，Ｆ，Ｇが周上にある円の面積の何倍か，求めなさい。

R1A

(3) 図で，円Ｏは中心が△ＡＢＣの辺ＢＣ上にあり，直線ＡＢ，ＡＣとそれぞれ点Ｂ，Ｄで接している。

ＡＢ＝２cm，ＡＣ＝３cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



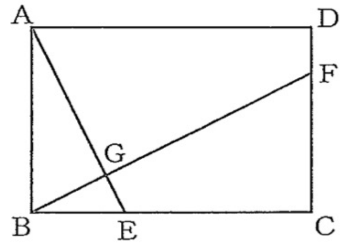
① 円Ｏの面積は何cm²か，求めなさい。

② △ＤＢＣを辺ＢＣを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は，円Ｏを辺ＢＣを回転の軸として１回転させてできる立体の体積の何倍か，求めなさい。

R2A

(2)　図で，四角形ＡＢＣＤは長方形である。Ｅ，Ｆはそれぞれ辺ＢＣ，ＤＣ上の点で，ＥＣ＝２ＢＥ，ＦＣ＝３ＤＦである。また，Ｇは線分ＡＥとＦＢとの交点である。

　ＡＢ＝４cm，ＡＤ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



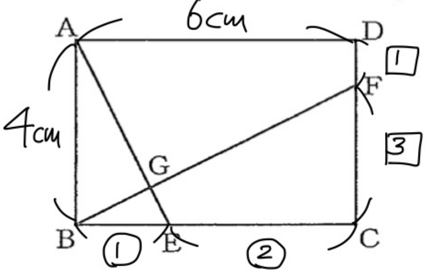
①　線分ＡＧの長さは線分ＧＥの長さの何倍か，求めなさい。

②　３点Ａ，Ｆ，Ｇが周上にある円の面積は，３点Ｅ，Ｆ，Ｇが周上にある円の面積の何倍か，求めなさい。

[図1] が初期状態。

○と□は比の値です。
○と□に分けたのは、
① $\boxed{1}$ に対する長さが
異なるためです。

[図1]



① 比の値から長さを求める。

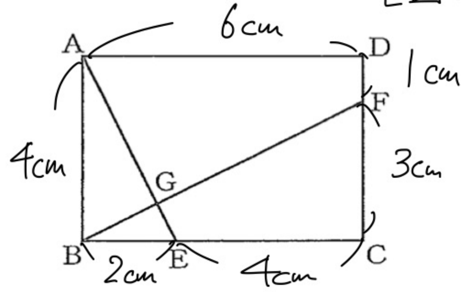
$$4\times\frac{\boxed{1}}{\boxed{1}+\boxed{3}} = 4\times\frac{\boxed{1}}{\boxed{4}} = 1\text{cm} = DF$$

よって FC＝3DF より 3cm

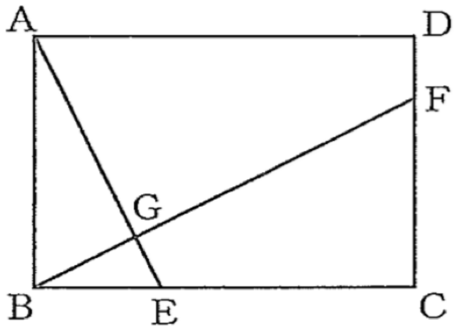
$$6\times\frac{1}{1+2} = 6\times\frac{1}{3} = 2\text{cm} = BE$$

同様にして EC＝4cm

[図2]

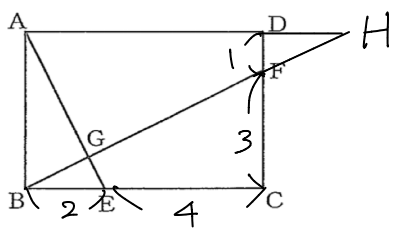


① 線分ＡＧの長さは線分ＧＥの長さの何倍か，求めなさい。



3年

2つの辺を含む 2つの三角形で考える。

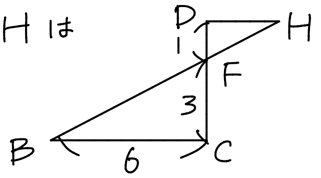


ADとBFを延長した点をHとすると

△AGH∽△EGB

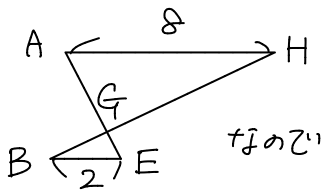
これで考える。

DHは



より $DF:DH = CF:CB \to 1:DH = 3:6$

$3DH = 6 \to DH = 2$



なので

$BE:GE = AH:GA \to 2:GE = 8:GA$

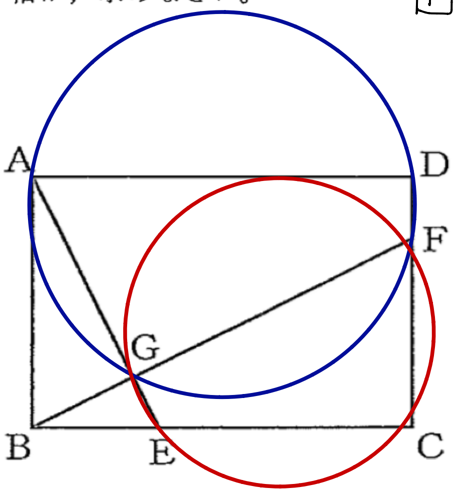
$2GA = 8GE \to GA = 4GE$

以上より AGはGEの4倍

---

② $\underline{3点A，F，Gが周上にある円の面積}_{\boxed{1}}$は，$\underline{3点E，F，Gが周上にある円の面積}_{\boxed{2}}$の何倍か，求めなさい。

3年



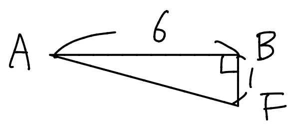
◎ 予想として，$\boxed{1}$はAF，$\boxed{2}$はEFが直径になる。

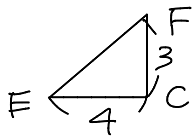
これは∠ADF = 90°，∠FCE = 90° から成り立つ。

よって

ここから △ADFでAFを

△EFCでEFを求める。

◎  より $AF = \sqrt{37} \to$ 円の面積 $= AF^2 \times \pi = 37\pi\ cm^2$

◎  より $EF = 5 \to$ 〃 $= EF^2 \times \pi = 25\pi\ cm^2$

よって $\dfrac{37\pi}{25\pi} = \dfrac{37}{25}$倍

Point

最後の最後に $\dfrac{25}{37}$にしないように丁寧に確認しよう。

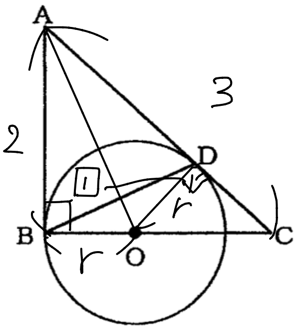
R1A

(3)　図で，円Oは中心が△ABCの辺BC上にあり，直線AB，ACとそれぞれ点B，Dで接している。

　AB＝2cm，AC＝3cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　円Oの面積は何cm^2か，求めなさい。

②　△DBCを辺BCを回転の軸として1回転させてできる立体の体積は，円Oを辺BCを回転の軸として1回転させてできる立体の体積の何倍か，求めなさい。



（問題はこれで終わりです。）

①

1　ODを引くと，半径と接線の関係より

半径OB⊥接線AB，半径OD⊥〃AC

2　半径をrとし，OAを引くと　△ABC＝△ABO＋△AOC となる。

$$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC$$
$$= BO \times AB \times \frac{1}{2} + AC \times OD \times \frac{1}{2}$$
$$= r \times 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times r \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}r \quad \cdots (\mathrm{I})$$

3　△ABCで三平方の定理より　$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$$= \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \triangle ABC = BC \times AB \times \frac{1}{2} = \sqrt{5} \times 2 \times \frac{1}{2} = \sqrt{5} \quad \cdots (\mathrm{II})$$

よって（I）＝（II）より　$\frac{5}{2}r = \sqrt{5}$　$r = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ cm となり面積は

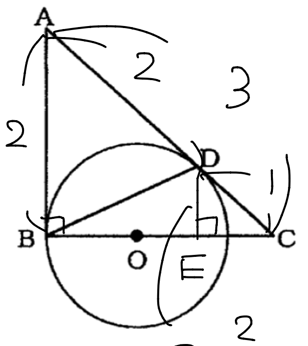
$$\pi r^2 = \pi \times \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{4}{5}\pi \ cm^2$$ //

RIA

Ⅰ

② △ＤＢＣを辺ＢＣを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は，円Ｏを辺ＢＣを回転の軸として１回転させてできる立体の体積の何倍か，求めなさい。

Ⅱ



② $\frac{2}{3}$

Ⅰ

① 円の外部の1点から円への接線の長さは等しいので　$AB = AD = 2$　より　$DC = 1$

② $\triangle ABC \backsim \triangle DEC$ より

$$AC : DC = AB : DE$$

$$3 : 1 = 2 : DE, \quad DE = \frac{2}{3}$$

③ Ⅰの体積 $= DE^2 \times \pi \times BC \times \frac{1}{3}$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \pi \times \sqrt{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{27}\pi \ (cm^3)$$

Ⅱ これは半径 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ cmの球の体積のことなので

$$\text{体積} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^3 = \frac{32\sqrt{5}}{75}\pi \ (cm^3)$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{27}\pi \div \frac{32\sqrt{5}}{75}\pi = \frac{\frac{4\sqrt{5}\pi}{27}}{\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^3}$$

$$= \frac{\cancel{4\sqrt{5}} \times \cancel{3} \times 5 \times 5 \times \cancel{5}}{{}_{9}\cancel{27} \times \cancel{4} \times 2\cancel{\sqrt{5}} \times 2\cancel{\sqrt{5}} \times 2\cancel{\sqrt{5}}} = \frac{25}{72}\text{倍}$$

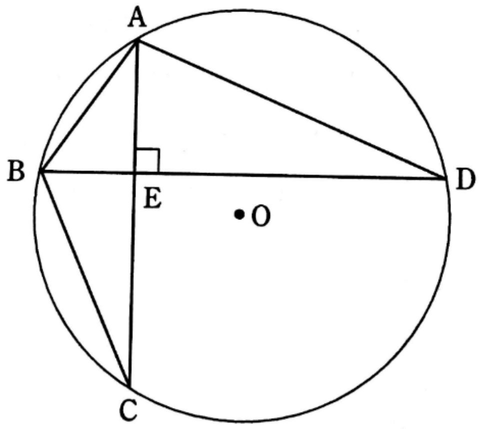
愛知県公立入試問題過去問７０【３年】

「　円の問題（三平方あり③　H20A～24B）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　）

※ H30～H25 は出題なし

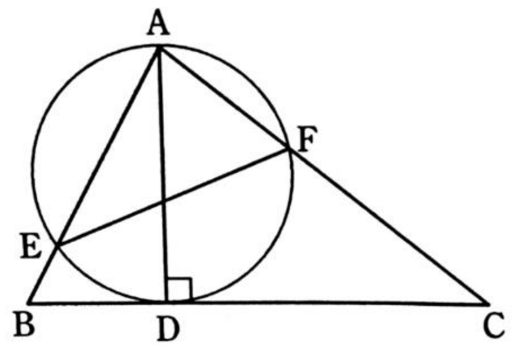
【２０A】　図で、A、B、C、Dは円Ｏの周上の点であり、Eは ACとBDとの交点である。AB＝６cm、AD＝１３cm、AE＝５cm、∠AED＝９０°であるとき、次の①、②の問いに答えなさい。



①　△BECの面積は何 cm^2 か求めなさい。

②　円Ｏの半径は何cmか求めなさい。

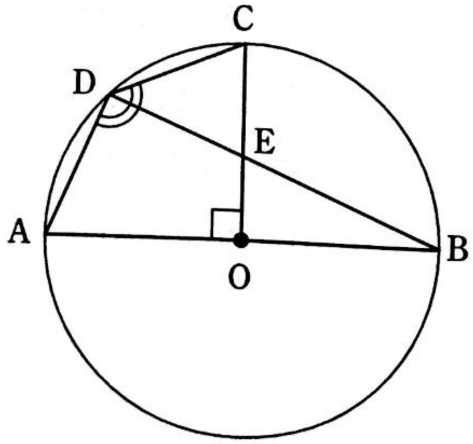
【２０B】　図で、Ｄは△ABC の辺 BC 上の点で、∠ADC ＝９０°である。E、F はそれぞれ線分 AD を直径とする円と、辺 AB、AC との交点である。AB=5cm、BC=8cm、AC=７cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。ただし、円周率はπとする。



①　線分 AD を直径とする円の面積は何 cm^2 か求めなさい。

②　線分 EF の長さは何cmか求めなさい。

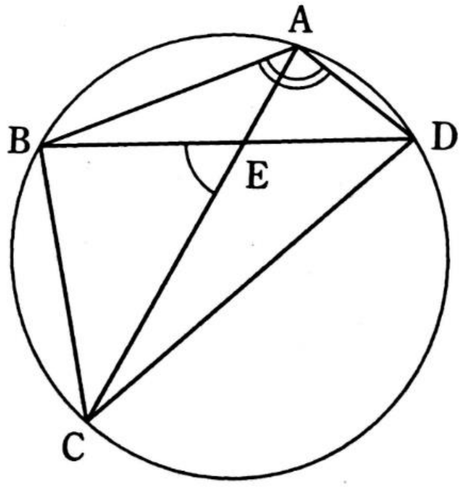
【２３A】　図で、A、B、C、Dは円Oの周上の点で、線分ABは直径、∠COA＝９０°である。Eは線分COとDBとの交点である。CE＝７cm、EO＝５cmであるとき、次の①、②の問いに答えなさい。



①　∠CDAの大きさは何度か、求めなさい。

②　ADの長さは何cmか、求めなさい。

【２４Ｂ】　図のように、円周上の４点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄを頂点とする四角形 ABCD があり、Ｅは線分ＡＣとＢＤとの交点である。ＡＢ＝ＢＣ、円の半径が２cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。ただし、円周率はπとする。また、答えは根号をつけたままでよい。



①　∠ＢＥＣ＝a°のとき、∠ＢＡＤの大きさは何度かaを使って表しなさい。

②　∠ＢＥＣ＝６０°のとき、線分ＢＤの長さは何cmか、求めなさい。

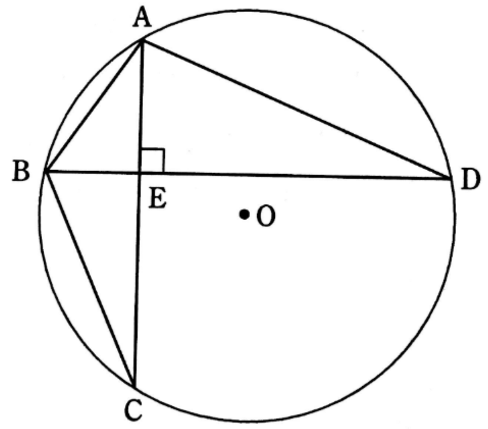
愛知県公立入試問題過去問７０【３年】

「　円の問題（三平方あり③　H20A～24B）　」

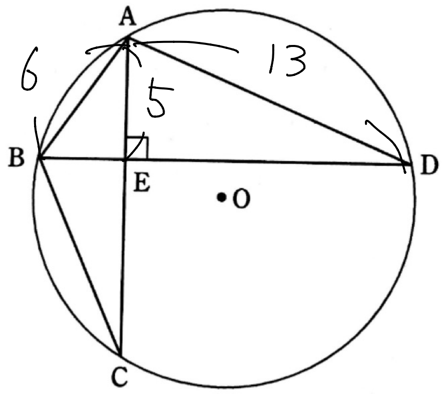
（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　　　）

※ H30～H25 は出題なし

【２０A】 図で、A、B、C、Dは円Oの周上の点であり、Eは ACとBDとの交点である。AB＝６cm、AD＝１３cm、AE＝５cm、∠AED＝９０° であるとき、次の①、②の問いに答えなさい。



① △BECの面積は何 cm^2 か求めなさい。
② 円Oの半径は何cmか求めなさい。



流れ

$\triangle BEC = BE \times EC \times \frac{1}{2}$

なので BEとECの長さを求める。

・BE … ABとAEがわかっているので三平方で。

・EC … △AED∽△BEC の相似比で。

・BEは△ABEで、EDは△AEDで、三平方の定理で求める。

$BE = \sqrt{6^2 - 5^2}$

$= \sqrt{36-25} = \sqrt{11}$ cm

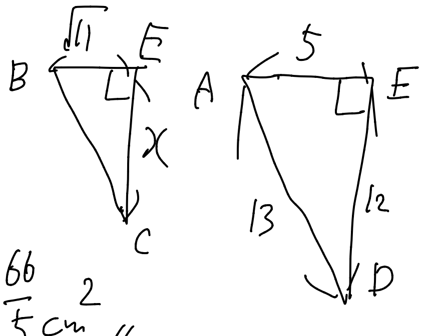
$ED = \sqrt{13^2 - 5^2}$

$= \sqrt{196-25} = \sqrt{144} = 12$ cm

△AED∽△BEC

・∠CBE＝∠DAE（$\overset{\frown}{CD}$の円周角）

・∠BEC＝∠AED＝90°



$\sqrt{11} : 5 = x : 12$

$5x = 12\sqrt{11}$

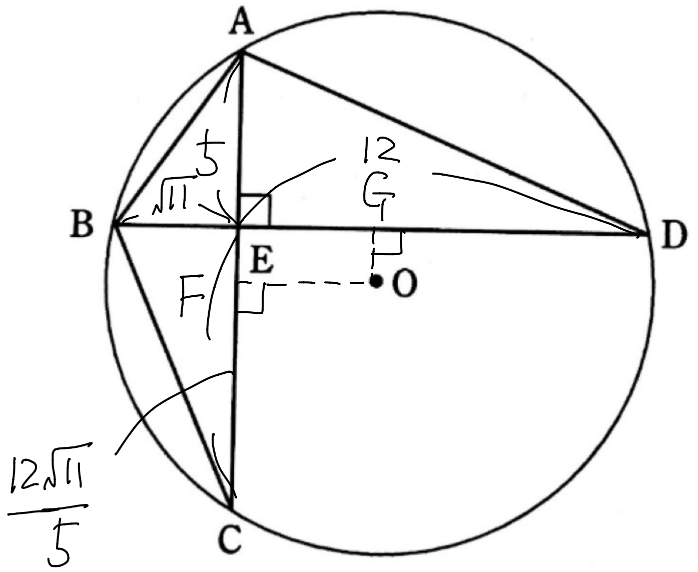
$x = \frac{12\sqrt{11}}{5}$

△BEC

$= BE \times EC \times \frac{1}{2}$

$= \sqrt{11} \times \frac{12\sqrt{11}}{5} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{66}{5}$ cm^2 //



流れ <OAの長さ>

1. 図のようにF, Gをつくる。
2. AFとFOの長さを求める。
3. △AFOで三平方の定理を用いて $OA^2=AF^2+FO^2$ 半径(OA)を求める。

$$FO=EG=BD\times\frac{1}{2}-BE$$
$$=(12+\sqrt{11})\times\frac{1}{2}-\sqrt{11}$$
$$FO=6-\frac{\sqrt{11}}{2}\ \text{cm}$$

$$AF=AC\times\frac{1}{2}$$
$$=(AE+EC)\times\frac{1}{2}$$
$$=\left(5+\frac{12\sqrt{11}}{5}\right)\times\frac{1}{2}$$
$$AF=\frac{5}{2}+\frac{6\sqrt{11}}{5}\ \text{cm}$$

三平方の定理より

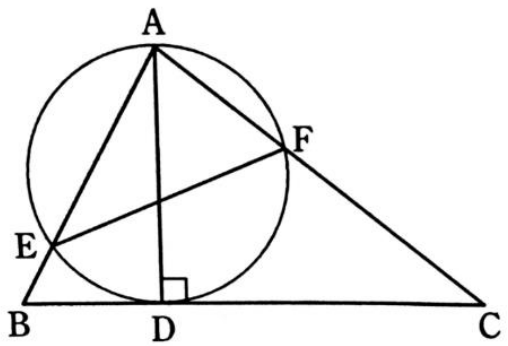
$$OA^2=AF^2+FO^2$$
$$=\left(\frac{5}{2}+\frac{6\sqrt{11}}{5}\right)^2+\left(6-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2$$
$$=\frac{25}{4}+\frac{30\sqrt{11}}{5}+\frac{396}{25}+36-6\sqrt{11}+\frac{11}{4}$$
$$\frac{30\sqrt{11}}{5}=6\sqrt{11}$$
$$=\frac{1521}{25}$$

$$OA=\frac{3\times13}{5}=\frac{39}{5}\ \text{cm}$$

3 | 1521
3 | 507
13 | 169
13

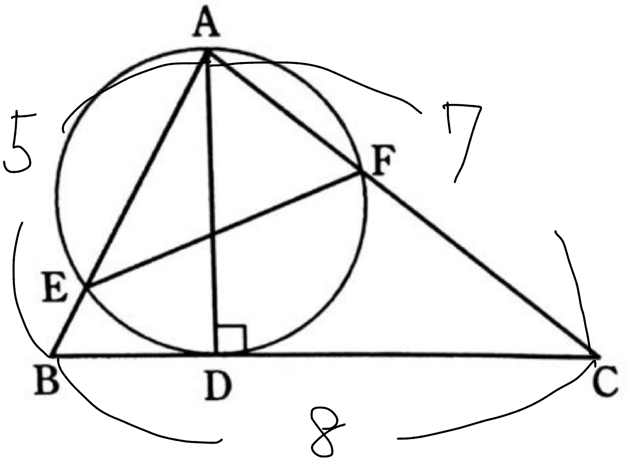
各位を足して3の倍数ならば3で割ることができる。

【20B】 図で、Dは△ABCの辺BC上の点で、∠ADC＝90°である。E、Fはそれぞれ線分ADを直径とする円と、辺AB、ACとの交点である。AB=5cm、BC=8cm、AC=7cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。ただし、円周率はπとする。

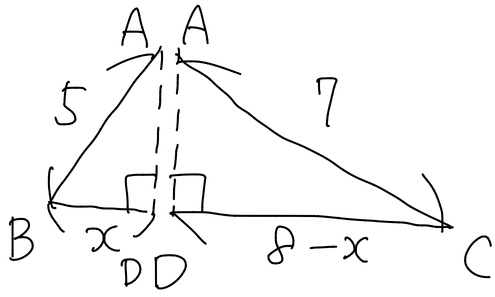


① 線分ADを直径とする円の面積は何cm^2か求めなさい。

② 線分EFの長さは何cmか求めなさい。



流れ

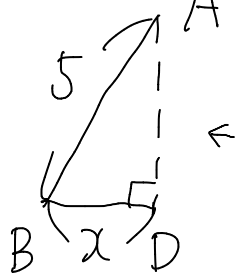


左と右の直角三角形で三平方の定理を用いて

AD = AD を解いて
(左)　(右)　求める。

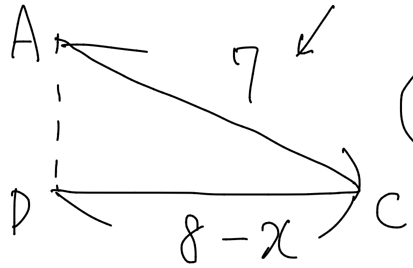
・BD = x とおくと DC = $8-x$

三平方の定理より



← $AD=\sqrt{5^2-x^2}$ …$\boxed{1}$

$AD=\sqrt{7^2-(8-x)^2}$ …$\boxed{2}$



両辺2乗すると
√がとれる

$\boxed{1}=\boxed{2}$ より

$\sqrt{5^2-x^2}=\sqrt{7^2-(8-x)^2}$

$25-x^2=49-(8-x)^2$

$25-x^2=49-(64-16x+x^2)$

$40=16x$

$\frac{40}{16}=x$　　$x=\frac{5}{2}$

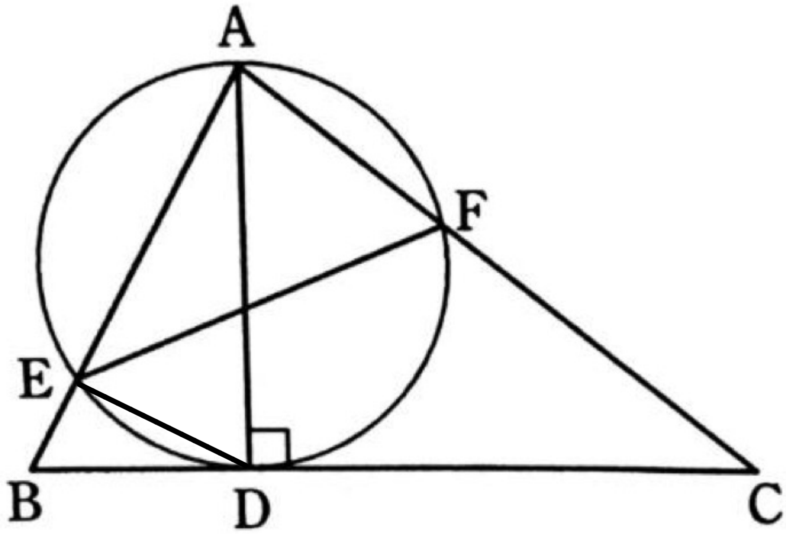
$\boxed{1}$ に代入し、

$AD=\sqrt{5^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{25-\frac{25}{4}}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

円の半径 $=\frac{1}{2}AD=\frac{5\sqrt{3}}{4}$

よって円の面積は

$\left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2\times\pi=\frac{75}{16}\pi$ (cm²)



流れ

$\boxed{1}$ △AFE∽△ABC
を示し，
AE：AC
＝EF：CB
でEFを求める。

$\boxed{2}$ そのために
△AED∽△ADB
からAEを求める。
（前問のADの長さを
利用）

$\boxed{1}$

・△AFE∽△ABC になるために，
∠EAF＝∠CAB（共通）…①
がいえるので ∠AFE＝∠ABC
を示せばよい。

・∠AFE＝∠ADE …②
（$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角なので等しい）

△AEDと△ADBで
∠EAD＝∠DAB（共通）
∠AED＝∠ADB＝90°

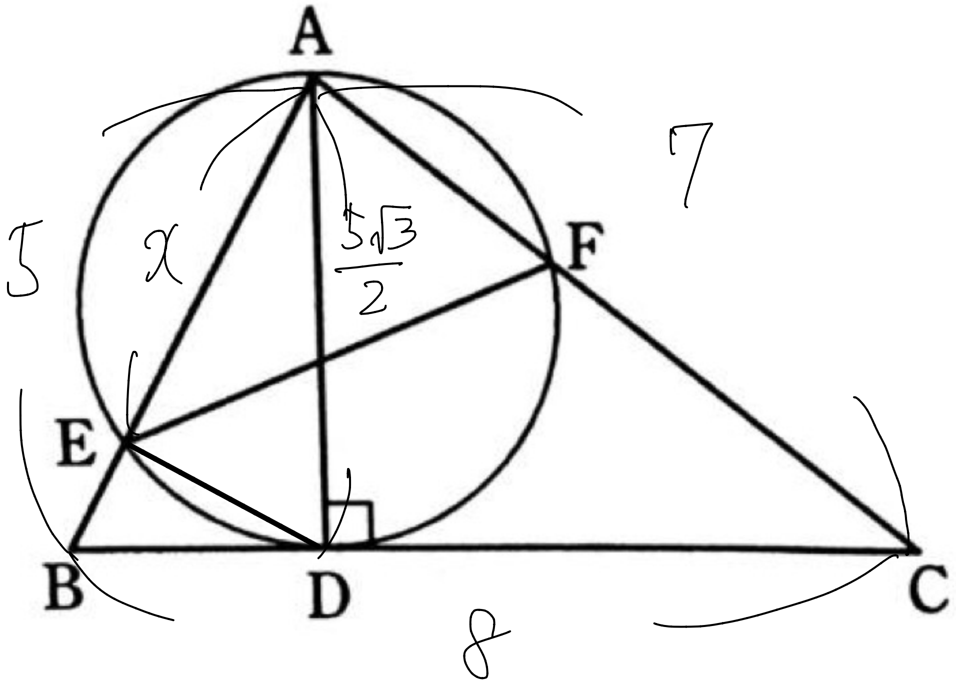
理由…
（ADは円の直径なので
∠AED＝90°）

より△AED∽△ADBとなり
∠ADE＝∠ABD …③

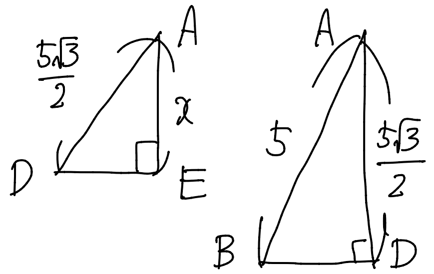
②,③より
∠AFE＝∠ABD
①と↑より
△AFE∽△ABC

→

次へ



$\triangle AED \backsim \triangle ADB$ より



$\frac{5\sqrt{3}}{2} : 5 = x : \frac{5\sqrt{3}}{2}$

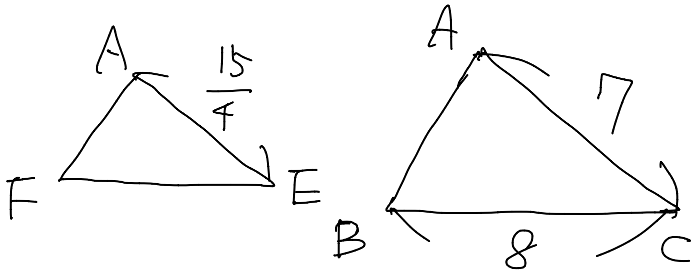
$5x = \frac{25\times3}{4} \qquad x = \frac{15}{4}$

$\triangle AFE \backsim \triangle ABC$ より

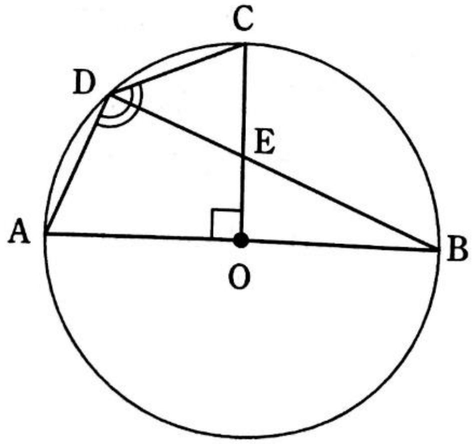
$\frac{15}{4} : 7 = EF : 8$

$7EF = 8\times\frac{15}{4}$

$EF = \frac{30}{7}$ cm //

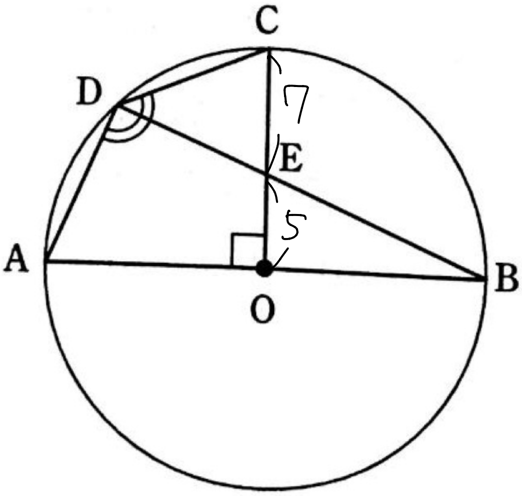


【２３A】　図で、A、B、C、Dは円Oの周上の点で、線分ABは直径、∠COA＝９０°である。Eは線分COとDBとの交点である。CE＝７cm、EO＝５cmであるとき、次の①、②の問いに答えなさい。



①　∠CDAの大きさは何度か、求めなさい。

②　ADの長さは何cmか、求めなさい。



①

∠CDA = ∠CDB + ∠ADB
と分けると、

- ∠CDB は $\overset{\frown}{CB}$ の円周角であり
  中心角は ∠COB = 90° なので
  ∠CDB = 45°

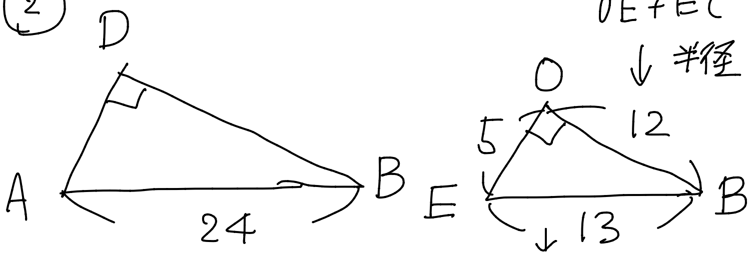
- ∠ADB は $\overset{\frown}{AB}$ の円周角であり
  中心角は ∠AOB = 180° なので
  ∠ADB = 90°

よって
∠CDA = 45° + 90°
= 135°

---

②

OE + EC
↓ 半径



↑
OE + OC = OB
(半径)
その2倍(直径)

$EB = \sqrt{5^2 + 12^2}$
$= \sqrt{169} = 13$

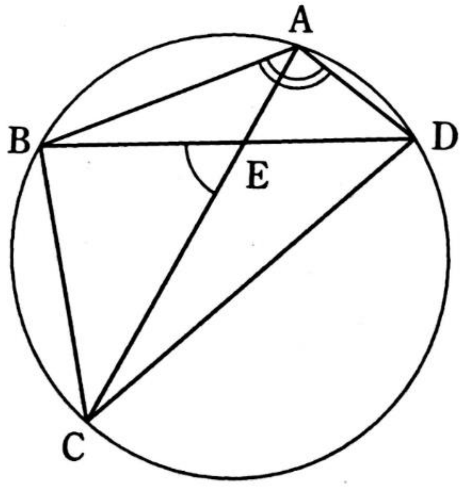
流れ

△ADB ∽ △EOB
より
$\boxed{AD}$: EO = AB : BE
EOとOBの三平方で求める。

よって　AD : 5 = 24 : 13

13AD = 120
AD = $\dfrac{120}{13}$ cm

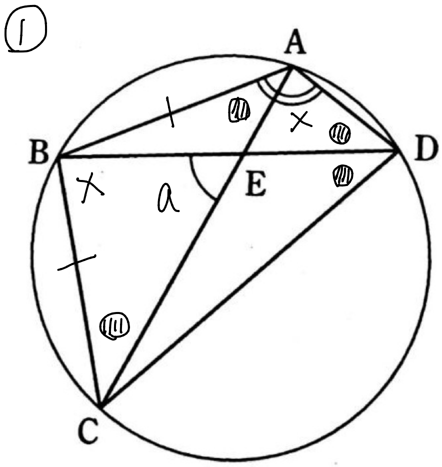
【24B】 図のように、円周上の４点A、B、C、Dを頂点とする四角形 ABCD があり、Eは線分ACとBDとの交点である。AB＝BC、円の半径が2cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。ただし、円周率はπとする。また、答えは根号をつけたままでよい。



① ∠BEC＝a°のとき、∠BADの大きさは何度かaを使って表しなさい。

② ∠BEC＝６０°のとき、線分BDの長さは何cmか、求めなさい。

①



① 流れ

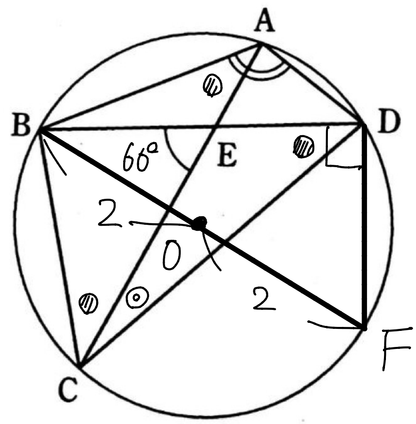
円周角の定理 や AB＝BCの
二等辺三角形 の 底角が等しい
ことより 左図のように 等しい
角の大きさを記し 考える。

・ ∠BAD ＝ ◎ ＋ ×

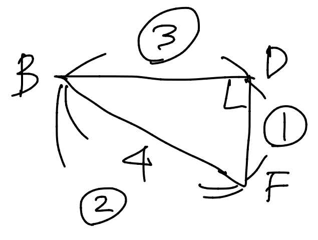
・ △BEC において
内角の和 ＝ 180° より
◎ ＋ × ＋ a ＝ 180°
◎ ＋ × ＝ 180° − a
∠BAD ＝ 180° − a //

代入

②



△CED の外角 ∠BEC
＝ ∠EDC ＋ ECD
＝ ∠BCE ＋ ECD ＝ ◎＋⊙＝60°



よって

BD ＝ $2\sqrt{3}$cm //

② 流れ

∠BCD ＝ ◎＋⊙ ＝ 60° より
△BFD は 90°，60°，30° の
直角三角形 となり 1：2：$\sqrt{3}$
となり BF＝4cm から BD を求める。

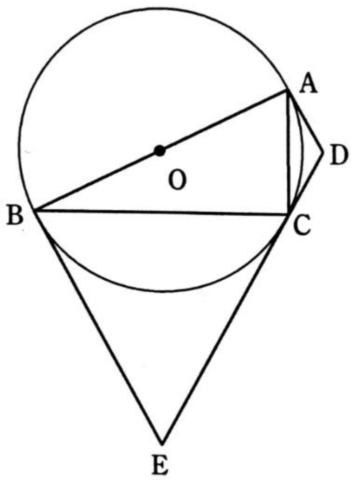
愛知県公立入試問題過去問６９【３年】

「　円の問題（三平方あり②　H16B～19A）　」

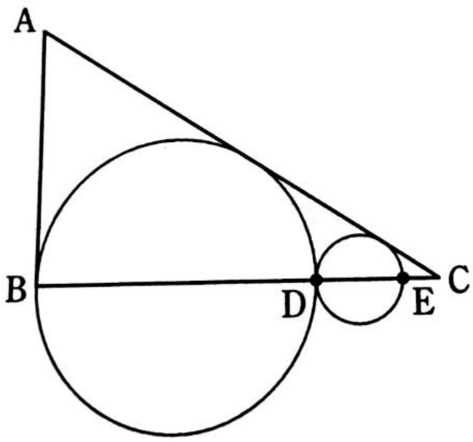
（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　　　）

cm^2

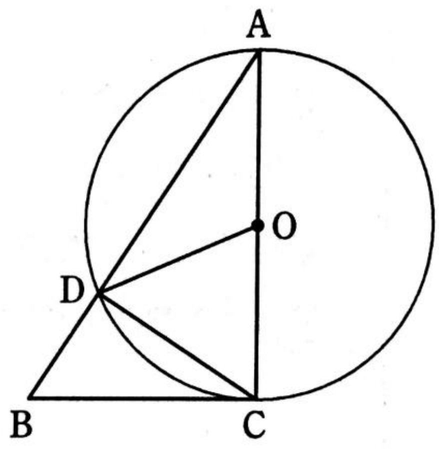
【16B】　図で、Cは AB を直径とする円 O の周上の点で、AD、BE、DE はそれぞれ点 A、B、C で円 O に接している。AC＝1cm、BC＝2cmのとき、四角形 ABED の面積は何 cm^2 か求めなさい。



【17Ａ】　図で、△ABC は∠ABC＝９０°の直角三角形で、D、E は辺 BC 上の点である。BD、DE を直径とする2つの円は、ともに辺 AC で接している。AB=3cm、AC=５cmのとき、線分 BE の長さは何cmか求めなさい。



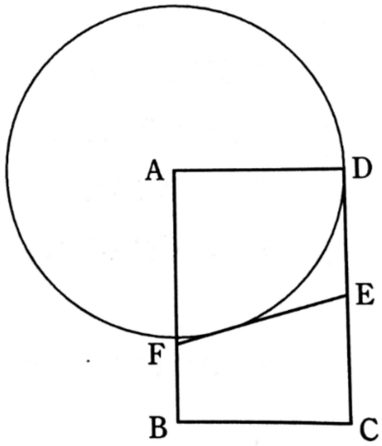
【18B】　図で、△ABCは∠ACB＝９０°の直角三角形である。また、Dは線分ACを直径とする円Oと辺ABとの交点である。AC＝４cm、BC＝３cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。



①　線分DCの長さは何cmか求めなさい。

②　四角形ODBCの面積は何 cm^2 か求めなさい。

【19A】　図で、四角形 ABCD は長方形、E は辺 DC の中点、F は辺 AB 上の点で、直線 EF は、点 A を中心とする半径 AD の円に接している。AB＝6cm、AD＝4cmのとき、線分 EF の長さを求めなさい。



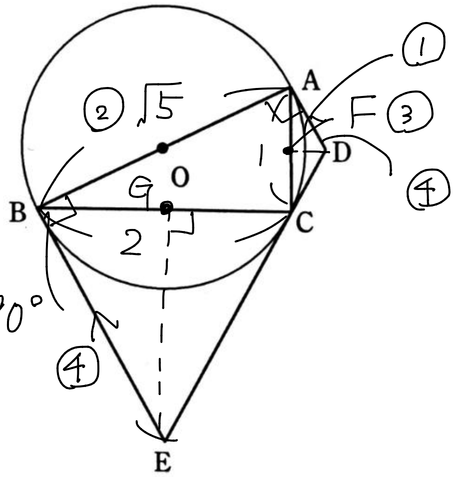
愛知県公立入試問題過去問６９【３年】

「　円の問題（三平方あり②　H16B～19A）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　）

cm^2

【16B】　図で、C は AB を直径とする円 O の周上の点で、AD、BE、DE はそれぞれ点 A、B、C で円 O に接している。AC＝1cm、BC＝2cmのとき、四角形 ABED の面積は何 cm^2 か求めなさい。



① 直径と外部の点からの接線は垂直に交わるので $\angle OBE = \angle OAD = 90°$ となり、□ABED は AD∥BE の台形

② 問題文より $AC=1$, $BC=2$, AB：直径より △ABC は $\angle ACB = 90°$ の直角三角形 となり 三平方の定理 を用いて $AB = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$

③ 台形の面積 ＝ （上底＋下底）× 高さ × $\frac{1}{2}$ ＝ $(AD+BE) \times AB \times \frac{1}{2}$

これより AD と BE の長さを求める。

D から AC へ、E から BC へ垂線を下ろし、点 F, G とする。

④ 接弦定理より △ABC ∽ △DAF ∽ △BEG。

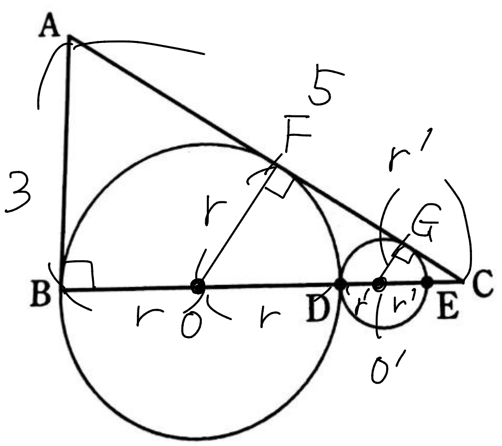
円の外部からの2つの接線の長さは等しいので △ADC, △BEC は二等辺三角形となり、$AF = \frac{1}{2}$, $BO = 1$。

- $AB : DA = BC : AF$ より $\sqrt{5} : DA = 2 : \frac{1}{2}$　　$DA = \frac{\sqrt{5}}{4}$ cm
- $AB : BE = AC : BG$ より $\sqrt{5} : BE = 1 : 1$　　$BE = \sqrt{5}$ cm

⑤ 以上より □ABED ＝ $(AD + BE) \times AB \times \frac{1}{2}$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{4} + \sqrt{5}\right) \times \sqrt{5} \times \frac{1}{2} = \frac{25}{8}\ cm^2$$

【17A】 図で、△ABCは∠ABC＝９０° の直角三角形で、D、Eは辺BC上の点である。BD、DEを直径とする2つの円は、ともに辺ACで接している。AB=3cm、AC=5cmのとき、線分BEの長さは何cmか求めなさい。



① 直径をBDとする円の中心をO
直径をDE 〃 O'
とし、半径をそれぞれ r, r' とおく。

ACとOの接点，O'との接点をF, Gとおく。

② $\angle ABC = \angle OFC = \angle O'GC = 90^\circ$，∠ACBは△ABC, △OFC
△O'GCにおいて等しい角なので $\triangle ABC \sim \triangle OFC \sim \triangle O'GC$

③ △ABCで三平方の定理を用いると $BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$
よって $OC = 4 - r$，$O'C = 4 - 2r - r'$ と表される。

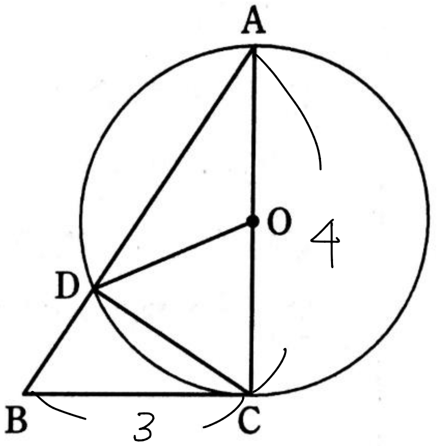
代入すると $O'C = 1 - r'$

④ $\triangle ABC \sim \triangle OFC$ において
$AB : OF = AC : OC$ より $3 : r = 5 : 4 - r$
$5r = 3(4 - r) \longrightarrow r = \frac{3}{2}$ cm

$\triangle ABC \sim \triangle O'GC$ において
$AB : O'G = AC : O'C$ より $3 : r' = 5 : (1 - r') \longrightarrow r' = \frac{3}{8}$ cm

⑤ $BE = r + r + r' + r' = \frac{3}{2} \times 2 + \frac{3}{8} \times 2 = \frac{15}{4}$ cm //

【18B】 図で、△ABCは∠ACB＝90°の直角三角形である。また、Dは線分ACを直径とする円Oと辺ABとの交点である。AC＝4cm、BC＝3cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。



① 線分DCの長さは何cmか求めなさい。

② 四角形ODBCの面積は何cm^2か求めなさい。

① △ABC ∽ △ACD であり

(∵ ∠BAC = ∠CAD (共通)
∠ACB = ∠ADC = 90°)

△ABCで三平方の定理より

$AB = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

Point
求めたい長さを含む相似な三角形を見つける。

・△ABCと△ACDで AB : AC = CB : DC

5 : 4 = 3 : DC　　$DC = \frac{12}{5}$cm //

---

② □ODBC = △ABC − △ADO　　△ADO = $△ADC \times \frac{1}{2}$ ← AO = OC

$= △ABC - △ADC \times \frac{1}{2}$

・$△ADC = AD \times DC \times \frac{1}{2}$

△ADCで DC : AD = 3 : 4 なので $\frac{12}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{5}$ = AD

$\therefore △ADC = \frac{16}{5} \times \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{96}{25}$

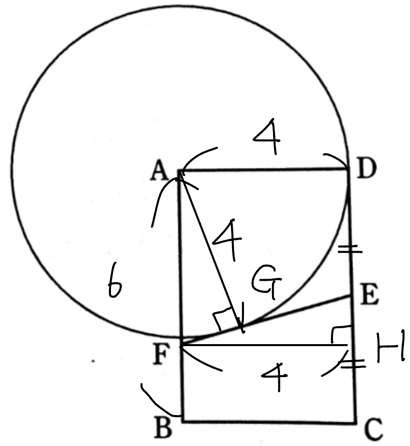
・$△ABC = BC \times AC \times \frac{1}{2} = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6$

以上より

$□ODBC = △ABC - △ADC \times \frac{1}{2}$ に代入して

$= 6 - \frac{96}{25} \times \frac{1}{2} = \frac{102}{25}$ cm^2 //

【19A】 図で、四角形 ABCD は長方形、E は辺 DC の中点、F は辺 AB 上の点で、直線 EF は、点 A を中心とする半径 AD の円に接している。AB＝6cm、AD＝4cmのとき、線分 EF の長さを求めなさい。



① □ABCD：長方形より AB//DC なので

・∠AFG ＝∠HEF

・∠AGF ＝∠FHE ＝90°

・ AG ＝ FH ＝4

より △AFG ≡△FEH

② AF＝FE＝ x とおくと

EC＝DE＝3より EH＝$x-3$ となり

△FEH で三平方の定理より

$FE^2 = FH^2 + EH^2$

$x^2 = 4^2 + (x-3)^2$

$x^2 = 16 + x^2 - 6x + 9$

$6x = 25$ $x = \frac{25}{6}$

$\therefore$ EF＝$\frac{25}{6}$ cm

Point

・接点半径（AG）を引いて直角三角形を作ること。

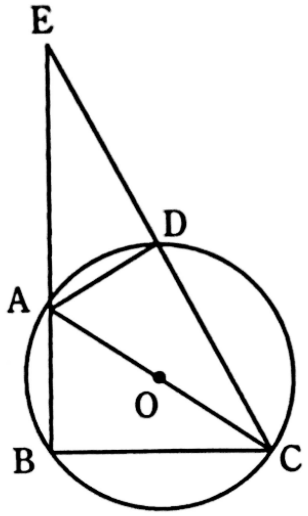
・合同な三角形を見つけること。（相似）

愛知県公立入試問題過去問６８【３年】

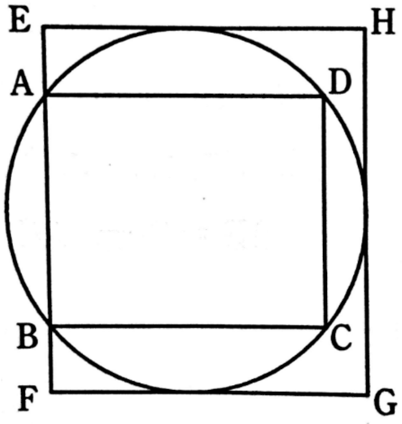
「　円の問題（三平方あり①　H14A～16A）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　　）

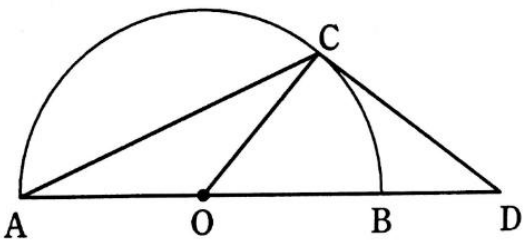
【14A】　図で、四角形ABCDはACを直径とする円Oに内接している。Eは直線BAとCDとの交点で、∠EAD＝∠DACである。AB=3cm、AC＝5cmのとき、辺DAの長さは何cmか求めなさい。ただし、答えに根号がふくまれるときは、根号をつけたままでよい。



【14B】　図で、四角形 ABCD は長方形で、円に内接している。また、四角形 EFGH は長方形で、円と辺 EH、HG、FG で接し、点 A、B で交わっている。AB＝6cm、BC＝8cmのとき、長方形 EFGH の面積は何 cm^2 か求めなさい。



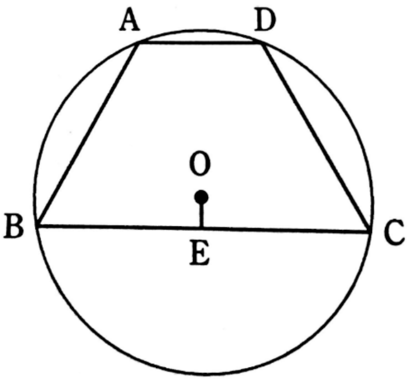
【15B】　図で、Cは AB を直径とする半円 O の周上の点である。また、D は直線 AB と点 C を接点とする半円 O の接線との交点である。OB＝3cm、BD＝2cm のとき、△CAD の面積は何 cm^2 か求めなさい。



【16A】　図で、A、B、C、Dは円Oの周上の点で、AD//BC である。EはBC上の点で、OEとBCは垂直である。

AB=5cm、BC=8cm、AD=2cmのとき、

次の①、②の問いに答えなさい。



①　四角形ABCDの面積は何cm^2か求めなさい。

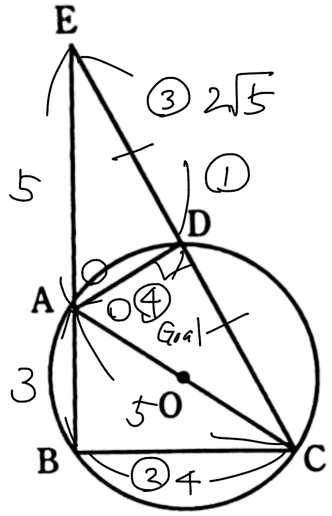
②　線分OEの長さは何cmか求めなさい。

愛知県公立入試問題過去問６８【３年】

「　円の問題（三平方あり①　H14A～16A）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　）

【14A】　図で、四角形 ABCD は AC を直径とする円 O に内接している。E は直線 BA と CD との交点で、∠EAD ＝∠DAC である。AB=3cm、AC＝5cmのとき、辺 DA の長さは何cmか求めなさい。ただし、答えに根号がふくまれるときは、根号をつけたままでよい。



① 問題文より ∠EAD＝∠DAC であり，ACが円の直径であることより ∠ADC＝90° となるので △AEC は AC＝AE の二等辺三角形。
かつ CD＝DE となる。

② ∠ABC＝90° の △ABC において 三平方の定理を用いると，BC＝4

③ ①より AC＝AE なので AE＝5 となり EB＝5+3＝8，BC＝4 より △EBC で三平方の定理を用いて

$EC=\sqrt{EB^2+BC^2}=\sqrt{64+16}$
$=4\sqrt{5}$ となり $ED=2\sqrt{5}$

④ △AED において三平方の定理を用いて

$DA=\sqrt{AE^2-ED^2}=\sqrt{25-20}$
$=\sqrt{5}$

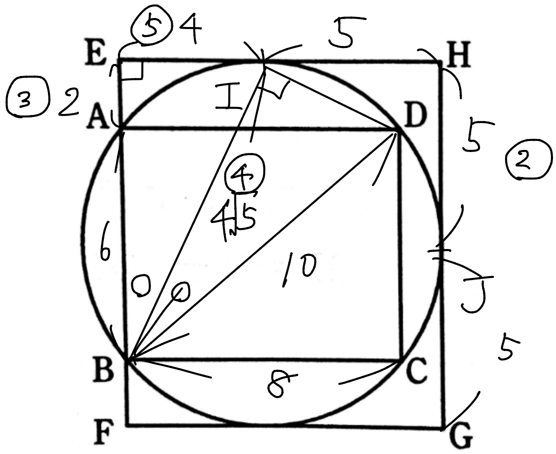
$DA=\sqrt{5}$ cm //

Point

- 直径から直角三角形の発見へ。
- Goalから必要な長さを求める流れをイメージ。

DA（Goal）→ △AED で三平方
↓
EDや EAがほしい。

【14B】 図で、四角形ABCDは長方形で、円に内接している。また、四角形EFGHは長方形で、円と辺EH、HG、FGで接し、点A、Bで交わっている。AB=6cm、BC=8cmのとき、長方形EFGHの面積は何cm^2か求めなさい。



Goal が 長方形EFGHの面積 なので
求めたいのは，FG(EH)，EF(HG)。

① □ABCDが長方形であるので
4つの角は90°なので △ABCで
$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=10$（直径）
$=BD$

② ①より 直径=10 より HG=10
円とEH，HGの交点をI，Jとおくと
$HJ=\frac{1}{2}HG=5=HI$

③ EAを求めたい。
$\overset{\frown}{AI}=\overset{\frown}{ID}$ より 円周角 ∠ABI=∠IBD
∠BEI=∠BID=90° より
△EBI ∽ △IBD

- EA=BF で EF=10，AB=6 より
EA=2 となる。

④ △EBI ∽ △IBD より
EB：IB=IB：DB となる。
8：IB=IB：10
$IB^2=80$
$IB=4\sqrt{5}$

Point

円と，接する四角形 の問題は

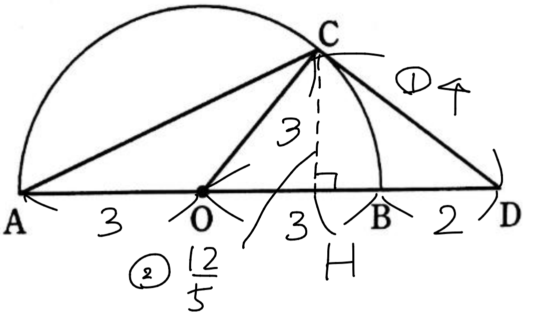
- 直径（半径）
- 接点半径 の補助線

がポイントになる。

⑤ △EBIにおいて
三平方の定理より
$EI=\sqrt{IB^2-EB^2}$
$=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-8^2}$
$=4$

以上より
□EFGH
$=EH\times HG$
$=9\times 10$
$=90\ cm^2$ //

【15B】 図で、CはABを直径とする半円Oの周上の点である。また、Dは直線ABと点Cを接点とする半円Oの接線との交点である。OB=3cm、BD＝2cmのとき、△CADの面積は何cm^2か求めなさい。



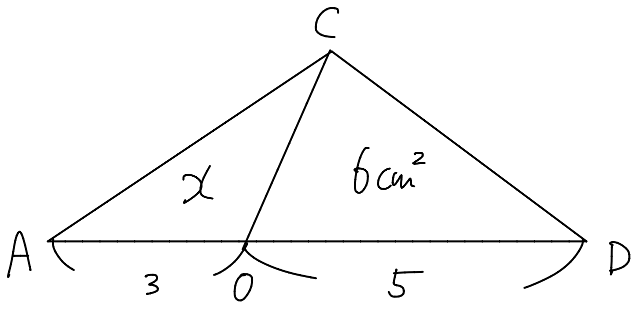
① OCは半径より OBと等しく3
半径 と 接線 は90°で交わることより
△OCD は直角三角形で、
三平方の定理より CD = 4

② CからODへの垂線をおろし，
交点をHとし，面積を
2通りで求めて等式を作る。

$$OD \times CH \times \frac{1}{2} = CD \times OC \times \frac{1}{2}$$
$$5 \times CH \times \frac{1}{2} = 4 \times 3 \times \frac{1}{2}$$
$$CH = \frac{12}{5}$$

③ $\triangle CAD = AD \times CH \times \frac{1}{2}$
$= (3+3+2) \times \frac{12}{5} \times \frac{1}{2}$
$= \frac{48}{5}$ cm^2 //

（別アプローチ）



②の段階で 左図 である。
高さの等しい三角形の面積比は 底辺比に等しいので

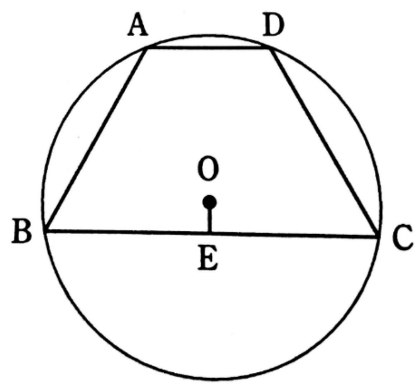
$$x : 6 = 3 : 5$$
$$x = \frac{18}{5} \text{ cm}^2$$

Point

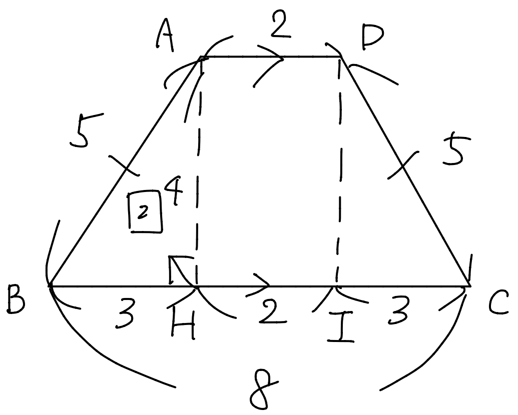
面積比と底辺比の関係の利用

$\therefore \triangle CAD = \triangle AOC + \triangle COD$
$= \frac{18}{5} + 6 = \frac{48}{5}$ cm^2 //

【16A】 図で、A、B、C、D は円 O の周上の点で、AD//BC である。E は BC 上の点で、OE と BC は垂直である。
AB=5cm、BC=8cm、AD=2cmのとき、
次の①、②の問いに答えなさい。



① 四角形 ABCD の面積は何 cm^2 か求めなさい。
② 線分 OE の長さは何cmか求めなさい。



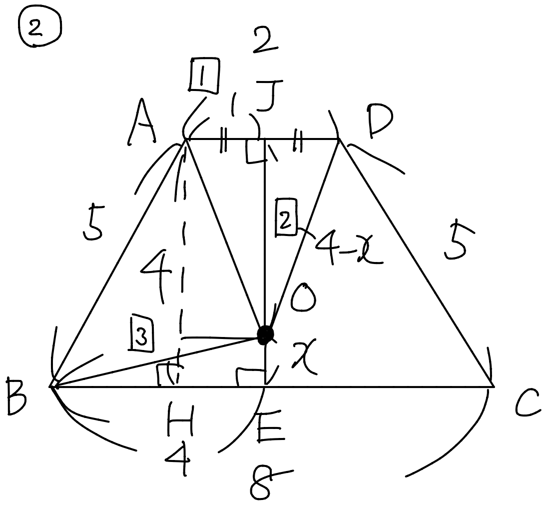
① 流れ

$\boxed{1}$ AD//BC の台形で AB = DC の等脚台形となる。

$\boxed{2}$ A, D から BC への垂線をおろし, 交点を H, I とすると △ABH が直角三角形となり
$AH=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (高さ)。

$\boxed{3}$ よって台形 ABCD
$= (AD + BC) \times AH \times \frac{1}{2}$
$= (2+8) \times 4 \times \frac{1}{2} = 20\,cm^2$

②



$\boxed{1}$ O から AD への垂線と AD との交点を J とすると,
△OAD が二等辺三角形なので $AJ = JD = \frac{1}{2}AD$
$= 1\,cm$ となる。

$\boxed{2}$ 求めたい OE の長さを x とすると
$OJ = JE(AH) - OE$
$= 4 - x$

$\boxed{3}$
- △BOE で半径は等しいので
  $OA^2 = OB^2 = 1^2 + (4-x)^2$
  (△AOJ で三平方)
- △BOE で $OE^2 + BE^2 = OB^2$
  $x^2 + 4^2 = 1^2 + (4-x)^2$
  解くと, $x = \frac{1}{8}$

$OE = \frac{1}{8}\,cm$