高校入試過去問(愛知高校) (H26)年数学

１００点満点（45）分

１．

---

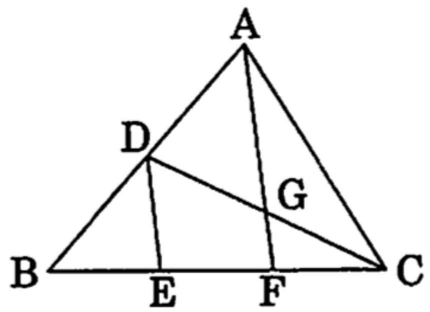
(1) $(-1)^{13}\times(-2^4)-\{4^2-(-3)\}$ を計算しなさい。

(2) $\sqrt{48}+\sqrt{72}\div\sqrt{6}$ を計算しなさい。

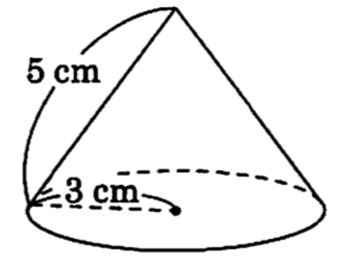
(3) 方程式 $\dfrac{2x+a}{3}-\dfrac{ax-5}{2}=1$ の解が $x=4$ である。このとき，a の値を求めなさい。

(4)　関数 $y=x^2$ は，x の変域が $a \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $b \leqq y \leqq 16$ である。このとき，a と b の値を求めなさい。

(5)　右の図の△ABC において，点 D は辺 AB の中点であり，点 E，F は辺 BC の 3 等分点である。線分 AF と線分 CD の交点を G とし，DE＝5cm としたとき，線分 AG の長さを求めなさい。



(6)　底面の半径が 3cm，母線の長さが 5cm となる円錐(すい)の表面積を $x$cm²，体積を $y$cm³ としたとき，$\dfrac{x}{y}$の値を求めなさい。

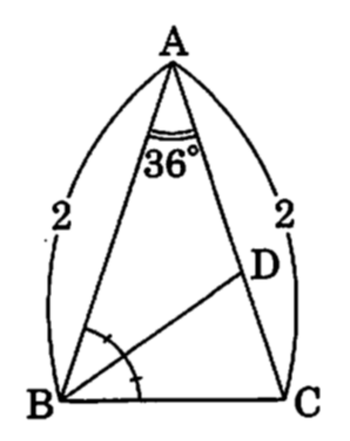


(7)　ある商品の価格を x% 値上げして売ったところ，売り上げが値上げをしないで売った場合の y 倍であった。y を x の式で表しなさい。
ただし，値上げの前後でその商品が売れた個数は変わらないものとする。

(8)　２つのさいころＡ，Ｂを同時に投げる。さいころＡの出た目の数をa，さいころＢの出た目の数をbとするとき，$\dfrac{ab^2}{6}$が整数になる確率を求めなさい。ただし，さいころの１から６までの目が出る確率はすべて等しいものとする。

(9)　３桁の自然数nは４の倍数であり，十の位の数と一の位の数の和が６となり，百の位の数が十の位の数と一の位の数の積と等しくなる。このとき，nの値を求めなさい。

(10)　AB＝AC＝2，∠BAC＝36°となる△ABC があり，辺 AC 上に∠ABD＝∠CBD となる点 D をとる。このとき，線分 AD の長さを求めなさい。



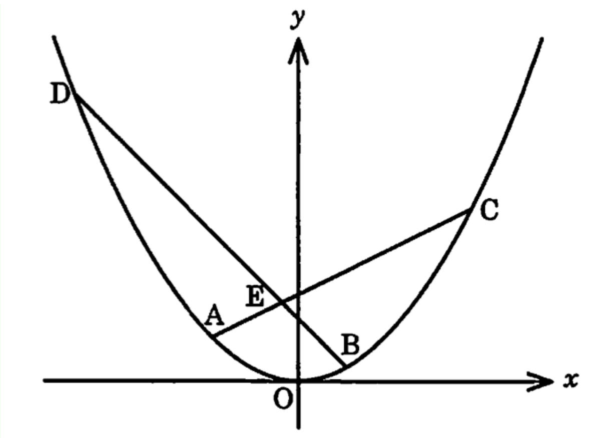
2．

下の図のように，放物線 $y=ax^2$ 上に４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄがあり，線分ACと線分BDの交点をＥとする。点Ｃと点Ｄの x 座標がそれぞれ６と－８であり，直線ACの式は $y=\frac{1}{2}x+6$ である。このとき，次の問に答えなさい。

(1)　a の値を求めなさい。

(2)　直線CDの式を求めなさい。

(3)　△ACDと△BCDの面積が等しいとき，点Ｂの座標を求めなさい。



３.

A, I, C, H, I の５文字が，ある決まりに従って，下のように左から順に並んでいる。

A, I, I, C, C, C, H, H, H, H, I, I, I, I, I, A, I, I, C, C, C, H, H, H, H, I, I, I, I, I, A, I, I, C, ……

このとき，次の問に答えなさい。

(1) 左から数えて 200 番目の文字は何か答えなさい。

(2) 左から数えて 1 番目から 500 番目までの間に入っている文字 C の個数を求めなさい。

(3) 左から数えて 100 番目から 500 番目までの間に入っている文字 I の個数を求めなさい。

４．

a を定数とする。平面上の点 P$(x,\ y)$ と P$'(x',\ y')$ の間に $\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 4x + ay \end{cases}$ という関係が成り立つとき，次の問に答えなさい。

(1) 点 P の座標を(1，2)とし，原点 O と点 P$'$ は異なる点とするとき，直線 OP と直線 OP$'$ の傾きが等しくなる a の値を求めなさい。

(2) 点 P と点 P$'$ が一致するとき，a の値を求めなさい。ただし，点 P は原点と異なる点とする。

高校入試過去問(愛知高校)(H26)年数学

１００点満点（45）分

１.

(1) $(-1)^{13}\times(-2^4)-\{4^2-(-3)\}$ を計算しなさい。

$= -1\times(-16)-\{16+3\}$

$= 16-19 = \underline{-3}$ //

Point

符号チェック

$(-1)^{偶数} = 1$

$(-1)^{奇数} = -1$

---

(2) $\sqrt{48}+\sqrt{72}\div\sqrt{6}$ を計算しなさい。

$= 4\sqrt{3}+\sqrt{12}$

$= 4\sqrt{3}+2\sqrt{3} = \underline{6\sqrt{3}}$ //

Point

$\sqrt{a}\div\sqrt{b} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

約分できるということ!

---

(3) 方程式 $\dfrac{2x+a}{3}-\dfrac{ax-5}{2}=1$ の解が $x=4$ である。このとき，a の値を求めなさい。

※ 解が $x=4$ なので「与式」に代入すると,

$\dfrac{2\times4+a}{3}-\dfrac{4a-5}{2}=1$ が成り立つ。

$\times 6$

$16+2a-12a+15 = 6$

$25 = 10a$

$a = \dfrac{5}{2}$ //

Point

「解が a である」

式の x に a を代入して

式が成り立つ。

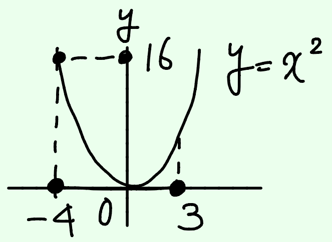
ということ!

(4) 関数 $y=x^2$ は，x の変域が $a \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $b \leqq y \leqq 16$ である。このとき，a と b の値を求めなさい。

- y の最大値 16 は $x=a$ か $x=3$ のどちらかで取る。
- $y=x^2$ のグラフなので $x=3$ のとき $y=16$ は取れない。
  よって $x=a$ のとき $y=16$ を取る。
  $16=x^2$，$x=\pm 4$　$a \leqq 3$ より $a=-4$

Point

x が いくつのとき，
y が最大値・最小値
をとるのか！

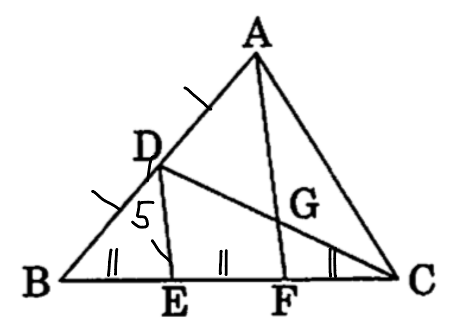


左図より y の最小値 $b=0$

$\therefore$ $a=-4$，$b=0$ //

---

(5) 右の図の△ABC において，点 D は辺 AB の中点であり，点 E，F は辺 BC の 3 等分点である。線分 AF と線分 CD の交点を G とし，DE＝5cm としたとき，線分 AG の長さを求めなさい。



- $\triangle ABF \backsim \triangle DBE$ で
  $BA : BD = AF : DE$
  $2 : 1 = AF : 5$
  $AF = 10$ cm

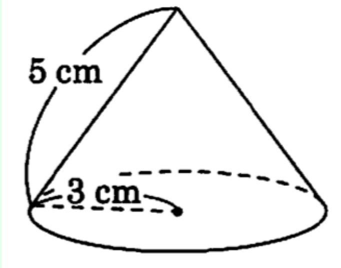
- $\triangle DEC \backsim \triangle GFC$ で
  同様にして，$GF = \frac{1}{2}DE = \frac{5}{2}$ cm

- $AG = AF - GF$
  $= 10 - \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ cm //

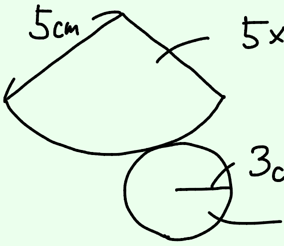
Point

相似な三角形の
発見！
中点の場合，
中点連結定理
を用いる図形が
見つけやすい。

(6)　底面の半径が3cm，母線の長さが5cmとなる円錐の表面積を$x\text{cm}^2$，体積を$y\text{cm}^3$としたとき，$\dfrac{x}{y}$の値を求めなさい。



① 表面積

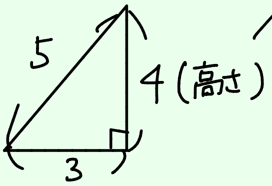


$$5\times5\times\pi\times\frac{3\times2\times\pi}{5\times2\times\pi} = 15\pi\ \text{cm}^2$$

$$3\times3\times\pi = 9\pi\ \text{cm}^2$$

$$+\quad = \underline{24\pi\ \text{cm}^2}\ (x)$$

② 体積　$3\times3\times\pi\times4\times\dfrac{1}{3} = \underline{12\pi\ \text{cm}^3}\ (y)$



$$\frac{x}{y} = \frac{24\pi}{12\pi} = \underline{2}\ //$$

---

(7)　ある商品の価格をx%値上げして売ったところ，売り上げが値上げをしないで売った場合のy倍であった。yをxの式で表しなさい。
ただし，値上げの前後でその商品が売れた個数は変わらないものとする。

例えば、a円の商品で x%値上げすると、

$$\text{売値} = a\times\left(1+\frac{x}{100}\right) = a\left(\frac{100+x}{100}\right)$$

売り上げ = 元値のy倍

$$= ay$$

$$ay = a\left(\frac{100+x}{100}\right) \xrightarrow{\text{両辺}\div a} \underline{y = \frac{100+x}{100}}\ //$$

$\left(y = 1+\dfrac{x}{100}\ \text{もok}\right)$

重要

a円設定を自分でしないと
全く進まないので「慣れておこう！」

(8) 2つのさいころA，Bを同時に投げる。さいころAの出た目の数をa，さいころBの出た目の数をbとするとき，$\frac{ab^2}{6}$が整数になる確率を求めなさい。ただし，さいころの1から6までの目が出る確率はすべて等しいものとする。

◎ ab^2が6の倍数であればよい。

$(a,b)=(1,6),(2,3),(2,6)$
$(3,2),(3,4),(3,6)$
$(4,3),(4,6),(5,6)$
$(6,1),(6,2),(6,3)$
$(6,4),(6,5),(6,6)$

a，b は36通りなので

$$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$$

---

(9) 3桁の自然数nは4の倍数であり，十の位の数と一の位の数の和が6となり，百の位の数が十の位の数と一の位の数の積と等しくなる。このとき，nの値を求めなさい。

◎ 3桁の自然数の百の位をa，十の位をb，一の位をcとすると，
$100a+10b+c$で表せる。

◎ $\begin{cases} b+c=6 & \cdots ① \\ a=bc & \cdots ② \end{cases}$

①より $c=6-b$となり，$a=b(6-b)$ この2つの値を①に代入。

$100(b(6-b))+10b+6-b$
$=100(6b-b^2)+9b+6$
$=600b-100b^2+9b+6$
$=-100b^2+609b+6$ が4の倍数なので

$4(-25b^2+152b)+b+2$ と変形でき，

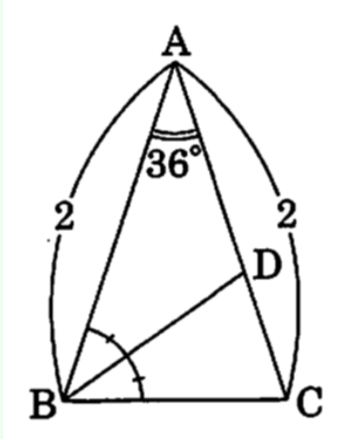
$b+2$が4の倍数なら$-100b^2+609b+6$は4の倍数。

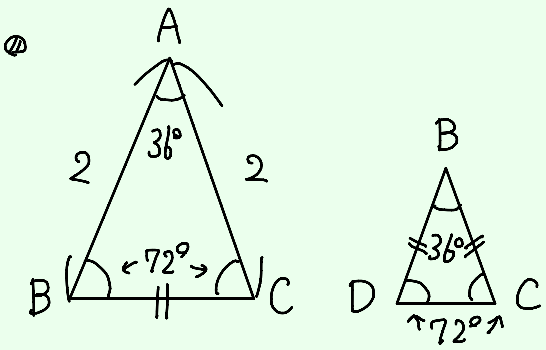
・4の倍数なので，$b+2=4$，$b+2=8$，$b+2=12$ …。

$b=2$のとき $-100\times2^2+609\times2+6=824$
$b=6$のとき 百の位 $a=6(6-6)=0$ となり3桁にならないので不適
$b=10$のとき 位の数は1桁なので不適
これ以降考えなくてよい。

$\therefore 824$

⑽ AB＝AC＝2，∠BAC＝36°となる△ABC があり，辺 AC 上に∠ABD＝∠CBD となる点 D をとる。このとき，線分 AD の長さを求めなさい。





○ △ABC は AB＝AC なので ∠B＝∠C の二等辺三角形である。

○ $\angle B = \angle C = \dfrac{180-36}{2} = 72^\circ$ より，

$\angle DBC = 72^\circ \div 2 = 36^\circ$

よって △ABC ∽ △BDC 。

○ △ABD は ∠BAD ＝∠ABD＝36° より AD＝DB の二等辺三角形。

○ $AD = x$ とおくと，上記のことより

$AD = BD = BC = x$ なので

$DC = AC - AD = 2 - x$

$AB : BD = BC : DC$

$2 : x = x : 2 - x$

$x^2 = 4 - 2x$

$x^2 + 2x - 4 = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{5}$

$x > 0$ より

$AD = -1 + \sqrt{5}$

長さを求める方法は，
① 三平方の定理
② 相似比
の利用が主。
辺の長さを文字でおくことで式で考えることができる！

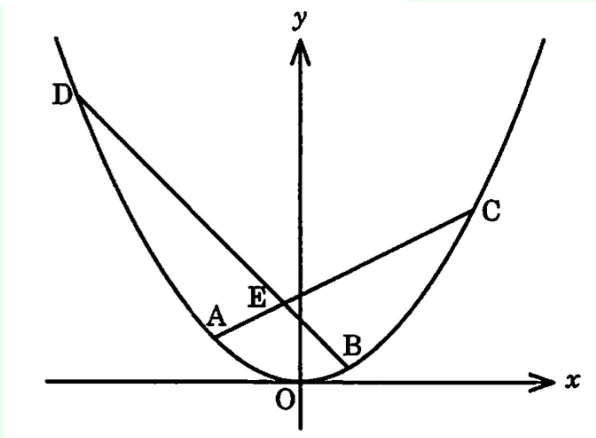
2.

下の図のように，放物線 $y=ax^2$ 上に4点A，B，C，Dがあり，線分ACと線分BDの交点をEとする。点Cと点Dの x 座標がそれぞれ6と−8であり，直線ACの式は $y=\frac{1}{2}x+6$ である。このとき，次の問に答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線CDの式を求めなさい。

(3) △ACDと△BCDの面積が等しいとき，点Bの座標を求めなさい。



(1) 通る点の座標が分かればよい。

Cの x 座標が6で $y=\frac{1}{2}x+6$ 上の点なので $y=\frac{1}{2}\times6+6=9$

$\therefore$ C(6, 9)を $y=ax^2$ は通る。

$9=36a \rightarrow a=\frac{1}{4}$ //

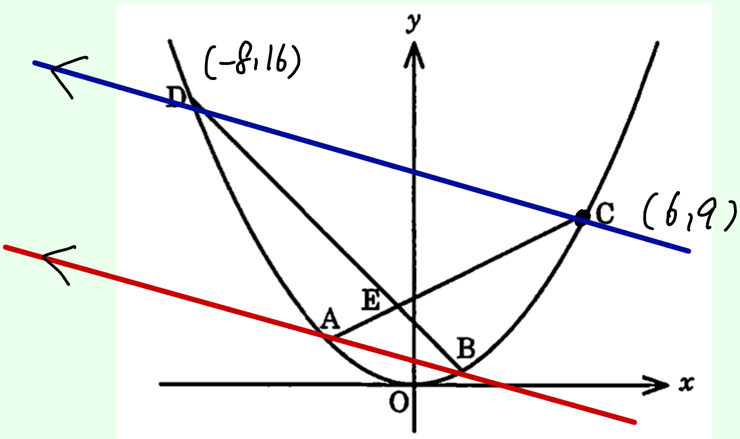
(2) D(−8, 16)，C(6, 9)より CDの傾き $=\frac{9-16}{6-(-8)}=-\frac{1}{2}$

$y=-\frac{1}{2}x+b$ に(6, 9)を代入し $9=-\frac{1}{2}\times6+b$ $b=12$

$y=-\frac{1}{2}x+12$ //

(3) Aの座標

$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+6 \\ y=\frac{1}{4}x^2 \end{cases}$ の交点



$\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{2}x+6$

$x^2=2x+24$

$x^2-2x-24=0$

$(x-6)(x+4)=0$

$x=6, -4$

A(−4, 4)

CD: $y=-\frac{1}{2}x+12$ と平行なので

$4=-\frac{1}{2}\times(-4)+b$，$b=2$

$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+2 \\ y=\frac{1}{4}x^2 \end{cases} \rightarrow x=2, -4$

B(2, 1) //

３.

A, I, C, H, I の 5 文字が，ある決まりに従って，下のように左から順に並んでいる。
A, I, I, C, C, C, H, H, H, H, I, I, I, I, I, A, I, I, C, C, C, H, H, H, H, I, I, I, I, I, A, I, I, C, ……

このとき，次の問に答えなさい。
(1) 左から数えて 200 番目の文字は何か答えなさい。
(2) 左から数えて 1 番目から 500 番目までの間に入っている文字 C の個数を求めなさい。
(3) 左から数えて 100 番目から 500 番目までの間に入っている文字 I の個数を求めなさい。

(1) 1まわりには 15個、文字が入っている。

$200 \div 15 = 13$ 余り 5

$\underbrace{A \sim H \cdots A \sim H}_{13\text{まわり}}$ A I I C C (5番目)

$\underline{C}$ //

Point

Aから5連続Iの最後のIまでを1まわりとする。

(2) $500 \div 15 = 33$ 余り 5　　1まわりでCは3つ，最後の5個にCは2つあるので　$3 \times 33 + 2 = \underline{101\text{個}}$ //

(3) $99 \div 15 = 6$ 余り 9　　6まわりでIは7つ，最後の9個にIは2つ

∴ $7 \times 6 + 2 = 44$個が99番目までに入っている。

1〜500番目までで考える。

$500 \div 15 = 15 \times 33 + 5$　　Iの数は $7 \times 33 + 2 = 233$個

$233 - 44 = \underline{189\text{個}}$ //

4.

a を定数とする。平面上の点 P(x, y) と P′(x', y') の間に $\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 4x + ay \end{cases}$ という関係が成り立つとき，次の問に答えなさい。

(1) 点 P の座標を (1, 2) とし，原点 O と点 P′ は異なる点とするとき，直線 OP と直線 OP′ の傾きが等しくなる a の値を求めなさい。

(2) 点 P と点 P′ が一致するとき，a の値を求めなさい。ただし，点 P は原点と異なる点とする。

(1) OPの傾き $= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \dfrac{2}{1} = 2$ …①

OP′の傾き = 〃 $= \dfrac{y'}{x'} = \dfrac{4x+ay}{2x+3y}$ …②

① = ② より

$2 = \dfrac{4x+ay}{2x+3y}$ となる $a = 6$ である

(2) P(s, t) とすると，P′($2s+3t$, $4s+at$)

PとP′が一致するので $\begin{cases} s = 2s+3t & \cdots ③ \\ t = 4s+at & \cdots ④ \end{cases}$

③より $s = -3t$ を④に代入。

$t = -12t + at$

$at = 13t$

問題文より P は原点とは異なる点 といっているので

両辺 ÷ t としてよく，$a = 13$

重要

問題文の「何気ない情報」を

使いこなせるようにしよう！