高校入試過去問（ 愛知高校 ）（H27）年数学

１００点満点（45）分

１．

（１） $(-x^2y)^3 \div (2x^3y)^2 \times (-6xy)$ を計算しなさい。

（２） $\sqrt{27} - \dfrac{27}{\sqrt{3}} + \sqrt{108}$ を計算しなさい。

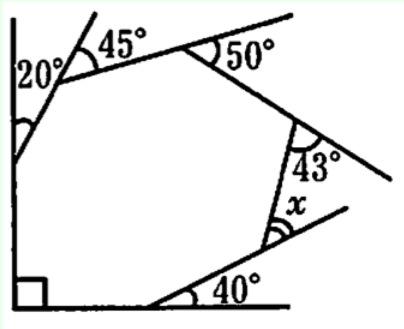
（３） $a=6.75$, $b=3.25$ のとき，a^2-b^2 の値を求めなさい。

（４） $2(x-1)^2-(x+5)(x-2)$ を因数分解しなさい。

（５） ２つの数 $\frac{21}{20}$，$\frac{24}{25}$ のそれぞれに，ある有理数 Q をかけると，その値が自然数となる。このとき，有理数 Q のうち最小のものを求めなさい。

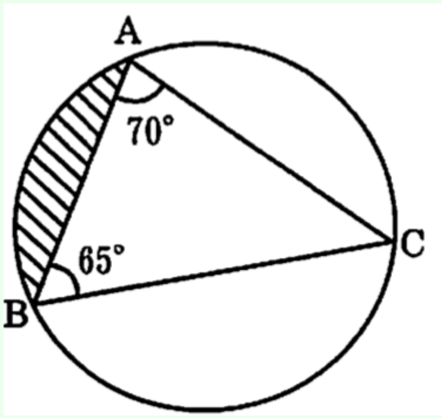
（６） 関数 $y=-2x^2$ について，x の値が２から a まで増加するときの変化の割合が -14 であるとき，a の値を求めなさい。

（7） 右の図で∠x の大きさは何度か答えなさい。

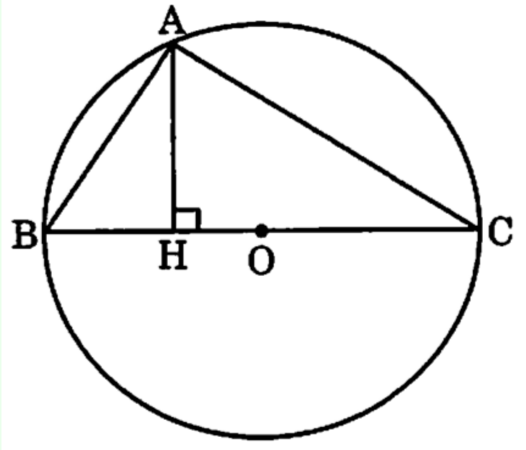


（8） $\frac{1}{1}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{7}$を計算しなさい。

（9） 右の図において，半径 4cm の円に△ABC が内接している。斜線部分の面積は何 cm^2 か求めなさい。ただし，円周率は π とする。



(10)　右の図のように，△ABCの各頂点は辺BCを直径とする円Oの周上にある。また，頂点Aから辺BCに垂線AHをひく。AB＝3cm，AC＝4cmのとき，OHの長さは何cmか求めなさい。



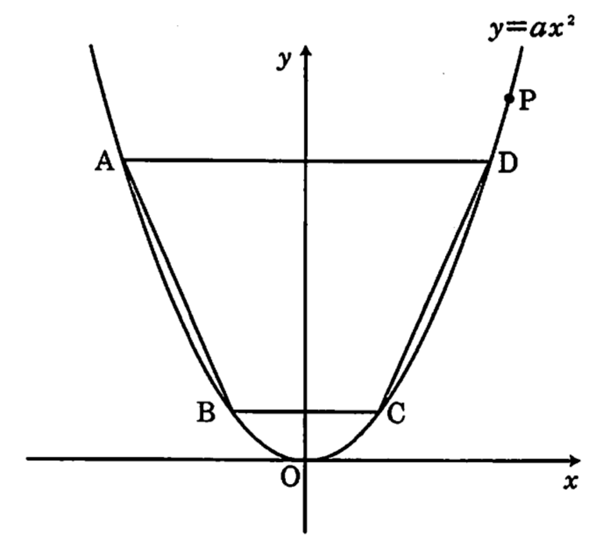
２.

下の図のように，AB＝BC＝CD となる等脚台形 ABCD の頂点 A，B，C，D が放物線 $y=ax^2$ 上にあり，点 C$(\sqrt{3},\ 1)$，∠ADC＝60° である。このとき，次の問に答えなさい。

（１） a の値を求めなさい。

（２） 点 D の座標を求めなさい。

（３） $y=ax^2$ 上に点 P をとる。△BCP の面積と台形 ABCD の面積が等しいとき，点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は正とする。



３.

濃度5%の食塩水100gが入っている容器がある。この容器からxgの食塩水を取り出し，残りの食塩水にxgの水を入れてよくかき混ぜた。さらに，$2x$gの食塩水を取り出し，残りの食塩水に$2x$gの水を入れてよくかき混ぜたところ，食塩水の濃度は2.4%になった。このとき，次の問に答えなさい。

（1） 容器からxgの食塩水を取り出したとき，残りの食塩水に含まれる食塩の量を，xを用いて表しなさい。

（2） xの値を求めなさい。

４.

Ａの袋には０，１，２，３，４，６の６枚，Ｂの袋には０，３，４，６，８，12の６枚のカードが入っている。Ａの袋からカードを１枚ひき，そのカードにかかれている数をa，Ｂの袋からカードを１枚ひき，そのカードにかかれている数をbとして，２次方程式$x^2+ax-b=0$を考える。このとき，次の問に答えなさい。

（１）　２次方程式の解が１つになる確率を求めなさい。

（２）　２次方程式の解が異なる２つの整数になる確率を求めなさい。

（３）　２次方程式の解が異なる２つの整数であり，どちらも-4より大きく３より小さくなるときのaとbの組をすべて求め，$(a,\ b)$のように表しなさい。

高校入試過去問(愛知高校) (H27)年数学

１００点満点（45）分

１．

（１） $(-x^2y)^3 \div (2x^3y)^2 \times (-6xy)$ を計算しなさい。

$$= -x^6y^3 \div 4x^6y^2 \times (-6xy)$$

$$= \frac{-x^6y^3 \times (-6xy)}{4x^6y^2}$$

$$= \frac{3}{2}xy^2 \ /\!\!/$$

Point

指数法則

$$x^a \times x^b = x^{a+b}$$

$$(x^a)^b = x^{ab}$$

$$x^a \div x^b = x^{a-b}$$

（２） $\sqrt{27} - \dfrac{27}{\sqrt{3}} + \sqrt{108}$ を計算しなさい。

$$= 3\sqrt{3} - \frac{27\sqrt{3}}{3} + 6\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$

$$= 0 \ /\!\!/$$

Point

◎ 分母の有理化

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

◎ 簡略化

$$\sqrt{c} = \sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2 \times b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b}$$

$$= a\sqrt{b}$$

（ $c = a^2b$ と素因数分解できたとする。）

（３） $a = 6.75$，$b = 3.25$ のとき，$a^2 - b^2$ の値を求めなさい。

$$a^2 - b^2$$

$$= (a+b)(a-b)$$

$$= (6.75 + 3.25)(6.75 - 3.25)$$

$$= 10 \times 3.5$$

$$= 35 \ /\!\!/$$

Point

先に「代入」ではなく，

「式の整理 → 代入」

いろんな問題をこの流れで解くことで対応力がつく！

(4) $2(x-1)^2-(x+5)(x-2)$を因数分解しなさい。

$$= 2(x^2-2x+1)-(x^2+3x-10)$$
$$= 2x^2-4x+2-x^2-3x+10$$
$$= x^2-7x+12$$
$$= (x-3)(x-4)$$

重要

もし「同じ項」がある場合。
"置換が有効" である。

例 $2(x-1)^2-(x+5)(x-1)$

$x-1=M$ とおくと，

$$2M^2-M(M+6)$$
$$= M(2M+M+6)$$
$$= (x-1)(3x+3)$$
$$= 3(x-1)(x+1)$$

---

(5) 2つの数$\frac{21}{20}$，$\frac{24}{25}$のそれぞれに，ある有理数Qをかけると，その値が自然数となる。このとき，有理数Qのうち最小のものを求めなさい。

・2つの数を素因数分解する。

$$\frac{21}{20}=\frac{3\times7}{2^2\times5}\quad,\quad\frac{24}{25}=\frac{2^3\times3}{5^2}$$

・Q：有理数 ＝ 分数

$$\frac{21}{20}=\frac{3\times7}{2^2\times5}\times◯$$
$$\frac{24}{25}=\frac{2^3\times3}{5^2}\times◯$$

自然数にするため，両方の分母を約分するので

◯に $2^2\times5^2$ が入る。

$$◯=\frac{2^2\times5^2}{□}$$

最小のものにするために，□に何が入るか。

2つの数の分子には，共通してかけられているのは，3。

$$\therefore\ Q=\frac{2^2\times5^2}{3}=\frac{100}{3}$$

---

(6) 関数$y=-2x^2$について，xの値が2からaまで増加するときの変化の割合が-14であるとき，aの値を求めなさい。

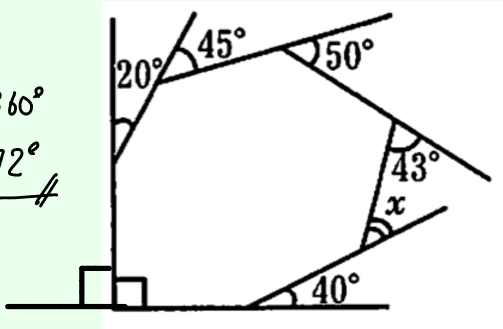
・変化の割合 $=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{-2a^2-(-8)}{a-2}=\dfrac{-2a^2+8}{a-2}=\dfrac{-2(a^2-4)}{a-2}$

$$=\frac{-2(a+2)(a-2)}{a-2}=-2(a+2)$$

・問題文より 変化の割合が -14 なので

$$-2(a+2)=-14$$
$$a+2=7$$
$$a=5$$

（7） 右の図で∠xの大きさは何度か答えなさい。



$$20^\circ + 45^\circ + 50^\circ + 43^\circ + x + 40^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

$$x = 72^\circ$$

重要

外角が多いので
外角の和 = 360°
で進める！

（8） $\frac{1}{1}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{7}$を計算しなさい。

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}$$

$$= 1-\frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

部分分数展開

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

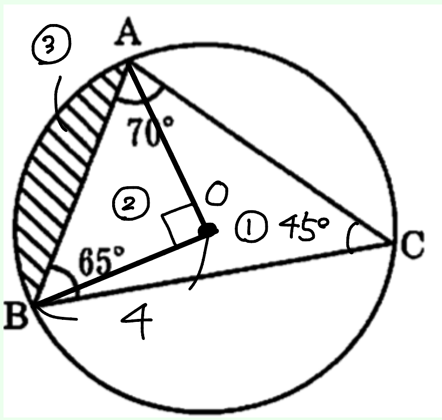
Point

- $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$
- $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$

重要

最初の 1 と 最後の $-\frac{1}{7}$
だけが残る。

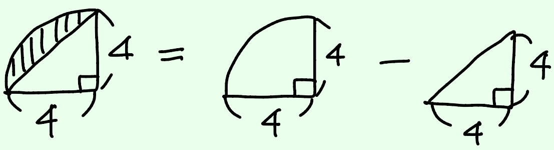
（9） 右の図において，半径 4cm の円に△ABC が内接している。斜線部分の面積は何 cm^2 か求めなさい。ただし，円周率は π とする。



① $\angle ACB = 180 - 70 - 65 = 45^\circ$

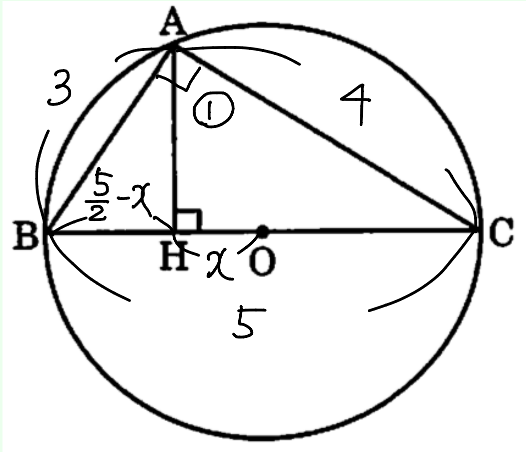
② 円の中心を O とするとき，円周角の定理より
$\overset{\frown}{AB}$ の中心角 $\angle AOB = 2\times\angle ACB$
$= 2\times45^\circ = 90^\circ$

③



$$= \pi\times4^2\times\frac{90}{360} - 4\times4\times\frac{1}{2} = 4\pi - 8 \ (cm^2)$$

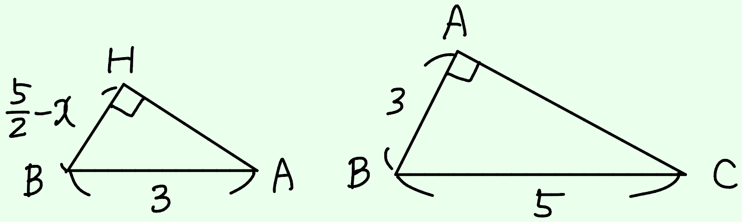
(10) 右の図のように，△ABC の各頂点は辺 BC を直径とする円 O の周上にある。また，頂点 A から辺 BC に垂線 AH をひく。AB＝3cm，AC＝4cm のとき，OH の長さは何 cm か求めなさい。



① BC は直径なので △ABC は，
$\angle BAC = 90^\circ$ の直角三角形となる。

② BO は BC の半径なので
$BO = \frac{5}{2}$ cm，HO＝x とおくと
$BH = \frac{5}{2} - x$ cm となる。

③ △ABH ∽ △ABC で相似比は全て等しいので



$HB : BA = AB : BC$
$\frac{5}{2} - x : 3 = 3 : 5$
$5\left(\frac{5}{2} - x\right) = 9$

$\frac{5}{2} - x = \frac{9}{5}$
$x = \frac{7}{10}$

$OH = \frac{7}{10}$ cm //

Point

文字において比例式・方程式を用いないと進まないこの流れに慣れよう！

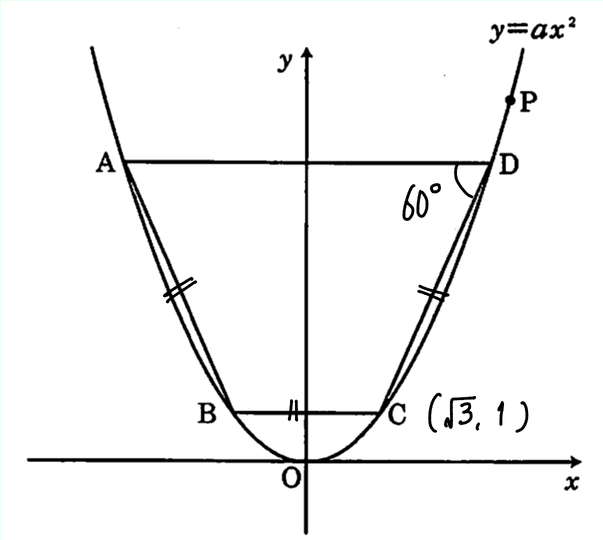
2.

下の図のように，AB＝BC＝CD となる等脚台形 ABCD の頂点 A，B，C，D が放物線 $y=ax^2$ 上にあり，点 C$(\sqrt{3},\ 1)$，∠ADC＝60° である。このとき，次の問に答えなさい。

（1） a の値を求めなさい。

（2） 点 D の座標を求めなさい。

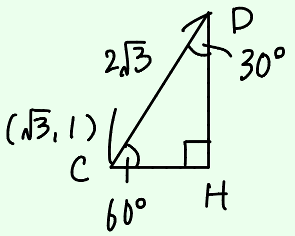
（3） $y=ax^2$ 上に点 P をとる。△BCP の面積と台形 ABCD の面積が等しいとき，点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は正とする。



(1) $y=ax^2$ は、C$(\sqrt{3}, 1)$ を通る。

$1 = a \times (\sqrt{3})^2 \rightarrow \underline{a = \frac{1}{3}}$ //

(2) AB = BC = CD のうち，
確定しているのは BCの長さ $2\sqrt{3}$
$= CD$



$1 : 2 : \sqrt{3}$ の直角三角形なので

$CH = \sqrt{3}$

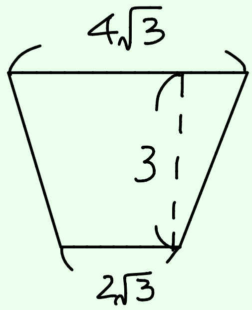
$DH = 3$ より

$D(\underbrace{\sqrt{3}+\sqrt{3}}_{}, \underline{1+3}) = \underline{D(2\sqrt{3}, 4)}$ //

C の x 座標 + CH の長さ

C の y 座標 + DH の長さ

(3) $D(2\sqrt{3}, 4)$ より $A(-2\sqrt{3}, 4)$ で $AD = 4\sqrt{3}$

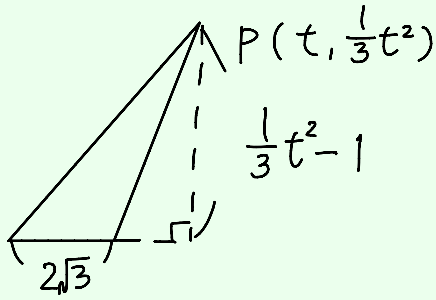


$\therefore$ 台形 $ABCD = (4\sqrt{3}+2\sqrt{3}) \times 3 \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{3}$ … ①

P の x 座標を t とおくと，$P(t, \frac{1}{3}t^2)$

$\therefore \triangle BCP = 2\sqrt{3} \times (\frac{1}{3}t^2 - 1) \times \frac{1}{2}$

$= \sqrt{3}(\frac{1}{3}t^2 - 1)$ … ②



① = ② より

$\sqrt{3}(\frac{1}{3}t^2 - 1) = 9\sqrt{3}$

$\frac{1}{3}t^2 - 1 = 9$

$t^2 = 30$

$t > 0$ より

$t = \sqrt{30}$

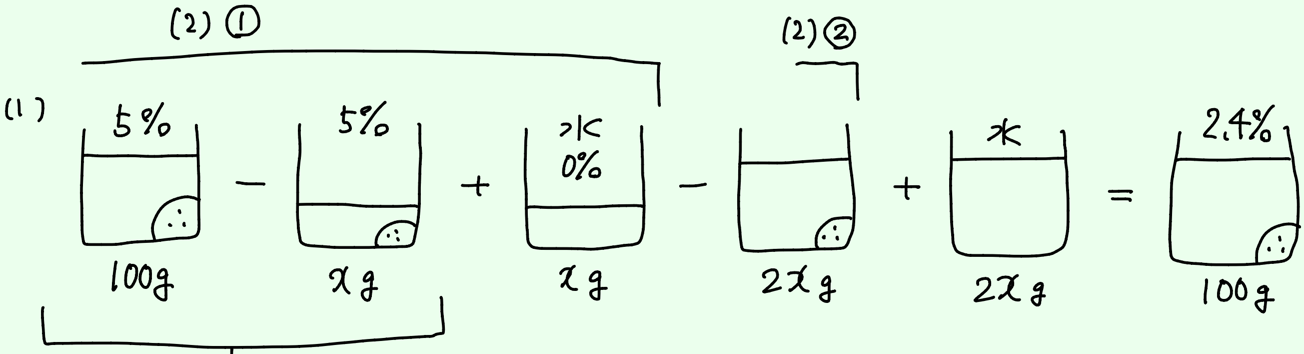
$\therefore \underline{P(\sqrt{30}, 10)}$ //

3.

濃度5%の食塩水100gが入っている容器がある。この容器からxgの食塩水を取り出し，残りの食塩水にxgの水を入れてよくかき混ぜた。さらに，$2x$gの食塩水を取り出し，残りの食塩水に$2x$gの水を入れてよくかき混ぜたところ，食塩水の濃度は2.4%になった。このとき，次の問に答えなさい。

（1） 容器からxgの食塩水を取り出したとき，残りの食塩水に含まれる食塩の量を，xを用いて表しなさい。

（2） xの値を求めなさい。



$$(100-x)\times\frac{5}{100}=\frac{100-x}{20}\ (g)$$

(2) 最終的な食塩水は $100-x+x-2x+2x=100$ g

① 食塩水 $=100$ g

食塩 $=\dfrac{100-x}{20}$ g

より 濃度 $=\dfrac{\frac{100-x}{20}}{100}$

② 食塩水 $=100-2x$

以上より 左辺の食塩量は、

$$(100-2x)\times\frac{\frac{100-x}{20}}{\cancel{100}}=100\times\frac{2.4}{\cancel{100}}$$

右辺の食塩量

$$(100-2x)(100-x)=4800$$

$$10000-300x+2x^2=4800$$

$$2x^2-300x+5200=0$$

$$x^2-150x+2600=0$$

$$(x-20)(x-130)=0$$

$x<100$ より $x=20$

H.27 名古屋と同じ問題です。

「数字が違うだけ」

4.

Aの袋には0，1，2，3，4，6の6枚，Bの袋には0，3，4，6，8，12の6枚のカードが入っている。Aの袋からカードを1枚ひき，そのカードにかかれている数をa，Bの袋からカードを1枚ひき，そのカードにかかれている数をbとして，2次方程式$x^2+ax-b=0$を考える。このとき，次の問に答えなさい。

（1） 2次方程式の解が1つになる確率を求めなさい。
（2） 2次方程式の解が異なる2つの整数になる確率を求めなさい。
（3） 2次方程式の解が異なる2つの整数であり，どちらも-4より大きく3より小さくなるときのaとbの組をすべて求め，$(a,\ b)$のように表しなさい。

(1) Aから1枚，Bから1枚 取り出す場合の数は、6 × 6 = 36通り。

2次方程式の解が1つ → $(x-\alpha)^2=0$ の重解の場合。

$x^2-2\alpha x+\alpha^2=0$

α は負または0 しか成立しないので

$a=b=0$ のときの 1通り。 $\frac{1}{36}$ //

(2) (i) $a=0$ のとき $x^2-b=0$ bは2乗の整数なので 4 の 1通り

(ii) $a=1$ 〃 $x^2+x-b=0$ $b=0, 6, 12$ の 3通り

(iii) $a=2$ 〃 $x^2+2x-b=0$ $b=0, 3, 8$ の 3通り

(iv) $a=3$ 〃 $x^2+3x-b=0$ $b=0, 4$ の 2通り

(v) $a=4$ 〃 $x^2+4x-b=0$ $b=0, 12$ の 2通り

(vi) $a=6$ 〃 $x^2+6x-b=0$ $b=0$ の 1通り

以上より $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$ //

(3) $(a, b)=(0, 4) \to x=\pm 2$ ○

$=(1, 0) \to x=0, -1$ ○

$=(1, 6) \to x=2, -3$ ○

$=(1, 12) \to x=3, -4$ ×

$=(2, 0) \to x=0, -2$ ○

$=(2, 3) \to x=1, -3$ ○

$=(2, 8) \to x=2, -4$ ×

$=(3, 0) \to x=0, -3$ ○

$=(3, 4) \to x=1, -4$ ×

$=(4, 0) \to x=0, -4$ ×

$=(4, 12) \to x=2, -6$ ×

$=(6, 0) \to x=0, -6$ ×

以上より

$(a, b)=(0, 4)$
$=(1, 0)$
$=(1, 6)$
$=(2, 0)$
$=(2, 3)$
$=(3, 0)$ //