高校入試過去問(愛知高校) (H28)年数学

１００点満点（45）分

１.

(1)　$8 \div (-2^4) - 2\{(0.5)^2 - 1\}$ を計算しなさい。

(2)　連立方程式 $\begin{cases} 3x - 2y - 5 = 0 \\ (2x+1) : 3 = y : 2 \end{cases}$ を解きなさい。

(3)　関数 $y = ax^2$ について，x の変域が $-5 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域が $-10 \leqq y \leqq 0$ であった。
　このとき，a の値を求めなさい。

(4)　$\frac{n}{180}$ が既約分数であるとき，$\frac{1}{5} < \frac{n}{180} < \frac{1}{4}$ を満たす整数 n をすべて求めなさい。

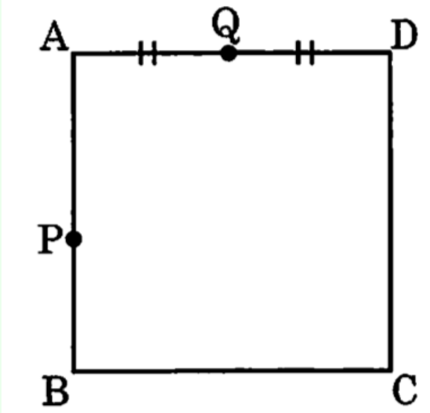
(5)　次の数の中から，無理数をすべて選びなさい。　0，-1，$\sqrt{7}$，$-\sqrt{81}$，π，$-\frac{2}{\sqrt{2}}$，$\sqrt{0.09}$，$\frac{2}{3}$

(6)　x についての２次方程式　$x^2+(a-2)x+b=0$ の解が 1 と -3 であるとき，x についての２次方程式 $x^2+2ax-4b=0$ を解きなさい。

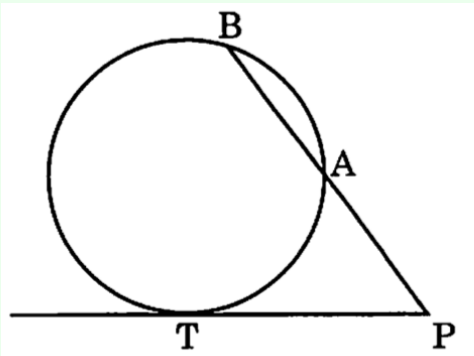
⑺　10から59までの数字が書かれた50枚のカードが入った袋から１枚を取り出すとき，取り出す数字が３の倍数である確率を求めなさい。

⑻　入場料が，幼児150円，小人250円，大人450円の博物館において，ある１日の全入場者数は1080人であった。大人の入場者数は小人の入場者数の1.5倍であり，また，入場料の合計が360000円のとき，幼児の入場者数を求めなさい。

(9)　右の図のように，1辺の長さが４の正方形ABCDがある。辺AB上を，ＡからＢまで動く点をＰ，辺ADの中点をＱとするとき，PQ＋PCの最小値を求めなさい。



(10)　右の図のように，円周上の２点Ａ，Ｂを通る直線と，点Ｔにおける接線との交点をＰとする。PT＝6，AP＝2，∠APT＝60°のとき，△ABTの面積を求めなさい。



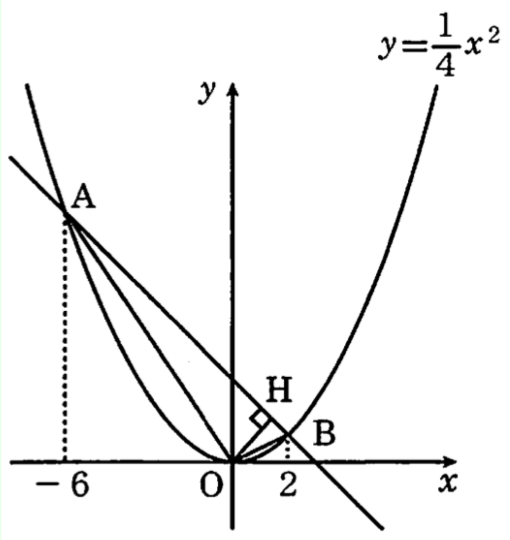
２.

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点A，Bがあり，x 座標はそれぞれ−6，2である。このとき，次の問に答えなさい。

(1)　２点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

(2)　△OABの面積を求めなさい。

(3)　Oから直線ABへ下ろした垂線OHの長さを求めなさい。



３.

自然数 a，b について，条件「a と b の最小公倍数が36」を（＊）とする。

このとき，次の問に答えなさい。

⑴　$a=9$ のとき，条件（＊）を満たす b をすべて求めなさい。

⑵　条件（＊）を満たす a，b の組のうち，$a<b$ を満たし $\frac{b}{a}$ が整数にならない組は何組あるか求めなさい。

４．

3つの直線 $y=\frac{1}{2}x$…①，$y=2x+4$…②，$x=n$…③に対して，①と③の交点をP，②と③の交点をQ，②と y 軸の交点をRとする。このとき，次の問に答えなさい。
ただし，n は0以上の整数とする。

(1) $n=4$ のとき，線分PQ上にあり，x 座標，y 座標の値がともに整数である点の個数を求めなさい。
(2) 線分PQ上にあり，x 座標，y 座標の値がともに整数である点が63個あるとき，n の値を求めなさい。
(3) $n=10$ のとき，四角形OPQRの周上または内部にある点で，x 座標，y 座標の値がともに整数である点の個数を求めなさい。

高校入試過去問(愛知高校) (H28)年数学

１００点満点（45）分

１.

---

(1)　$8 \div (-2^4) - 2\{(0.5)^2 - 1\}$ を計算しなさい。

$= 8 \div (-16) - 2\left(\frac{1}{4} - 1\right)$

$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 2 \quad = 1$

---

(2)　連立方程式 $\begin{cases} 3x - 2y - 5 = 0 & \cdots ① \\ (2x+1) : 3 = y : 2 & \cdots ② \end{cases}$ を解きなさい。

② より　$3y = 2(2x+1)$

$4x - 3y = -2 \quad \cdots ②'$

$① \times 3 - ②' \times 2$

$9x - 6y = 15$

$-)\ 8x - 6y = -4$

$x = 19$　を ①に代入。

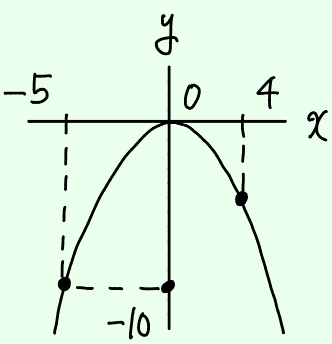
$57 - 2y - 5 = 0$

$y = 26$

$(x, y) = (19, 26)$

---

(3)　関数 $y = ax^2$ について，x の変域が $-5 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域が $-10 \leqq y \leqq 0$ であった。
このとき，a の値を求めなさい。



問題文 から左図が かける。

よって $y = ax^2$ は，
$(-5, -10)$ を通る。

$-10 = a \times (-5)^2$

$a = -\frac{2}{5}$

Point

$a < 0$ において
原点から離れている方が
yの値は小さい。

重要

どの点を通るか
の発見！

(4) $\frac{n}{180}$ が既約分数であるとき，$\frac{1}{5} < \frac{n}{180} < \frac{1}{4}$ を満たす整数 n をすべて求めなさい。

- 素因数分解すると，$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
- 既約分数なので n は 2, 3, 5 を約数にもたない。

$$\frac{1}{5} < \frac{n}{180} < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{36}{180} < \frac{n}{180} < \frac{45}{180}$$

$36 < n < 45$ の n の中で 2, 3, 5 を約数にもたない数が答え。

37	38	39	40	41	42	43	44
	×		×		×	×	×

以上より 37, 39, 41 //

重要

既約分数
= これ以上約分できない分数のこと。

---

(5) 次の数の中から，無理数をすべて選びなさい。

×	×	○	×	○	○	×	×
0	-1	$\sqrt{7}$	$-\sqrt{81}$	π	$-\frac{2}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{0.09}$	$\frac{2}{3}$

- 分数・整数は有理数なので $0, -1, \frac{2}{3}$ は有理数。
- $-\sqrt{81} = -\sqrt{9^2} = -9$ は 有
- π は循環しない無限小数で 無
- $-\frac{2}{\sqrt{2}} = -\frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$ 無
- $\sqrt{7}$ は循環しない無限小数で 無
- $\sqrt{0.09} = \sqrt{0.3^2} = 0.3$ で 有

Point

$\sqrt{a^2} = a$ で簡略化後，分数や整数にならなければ無理数

以上より $\sqrt{7}, \pi, -\frac{2}{\sqrt{2}}$ //

---

(6) x についての2次方程式 $x^2 + (a-2)x + b = 0$ の解が1と-3であるとき，x についての2次方程式 $x^2 + 2ax - 4b = 0$ を解きなさい。

- 解が 1 と -3 なので2次方程式は

$$(x-1)(x+3) = 0$$
$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$x^2 + (a-2)x + b = 0$ と係数比較すると，

$$\begin{cases} a-2 = 2 \\ b = -3 \end{cases} \rightarrow (a, b) = (4, -3)$$

を $x^2 + 2ax - 4b = 0$ に代入。

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$
$$(x+2)(x+6) = 0$$
$$x = -2, -6$$ //

(7)　10から59までの数字が書かれた50枚のカードが入った袋から1枚を取り出すとき，取り出す数字が3の倍数である確率を求めなさい。

◎ 50枚から1枚を取り出す場合の数は，50通り。

◎ 10〜59の3の倍数は，$3 \times 4 = 12$ 〜 $3 \times 19 = 57$

4〜19の16通り

以上より $\frac{16}{50} = \frac{8}{25}$ //

Point

該当する数のみ数える
ために，3×○ で考える。

---

(8)　入場料が，幼児150円，小人250円，大人450円の博物館において，ある1日の全入場者数は1080人であった。大人の入場者数は小人の入場者数の1.5倍であり，また，入場料の合計が360000円のとき，幼児の入場者数を求めなさい。 ① ②

◎ 入場者数をそれぞれ，幼児 x 人，小人 y 人，大人 $1.5y$ 人とする。

$$\begin{cases} x + y + 1.5y = 1080 & \cdots ① \\ 150x + 250y + 450 \times 1.5y = 360000 & \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2.5y = 1080 & \cdots ①' \\ 6x + 37y = 14400 & \cdots ②' \end{cases}$$

①'×6 − ②'

$$\begin{array}{rr} & 6x + 15y = 6480 \\ -) & 6x + 37y = 14400 \\ \hline & -22y = -7920 \end{array}$$

$y = 360$ を①'に代入。

$x + 900 = 1080$

$x = 180$

∴ 幼児は180人 //

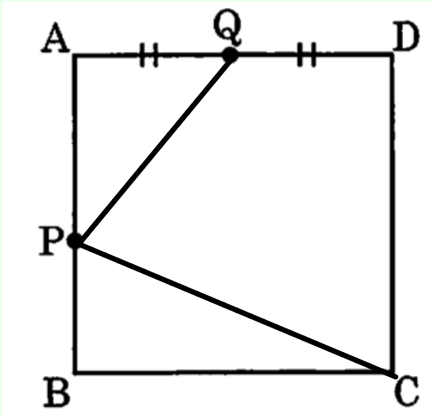
Point

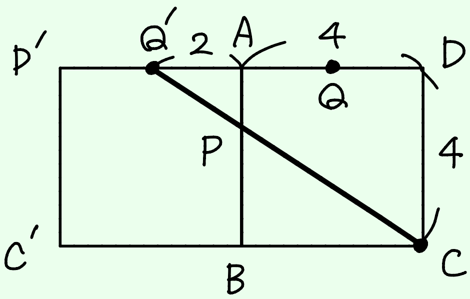
3元1次でも同じく解ける！

大人を z 人とすると，

$$\begin{cases} x + y + z = 1080 \\ z = 1.5y \\ 150x + 250y + 450y = 360000 \end{cases}$$

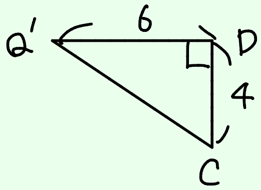
(9) 右の図のように，1辺の長さが４の正方形ABCDがある。辺AB上を，AからBまで動く点をP，辺ADの中点をQとするとき，PQ＋PCの最小値を求めなさい。





・ 正方形 ABCD と合同な正方形 ABC'D'
を作り，AB を対称の軸として Q' を作る。

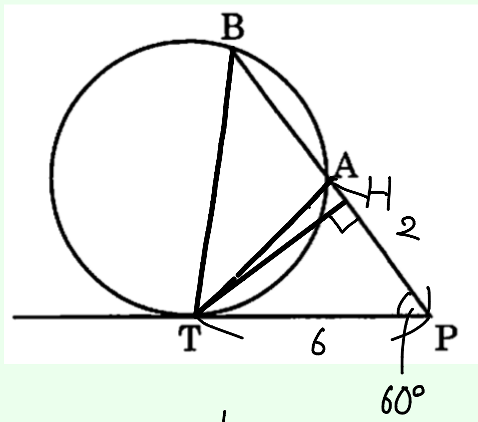
・ Q'C が PQ + PC の最小値となる。

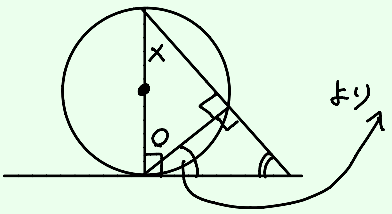


$$Q'C = \sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{52} = \underline{2\sqrt{13}}$$ //

---

(10) 右の図のように，円周上の２点A，Bを通る直線と，点Tにおける接線との交点をPとする。PT＝6，AP＝2，∠APT＝60°のとき，△ABTの面積を求めなさい。





より x となる。

① $\triangle ATP \backsim \triangle TBP$

$AP : TP = TP : BP$

$2 : 6 = 6 : BP$

$BP = 18$

② △HTP は $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形。

$TP = 6$ より $HT = 3\sqrt{3}$

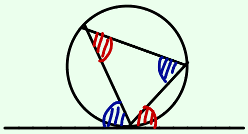
③ $\triangle ABT = AB \times HT \times \frac{1}{2}$

$= (BP - AP) \times HT \times \frac{1}{2}$

$= (18 - 2) \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \underline{24\sqrt{3}}$ //

① 接弦定理

② 高さは図の外部にも作れる。



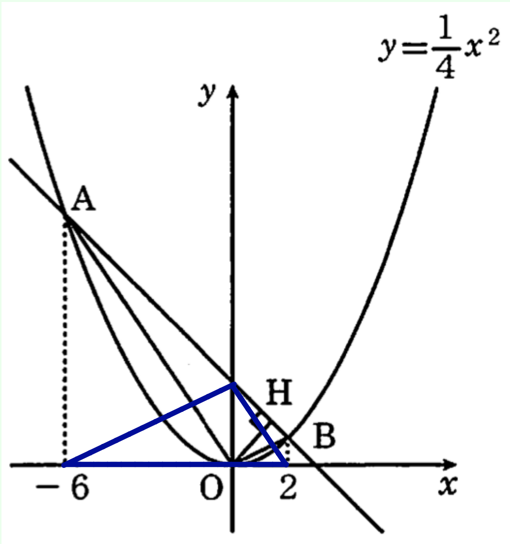
2.

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点A，Bがあり，x 座標はそれぞれ−6，2である。このとき，次の問に答えなさい。

(1)　2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

(2)　△OABの面積を求めなさい。

(3)　Oから直線ABへ下ろした垂線OHの長さを求めなさい。

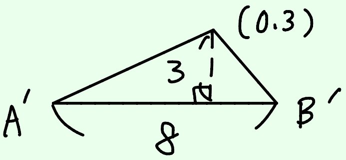


(1)　x座標が与えられているので
代入して y座標を求める。

A$(-6, 9)$　B$(2, 1)$

∴ AB: $y=-x+3$

(2)　等積変形すると，

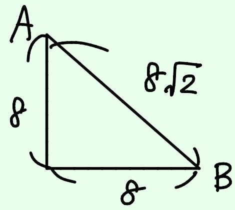


$\triangle OAB = 8\times 3\times \frac{1}{2} = 12$

(3)　$\triangle OAB = 12 = AB\times OH\times \frac{1}{2}$
$= 8\sqrt{2}\times OH\times \frac{1}{2}$

$OH = \frac{12\times 2}{8\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

AB =



$= 8\sqrt{2}$

(3) のように 斜めの長さは，
方程式で求める流れも重要！

3.

自然数 a，b について，条件「a と b の最小公倍数が36」を（*）とする。

このとき，次の問に答えなさい。

(1) $a=9$ のとき，条件（*）を満たす b をすべて求めなさい。

(2) 条件（*）を満たす a，b の組のうち，$a<b$ を満たし $\frac{b}{a}$ が整数にならない組は何組あるか求めなさい。

(1) $9=3^2$，$36=2^2\times3^2$

$a=9$ で，最小公倍数が 36 になるには

$b=2^2\times3^{◎}$ の形で，◎ $=0,1,2$ の場合である。

$\therefore\ b=2^2\times3^0=2^2\times1=4$

$=2^2\times3^1=12$

$=2^2\times3^2=36$

$b=4,12,36$ //

(2) (i) $a=2^0\times3^0=1$ のとき $\frac{b}{a}=b$ は整数なので，満たす b はない。×

$a=2^1\times3^0$　$b=2^2\times3^2$ より $\frac{b}{a}=2\times3^2$　b はない。×

$a=2^2\times3^0$　$b=2^0\times3^2$，$2^1\times3^2$) $\frac{b}{a}$ が整数にならない。○

$2^2\times3^2$) ×

$a=2^0\times3^1$ のとき $b=2^2\times3^2$ だが $\frac{b}{a}$ を整数にしてしまい ×

$a=2^1\times3^1$　$b=2^2\times3^2$　//

$a=2^2\times3^1$　$b=2^0\times3^2$ ○

$=2^1\times3^2$ ○

$=2^2\times3^2$ ×

$a=2^0\times3^2$ のとき $b=2^2\times3$ ○

$2^1\times3^2$　$b=2^2$ ×

$2^2\times3^2$　b なし ×

以上より ○の

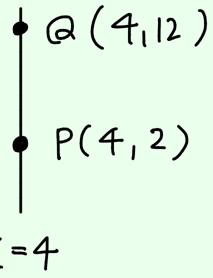
4組 //

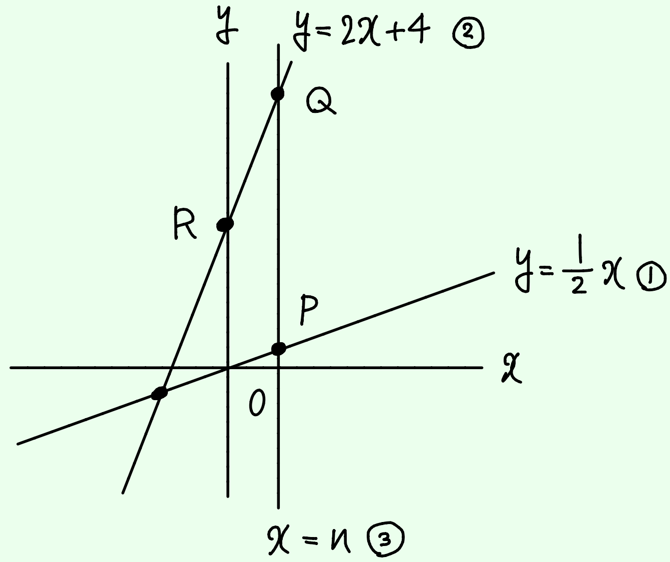
4.

3つの直線 $y=\frac{1}{2}x$…①，$y=2x+4$…②，$x=n$…③に対して，①と③の交点をP，②と③の交点をQ，②と y 軸の交点をRとする。このとき，次の問に答えなさい。
ただし，n は0以上の整数とする。

(1)　$n=4$ のとき，線分PQ上にあり，x 座標，y 座標の値がともに整数である点の個数を求めなさい。
(2)　線分PQ上にあり，x 座標，y 座標の値がともに整数である点が63個あるとき，n の値を求めなさい。
(3)　$n=10$ のとき，四角形OPQRの周上または内部にある点で，x 座標，y 座標の値がともに整数である点の個数を求めなさい。

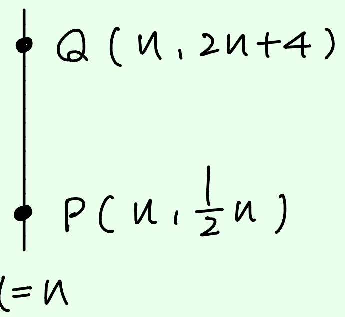
(1)





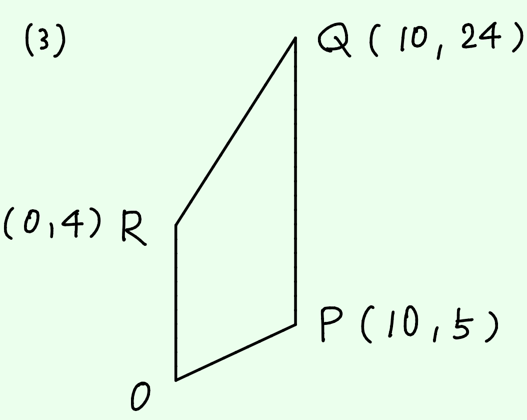
$x=4$ を ①，②の式に代入して y 座標を求めると，
P(4,2)，Q(4,12) より
格子点の数は (4,2)(4,3)…(4,11)(4,12) の 11個

(2)



PQ間上の格子点は，
$\left(2n+4-\frac{1}{2}n\right)+1$ 個 $=63$
$\frac{3}{2}n+5=63$
$n=\frac{116}{3}$
$n=38.6$…
$\therefore\ n=39$

(3)



		個数	
$n=0$	$4-0+1=5$	5	+1
$n=1$	$6-\frac{1}{2}+1=6$	6	+2
$n=2$	$8-1+1=8$	8	+1
$n=3$	$10-\frac{3}{2}+1=\frac{19}{2}=8.5$	9	+2
$n=4$	$12-2+1=11$	11	+1
$n=5$	$14-\frac{5}{2}+1=\frac{25}{2}=12.5$	12	+2
$n=6$		14	+1
$n=7$		15	+2
$n=8$		17	+1
$n=9$		18	+2
$n=10$		20	

合計 135個