高校入試過去問(　国立高専　)（R１）年数学

（１００点満点（50　）分））

１．

(1)　$\frac{2}{3} \div \left(-\frac{4}{9}\right) + (-2)^2 \times \frac{1}{5}$ を計算すると $\frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

(2)　$\frac{1}{\sqrt{75}} \times \frac{\sqrt{45}}{2} \div \sqrt{\frac{3}{20}}$ を計算すると $\boxed{オ}$ である。

(3)　2 次方程式 $x^2-3x-1=0$ を解くと $x=\frac{\boxed{カ} \pm \sqrt{\boxed{キク}}}{\boxed{ケ}}$ である。

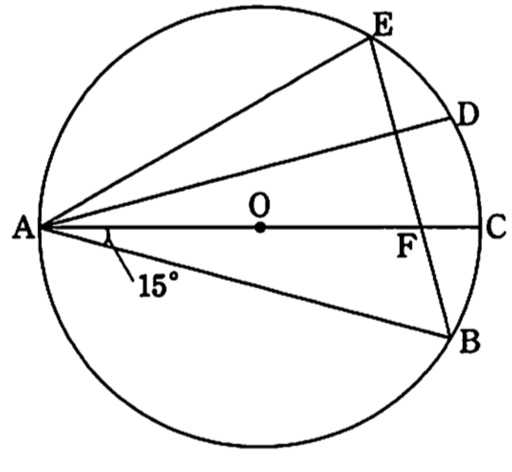
(4)　y は x に反比例し，$x=2$ のとき $y=9$ である。このとき，x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合は $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(5)　50 円硬貨 3 枚と 100 円硬貨 2 枚がある。この 5 枚の硬貨を同時に投げるとき，表が出た硬貨の合計金額が 150 円となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。ただし，これらの硬貨を投げるとき，それぞれの硬貨は表か裏のどちらかが出るものとし，どちらが出ることも同様に確からしいものとする。

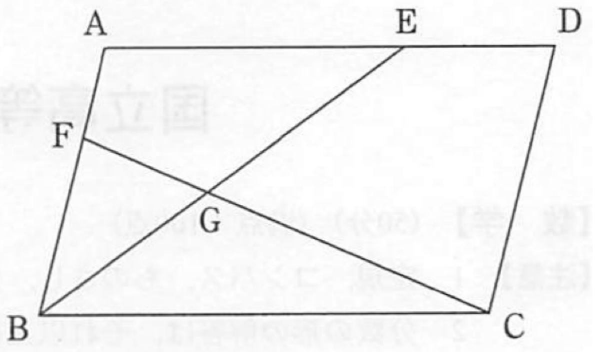
(6)　下の表は生徒 10 人が最近 1 か月に読んだ本の冊数を示したものである。この 10 人が読んだ本の冊数の平均値は $\boxed{タ}$.$\boxed{チ}$ 冊であり，中央値(メジアン)は $\boxed{ツ}$ 冊である。

生　徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
冊数(冊)	1	0	2	10	8	6	1	5	9	3

(7)　右の図のように，円 O の周上に 5 点 A，B，C，D，E をとる。線分 AC は円 O の直径であり，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$，$\angle BAC=15°$ である。線分 AC と BE の交点を F とするとき，$\angle AFE=\boxed{テト}°$ である。

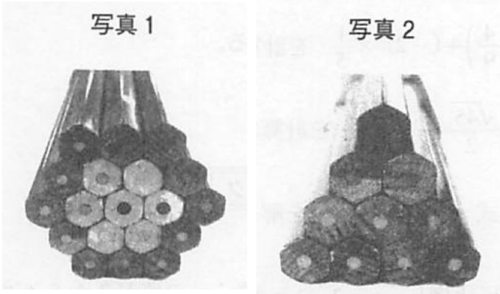


(8) 右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 AD 上に AE：ED＝2：1 となる点 E をとり，辺 AB 上に AF：FB＝1：2 となる点 F をとる。線分 BE と CF の交点を G とするとき，FG：GC を最も簡単な自然数の比で表すと $\boxed{\text{ナ}}$：$\boxed{\text{ニ}}$ である。

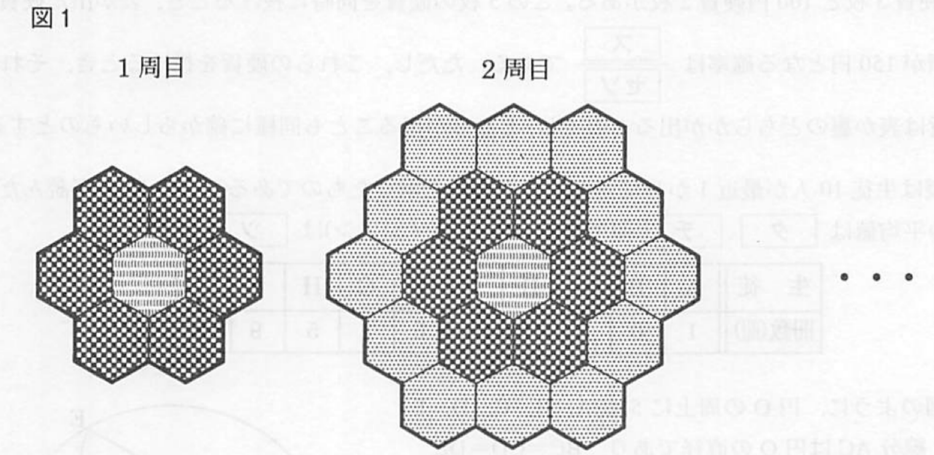


2.

底面の 1 辺が 5mm の正六角柱の鉛筆を，**写真 1**，**写真 2** のように束ね，床においた。このとき，次の各問いに答えなさい。



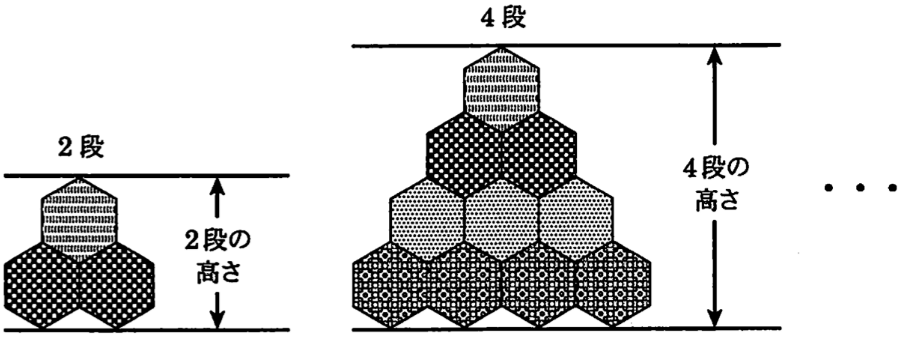
(1) 鉛筆を**写真 1** のように束ねる。**図 1** は，鉛筆を 1 周目として，1 本のまわりに隙間なく束ね，続けて 2 周目として，1 周目のまわりに隙間なく束ねたものを，鉛筆の六角形の面の方からみた図である。



これを続けて 6 周目を作って束ねたとき，一番外側の鉛筆の本数は $\boxed{アイ}$ 本である。また，このとき，一番外側の辺の長さの合計（図 1 の太線部分）は $\boxed{ウエオ}$ mm である。

(2) 鉛筆を写真 2 のように束ねる。図 2 は，床に接する鉛筆が 2 本で，2 段の鉛筆を束ね，続けて床に接する鉛筆が 4 本で，4 段の鉛筆を束ねたものを，鉛筆の六角形の面の方からみた図である。

図 2



床に接する鉛筆が $2n$ 本で，$2n$ 段の鉛筆を束ねたとき，この束の高さは，n を用いて表すと

$$\boxed{\text{カキ}}\,n+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\ (\text{mm})$$

である。また，束の高さが 182.5mm のとき，床に接する鉛筆は $\boxed{\text{コサ}}$ 本である。

３．

　右の図１のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=mx+n$ のグラフが２点A，Bで交わっていて，次の３つの条件を満たしている。

① 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-\frac{1}{3}\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 3$ である。

② 点Aの x 座標は1，点Bの x 座標は $-\frac{1}{3}$ である。

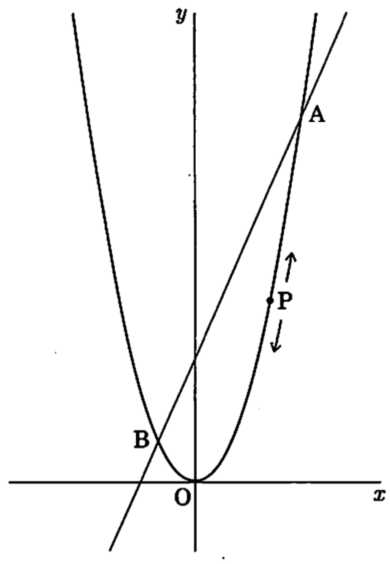
③ 点Pは関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあり，原点Oと点Aの間を動く。

このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) a の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

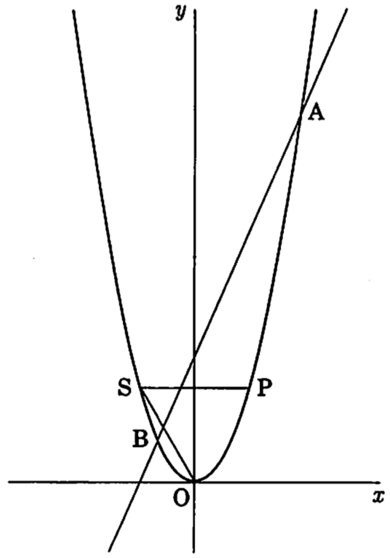
(2) m の値は $\boxed{\text{イ}}$，n の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

図１



(3) 右の図2のように，点Pを通り，x 軸に平行な直線と関数 $y=ax^2$ のグラフの交点をSとする。点Pの x 座標が $\frac{1}{2}$ のとき，直線ABと直線OSの交点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\right)$ である。

図2



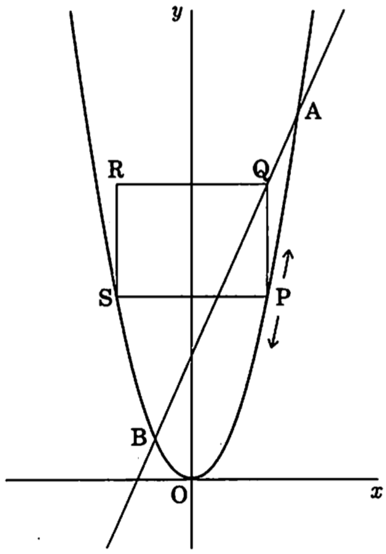
(4)　右の図３のように，点 P を通り，y 軸に平行な直線と直線 AB の交点を Q とし，点 P を通り，x 軸に平行な直線と関数 $y=ax^2$ のグラフの交点を S とする。また，四角形 PQRS が長方形となるように点 R をとる。

　このとき，次の(ⅰ)，(ⅱ)に答えなさい。

(ⅰ)　四角形 PQRS の面積が，直線 AB で二等分されているとき，四角形 PQRS の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(ⅱ)　四角形 PQRS が正方形のとき，点 P の x 座標は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

図３



4.

図1は，横の長さが $17\sqrt{5}$ cm の長方形の紙にぴったり入っている円錐（すい）A の展開図であり，底面の中心とおうぎ形の中心を結ぶ直線は，円錐 A の展開図の対称の軸である。図2は，球 O に円錐 A がぴったり入っている様子を表した見取図であり，図3は，円錐 A に球 O′ がぴったり入っている様子を表した見取図である。図4は，図2と図3を合わせたものである。

図1

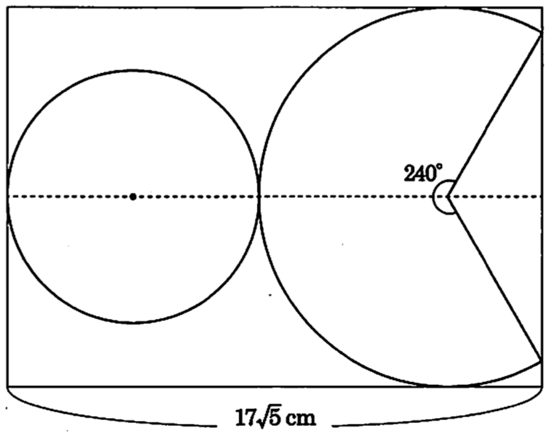


図2

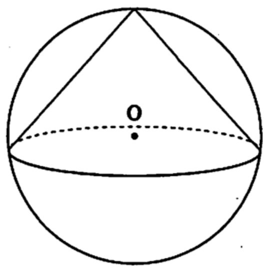


図3

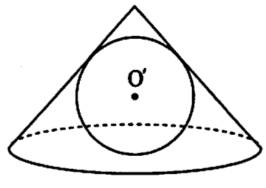
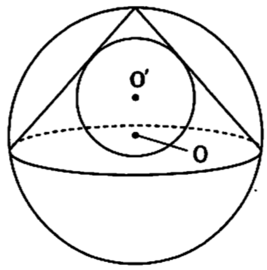


図4



このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 円錐 A の底面の半径は $\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$ cm である。

(2) 円錐 A の高さは $\boxed{ウエ}$ cm である。

(3) 球 O の半径は $\boxed{オ}$ cm である。

(4) 円錐 A の体積を V，球 O′ の体積を W として $V:W$ を最も簡単な自然数の比で表すと $\boxed{カキ}:\boxed{ク}$ である。

(5) 球 O の中心と球 O′ の中心の間の距離は $\boxed{ケ}$ cm である。

高校入試過去問(　国立高専　)(R１)年数学

（１００点満点（50　）分））

１.

---

(1) $\frac{2}{3} \div \left(-\frac{4}{9}\right) + (-2)^2 \times \frac{1}{5}$ を計算すると $\frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

$= \frac{2}{3} \times \left(-\frac{9}{4}\right) + 4 \times \frac{1}{5}$

$= -\frac{3}{2} + \frac{4}{5}$

$= -\frac{15}{10} + \frac{8}{10} \quad = -\frac{7}{10}$ //

(2) $\frac{1}{\sqrt{75}} \times \frac{\sqrt{45}}{2} \div \sqrt{\frac{3}{20}}$ を計算すると $\boxed{オ}$ である。

$= \frac{1}{5\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{5}}{2} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}}$

$= \frac{1}{5\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{5}}{2} \times \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \quad = \frac{6\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{10\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6 \times 5}{10 \times 3} = 1$ //

(3) 2次方程式 $x^2 - 3x - 1 = 0$ を解くと $x = \frac{\boxed{カ} \pm \sqrt{\boxed{キク}}}{\boxed{ケ}}$ である。

解の公式より　$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$ //

(4) y は x に反比例し，$x=2$ のとき $y=9$ である。このとき，x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合は $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

・ $xy=a$ なので $2\times 9=a=18$

$\therefore\ y=\dfrac{18}{x}$

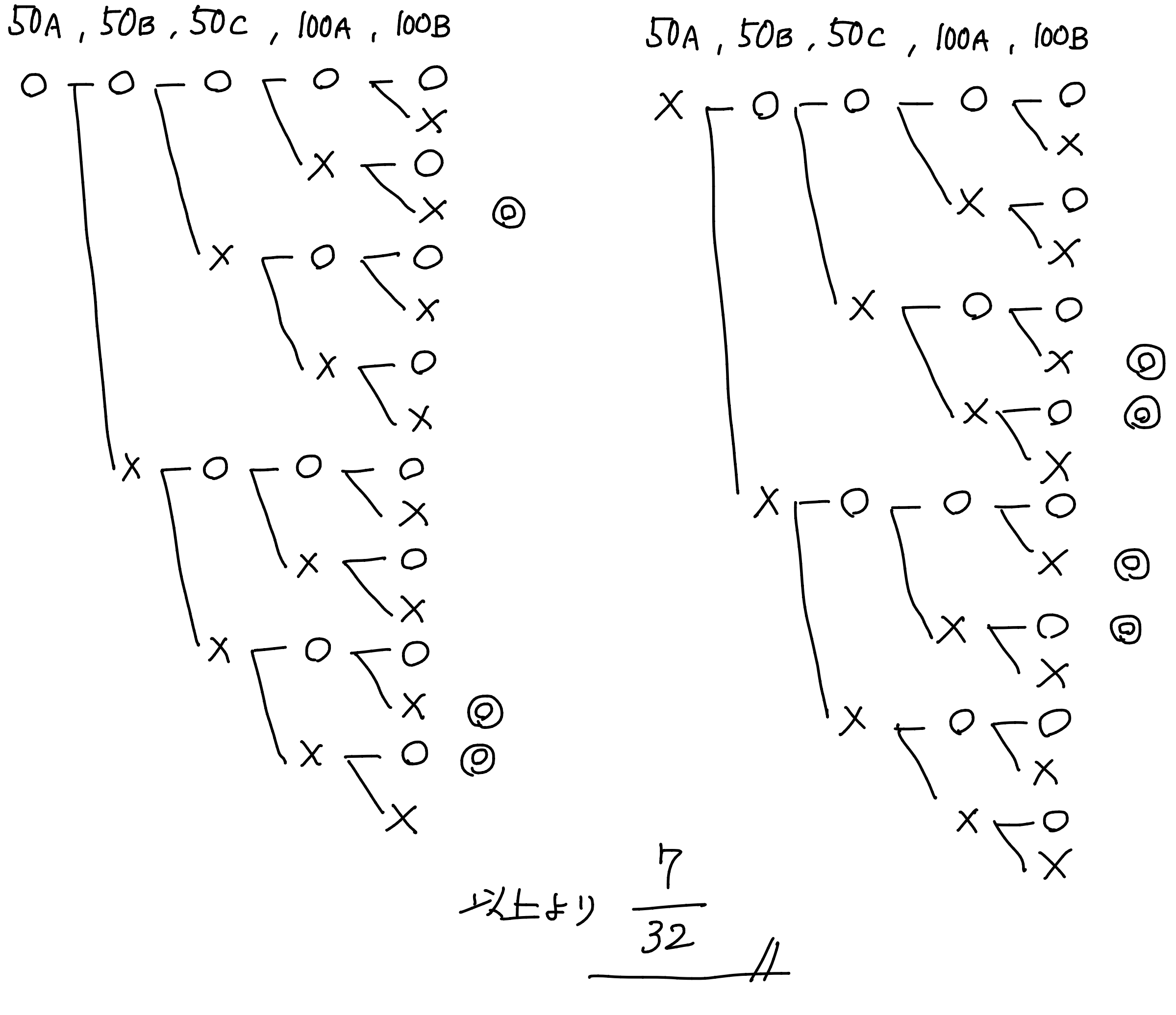
y	$9 \rightarrow 3$
x	$2 \rightarrow 6$

$y=\dfrac{18}{x}$ に x の値を代入。

・ $\text{変化の割合}=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{3-9}{6-2}=-\dfrac{6}{4}=-\dfrac{3}{2}$ //

(5) 50 円硬貨 3 枚と 100 円硬貨 2 枚がある。この 5 枚の硬貨を同時に投げるとき，表が出た硬貨の合計金額が 150 円となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。ただし，これらの硬貨を投げるとき，それぞれの硬貨は表か裏のどちらかが出るものとし，どちらが出ることも同様に確からしいものとする。

1つずつ区別して，表を○，裏を×と表し，合計150円を◎で表す。



以上より $\dfrac{7}{32}$ //

(6)　下の表は生徒 10 人が最近 1 か月に読んだ本の冊数を示したものである。この 10 人が読んだ本の冊数の平均値は $\boxed{タ}$.$\boxed{チ}$ 冊であり，中央値(メジアン)は $\boxed{ツ}$ 冊である。

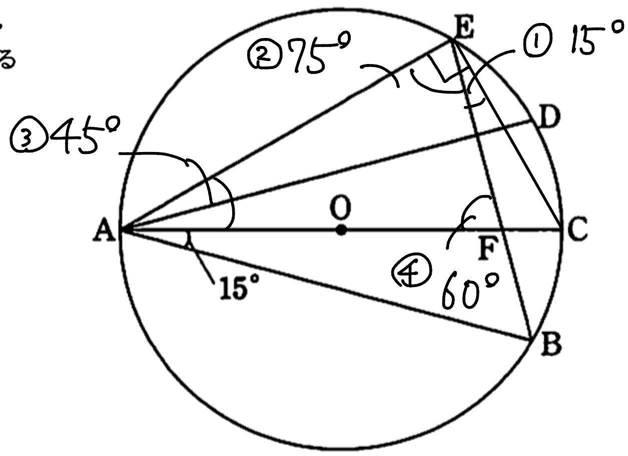
生　徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
冊数(冊)	1	0	2	10	8	6	1	5	9	3

① 平均値 ＝ (1＋0＋2＋10＋8＋6＋1＋5＋9＋3)÷10 ＝ 4.5 冊

② 中央値　　0，1，1，2，$\boxed{3，5}$，6，8，9，10

中央は 3と5 なので その平均 4 が 中央値

(7)　右の図のように，円 O の周上に 5 点 A，B，C，D，E をとる。線分 AC は円 O の直径であり，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$，∠BAC＝15° である。線分 AC と BE の交点を F とするとき，∠AFE＝$\boxed{テト}$° である。



① $\overset{\frown}{BC}$ の円周角より

∠BEC＝∠BAC＝15°

② △AEC は直径 AC を含む直角三角形 (∠AEC＝90°) なので，∠AEF＝90°−15°
＝75°

③ $\overset{\frown}{BC}$：$\overset{\frown}{CE}$＝1：2 なので

∠BAC：∠CAE＝1：2
＝15°：45°

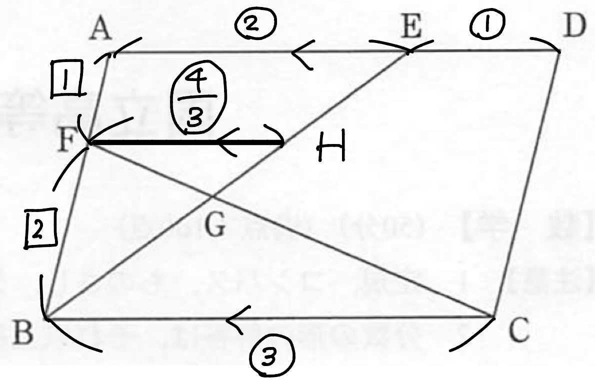
④ △AFE の内角の和＝180° より

∠AFE＝180°−45°−75°＝60°

Point

弧の長さの比
＝円周角の大きさの比

(8) 右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 AD 上に AE：ED=2：1 となる点 E をとり，辺 AB 上に AF：FB=1：2 となる点 F をとる。線分 BE と CF の交点を G とするとき，FG：GC を最も簡単な自然数の比で表すと ナ ：ニ である。



- F から BC に平行な線と EB との交点を H とする。

- $\triangle ABE \sim \triangle FBH$ で相似比は AB：FB の 3：2 なので

$AE : FH = AB : FB$

$2 : FH = 3 : 2$

$FH = \frac{4}{3}$

Point

辺の長さが異なるので比 1 の大きさが違うため ①，$\boxed{1}$ と区別している！

- $\triangle FGH \sim \triangle CGB$ より

$FG : GC = FH : CB$

$FG : GC = \frac{4}{3} : 3 \quad \downarrow \times 3$

$= 4 : 9$

重要

求めたい比の辺を含む三角形で考える！

2.

底面の 1 辺が 5mm の正六角柱の鉛筆を，**写真 1**，**写真 2** のように束ね，床においた。このとき，次の各問いに答えなさい。

写真 1

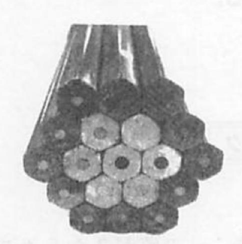
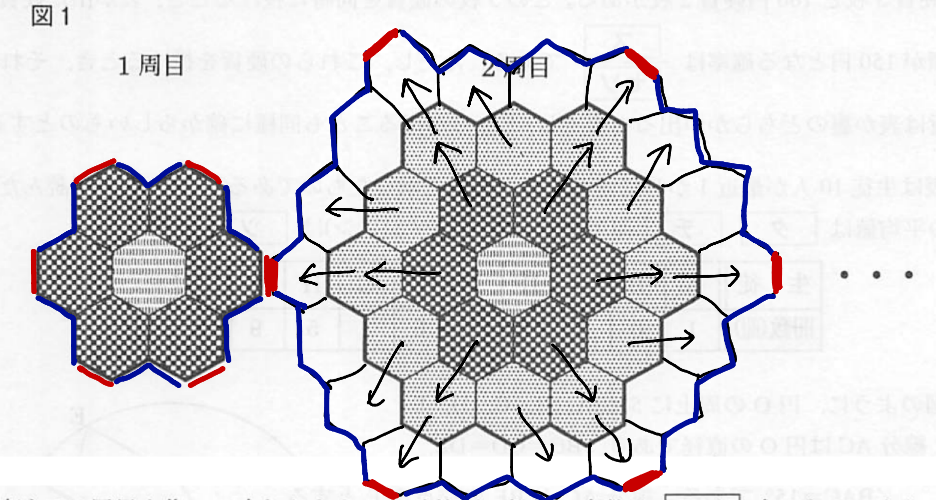


写真 2

(1) 鉛筆を**写真 1** のように束ねる。**図 1** は，鉛筆を 1 周目として，1 本のまわりに隙間なく束ね，続けて 2 周目として，1 周目のまわりに隙間なく束ねたものを，鉛筆の六角形の面の方からみた図である。

図 1



これを続けて 6 周目を作って束ねたとき，一番外側の鉛筆の本数は $\boxed{アイ}$ 本である。また，このとき，一番外側の辺の長さの合計（図 1 の太線部分）は $\boxed{ウエオ}$ mm である。

- 周目と同じ数 ↗ に存在する。(6)
- 残りの数は 1周目の ▦ の間の数 (6)

のように，6本ずつ増えている。

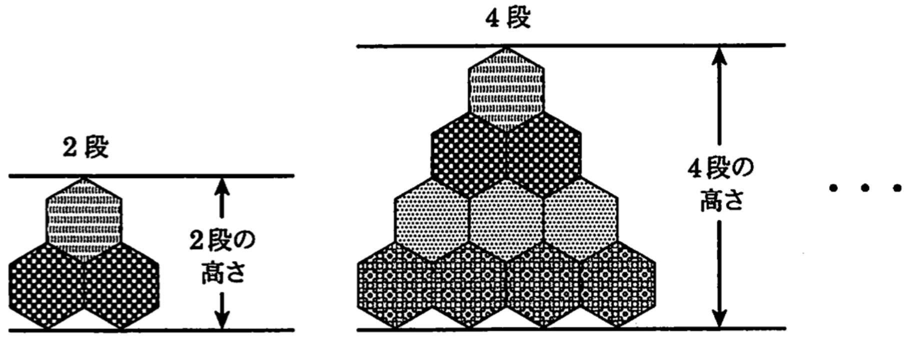
よって $6 \times \underset{(周目)}{6} = 36$本

- $(\underbrace{2 \times n \times 6} + 6) \times \underset{(mm)}{5}$ $= (2 \times 6 \times 6 + 6) \times 5$　$n=6$を代入

$= 390$ mm

(2) 鉛筆を写真2のように束ねる。図2は，床に接する鉛筆が2本で，2段の鉛筆を束ね，続けて床に接する鉛筆が4本で，4段の鉛筆を束ねたものを，鉛筆の六角形の面の方からみた図である。

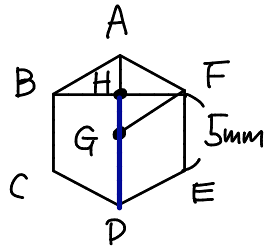
図2



床に接する鉛筆が $2n$ 本で，$2n$ 段の鉛筆を束ねたとき，この束の高さは，n を用いて表すと

$$\boxed{\text{カキ}}\,n+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\ (\text{mm})$$

である。また，束の高さが 182.5mm のとき，床に接する鉛筆は $\boxed{\text{コサ}}$ 本である。



⊘ 正六角形は正三角形6コ
でできているので $AG = 5\text{mm}$

$\therefore\ AH = \frac{5}{2}\text{mm}$ となり 高さ $HD = \frac{5}{2} + 5 = \frac{15}{2}$ (mm)

1段増えるごとに $\frac{15}{2}$ mm 増える。

1番上の $AH = \frac{5}{2}$ mm を加えて全体の高さが決まる。

⊘ 2n段なので $\frac{15}{2} \times 2n + \frac{5}{2} = 15n + \frac{5}{2}$ (mm) //

⊘ 高さ182.5mm なので

$$15n + \frac{5}{2} = 182.5 \quad) \times 2$$
$$30n + 5 = 375$$
$$n = 12$$

床に接する本数は，2n なので $2 \times 12 =$ 24本 //

右の図１のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=mx+n$ のグラフが２点Ａ，Ｂで交わっていて，次の３つの条件を満たしている。

① 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-\frac{1}{3}\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 3$ である。

② 点Ａの x 座標は 1，点Ｂの x 座標は $-\frac{1}{3}$ である。

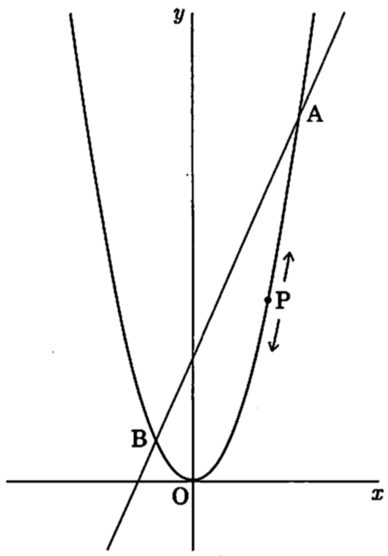
③ 点Ｐは関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあり，原点Ｏと点Ａの間を動く。

このとき，次の各問いに答えなさい。

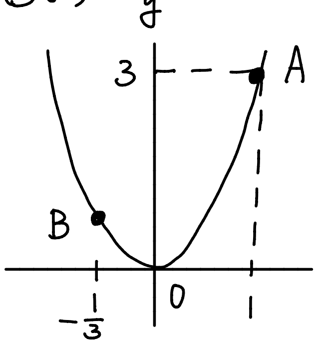
(1) a の値は $\boxed{ア}$ である。

(2) m の値は $\boxed{イ}$，n の値は $\boxed{ウ}$ である。

図１



(1) ①より



(1, 3) を通ることがわかる。

$y=ax^2$ に代入。

$3=a\times 1^2$

$a=3$ //

$y=3x^2=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

(2) $A(1,3)$ $B\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ なので

傾き $m=\dfrac{\frac{1}{3}-3}{-\frac{1}{3}-1}=\dfrac{-\frac{8}{3}}{-\frac{4}{3}}=2$

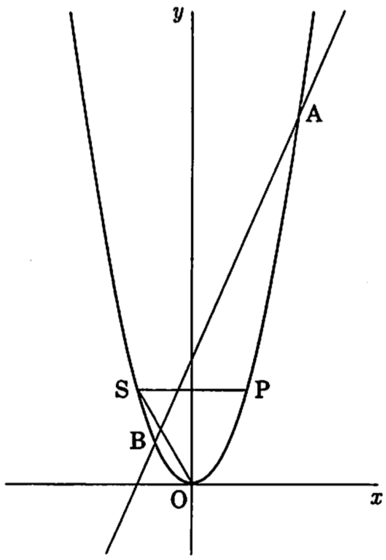
$y=2x+n$ に $(1,3)$ を代入。

$3=2\times 1+n$

$n=1$ $\therefore$ $y=2x+1$ //

(3) 右の図２のように，点 P を通り，x 軸に平行な直線と関数 $y=ax^2$ のグラフの交点を S とする。点 P の x 座標が $\frac{1}{2}$ のとき，直線 AB と直線 OS の交点の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\right)$ である。

図２



- Pのx座標が $\frac{1}{2}$ のとき，$y=3x^2$ に代入

  $P\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

- Sはy軸対称なので $S\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

- OSの傾き $= \dfrac{\frac{3}{4}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{3}{2}$

  $\therefore$ OS : $y=-\frac{3}{2}x$

- OSとABの交点を求める。

$$\begin{cases} y=-\frac{3}{2}x \\ y=2x+1 \end{cases} \rightarrow (x, y) = \left(-\frac{2}{7}, \frac{3}{7}\right) /\!/$$

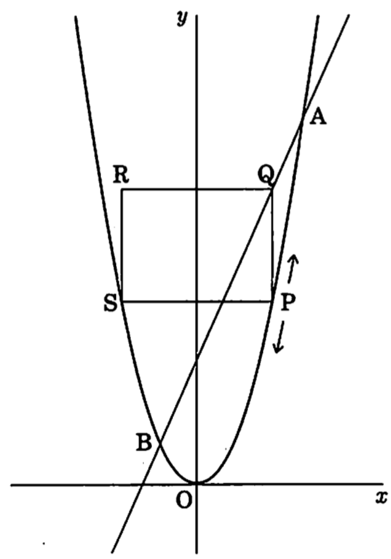
(4) 右の図３のように，点 P を通り，y 軸に平行な直線と直線 AB の交点を Q とし，点 P を通り，x 軸に平行な直線と関数 $y=ax^2$ のグラフの交点を S とする。また，四角形 PQRS が長方形となるように点 R をとる。

　このとき，次の(i)，(ii)に答えなさい。

(i) 四角形 PQRS の面積が，直線 AB で二等分されているとき，四角形 PQRS の面積は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である。

(ii) 四角形 PQRS が正方形のとき，点 P の x 座標は $\dfrac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$ である。

図３



(i) 点Pのx座標を p とする。

$P(p, 3p^2)$，$Q(p, 2p+1)$

$S(-p, 3p^2)$

四角形PQRSを二等分する線ABはQを通るので，Sも通る。

$\therefore S(-p, 3p^2)$ は $y=2x+1$ 上の点。

$3p^2=-2p+1$

$3p^2+2p-1=0$

$(3p-1)(p+1)=0$

$p=\dfrac{1}{3}, -1$

pは点Pのx座標なので，$p>0$

$\therefore p=\dfrac{1}{3}$

$P\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$，$Q\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{5}{3}\right)$

$S\left(-\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$ となるので

$PQ=\dfrac{5}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}$

$SP=\dfrac{1}{3}-\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{2}{3}$

$\therefore$ 面積は，$\dfrac{4}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{8}{9}$ //

(ii) 正方形なので

$PQ=SP$

$PQ=(2p+1)-3p^2$

$SP=p-(-p)$

$(2p+1)-3p^2=p-(-p)$

$3p^2=1$

$p^2=\dfrac{1}{3}$

$p>0$ より $p=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ //

4.

図1は，横の長さが $17\sqrt{5}$ cm の長方形の紙にぴったり入っている円錐(すい)Aの展開図であり，底面の中心とおうぎ形の中心を結ぶ直線は，円錐Aの展開図の対称の軸である。図2は，球Oに円錐Aがぴったり入っている様子を表した見取図であり，図3は，円錐Aに球O′がぴったり入っている様子を表した見取図である。図4は，図2と図3を合わせたものである。

図1

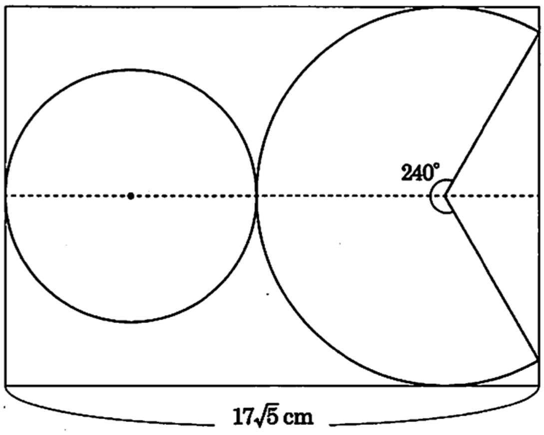


図2

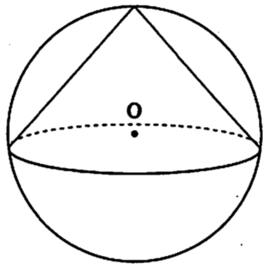


図3

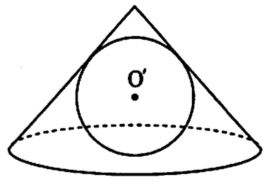
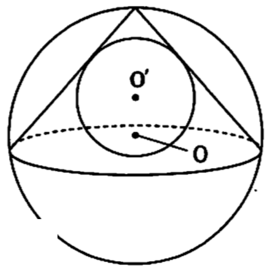


図4



このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 円錐Aの底面の半径は $\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$ cm である。

(2) 円錐Aの高さは $\boxed{ウエ}$ cm である。

(3) 球Oの半径は $\boxed{オ}$ cm である。

(4) 円錐Aの体積を V，球O′の体積を W として $V:W$ を最も簡単な自然数の比で表すと $\boxed{カキ}:\boxed{ク}$ である。

(5) 球Oの中心と球O′の中心の間の距離は $\boxed{ケ}$ cm である。

(1) 求める半径を x，
おうぎ形の半径を r とおる。

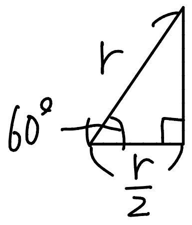
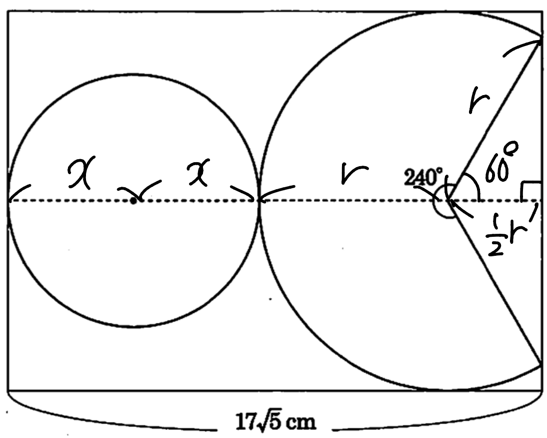


図1



おうぎ形の弧の長さ

= 底面の円周の長さ なので

$$2\pi r \times \frac{240}{360} = 2\pi x \quad \rightarrow \quad x = \frac{2}{3}r$$

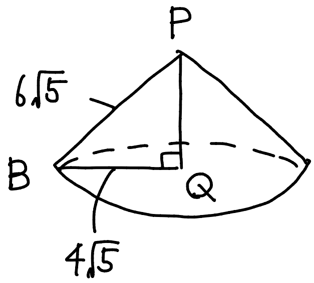
$$\therefore \quad x + x + r + \frac{1}{2}r = \frac{2}{3}r + \frac{2}{3}r + r + \frac{1}{2}r = 17\sqrt{5}$$

$$\frac{17}{6}r = 17\sqrt{5} \qquad r = 6\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{底面の半径} = \frac{2}{3}r = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{5} = \underline{4\sqrt{5}\text{ cm}}$$ //

(2) 円錐Aの高さは $\boxed{\text{ウエ}}$ cmである。

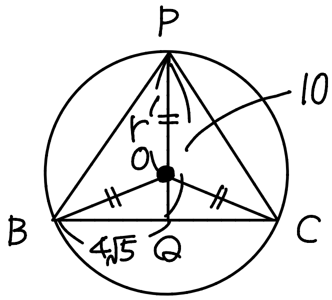
(1)より $PB = 6\sqrt{5}$
$BQ = 4\sqrt{5}$ cm



$$\therefore \text{高さ} PQ = \sqrt{PB^2 - BQ^2}$$
$$= \sqrt{180 - 80}$$
$$= \sqrt{100} = \underline{10\text{cm}}$$

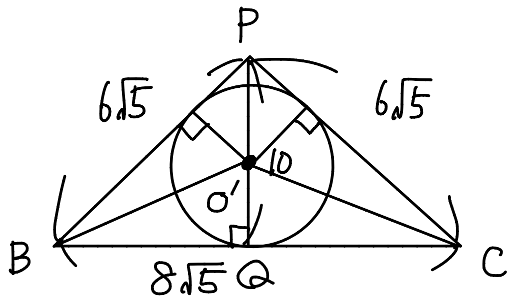
(3) 球Oの半径は $\boxed{\text{オ}}$ cmである。

球Oは円錐Aに外接するので右図のようになり，求める半径を r' とすると，$\triangle OBQ$ で三平方の定理を用いると，



$$OB^2 = BQ^2 + OQ^2$$
$$r'^2 = (4\sqrt{5})^2 + (10 - r')^2$$
$$= 80 + 100 - 20r' + r'^2$$
$$r' = 9 \qquad \therefore \underline{9\text{cm}}$$

(4) 円錐Aの体積をV，球O′の体積をWとして $V:W$ を最も簡単な自然数の比で表すと $\boxed{カキ}$: $\boxed{ク}$ である。



◎ 円錐Aの内接球の半径をr''とする。

$$\triangle PBC = \triangle PBO' + \triangle BCO' + \triangle PCO'$$

$$8\sqrt{5}\times 10\times\frac{1}{2} = \left(6\sqrt{5}\times r''\times\frac{1}{2}\right) + \left(8\sqrt{5}\times r''\times\frac{1}{2}\right) + \left(6\sqrt{5}\times r''\times\frac{1}{2}\right)$$

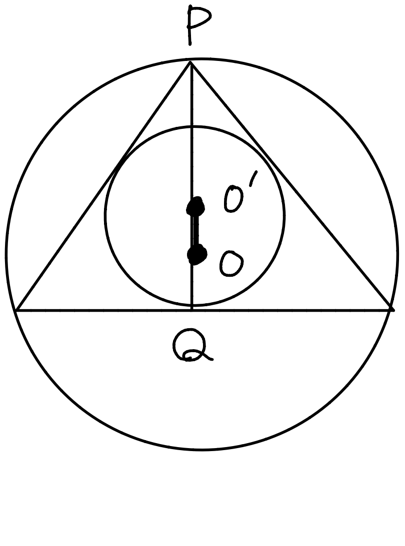
解くと $r'' = 4$

◎ $V = \pi\times(4\sqrt{5})^2\times 10\times\frac{1}{3} = \frac{800}{3}\pi$ (cm³)

$W = \frac{4}{3}\times\pi\times 4^3 = \frac{256}{3}\pi$ (cm³)

$\therefore V:W = \frac{800}{3}\pi : \frac{256}{3}\pi = \underline{25:8}$ //

(5) 球Oの中心と球O′の中心の間の距離は $\boxed{ケ}$ cmである。



球Oの半径 = PO = 9cm

PQ = 10cm より OQ = 10 − 9 = 1cm

O′Q = 4cm (4)より

O′O = O′Q − OQ = 4 − 1 = 3cm

$\underline{3\text{cm}}$ //