高校入試過去問(名古屋高校) (H26)年数学

１００点満点（50）分

１.

(1) $-3x^2y \div \left(-\frac{1}{3}xy\right)^2 \times \frac{1}{3}y^3$ を計算せよ。

(2) $(a-b)x^2-(a-b)y^2$ を因数分解せよ。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 2(x+y)+5(x-y)=18 \\ 4(x+y)-(x-y)=58 \end{cases}$ を解け。

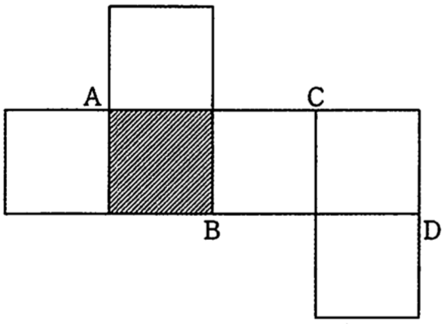
(4)　方程式$(x-3)(x+4)=2(x-3)^2$を解け。

(5)　関数$y=ax^2$の$-3\leqq x\leqq -1$におけるyの変域は$b\leqq y\leqq 6$であった。
定数a，bの値を求めよ。

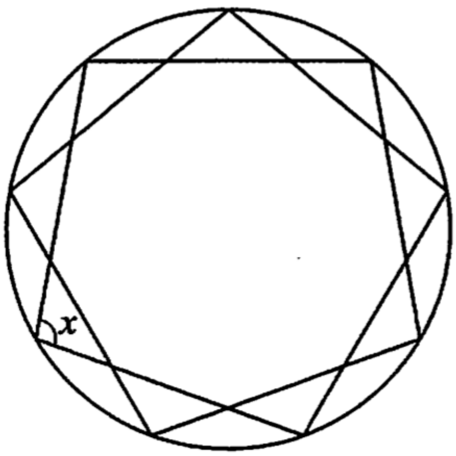
(6)　63に偶数をかけて，自然数の2乗になるようにしたい。このような偶数のうち，最も小さいものを求めよ。

(7) 立方体の展開図に図のように点 A，B，C，D をとる。この展開図を組み立てたとき，斜線部の平面と直線 CD はどのような位置関係にあるか。次の選択肢から 1 つ選んで，記号で答えよ。

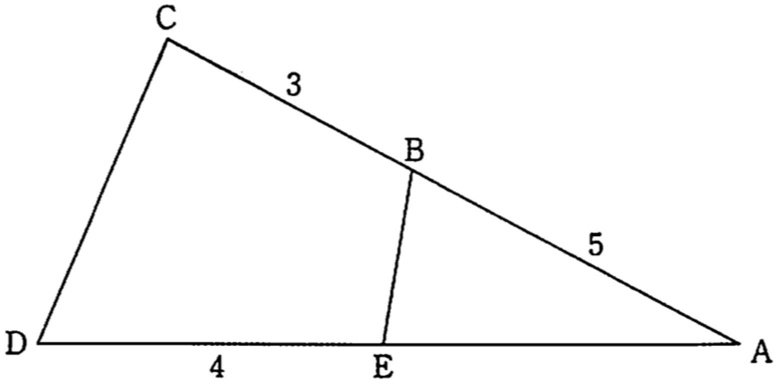
① 直線が平面上にある
② 交わる
③ 平行である
④ ねじれの位置にある



(8) 円周を 9 等分した点をつないで次のような図形をかいた。$\angle x$ の大きさを求めよ。



(9)　AB＝5，BC＝3，DE＝4 のとき，AE の長さを求めよ。ただし，∠AEB＝∠ACD とする。



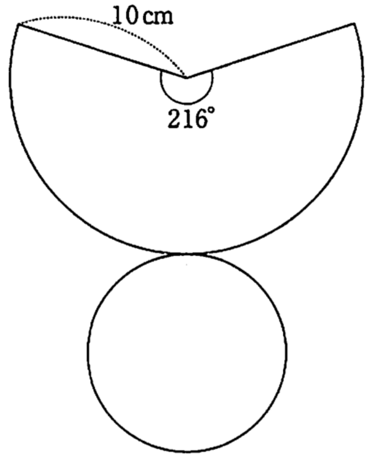
(10)　ある部品を作っている工場がある。できあがった 500 個の部品について検査したら 8 個の不良品が見つかった。この工場で 6 万個の部品を製造したとき，不良品はおよそ何個含まれると推定されるか。

２.

図のように，母線の長さが10cm，中心角が216°の円すいの展開図がある。
このとき，次の問いに答えよ。

(1) この円すいの底面の円周の長さを求めよ。

(2) この円すいの体積を求めよ。



３．

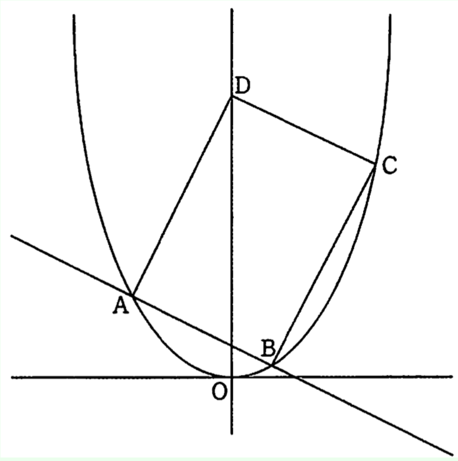
1つのさいころを3回投げて出た目の数を出た順に a，b，c とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $a=b<c$ となる場合は何通りあるか。

(2) $a<b<c$ となる確率を求めよ。

４.

図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=-\frac{1}{2}x+1$ が２点 A，B で交わっている。この放物線上に点 C を，y 軸上に点 D をとり，平行四辺形ABCD を作る。ただし，点 A の x 座標は負とする。このとき，次の問いに答えよ。



(1) 点 B の座標を求めよ。

(2) 点 C の座標を求めよ。

(3) 原点を通る直線で，平行四辺形ABCD の面積を２等分するものの式を求めよ。

５．

鋭角三角形 ABC について，$AC=5$，$BC=6$ であり，面積は 9 であった。点 A から直線 BC におろした垂線の足を H とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) AH の長さを求めよ。
(2) AB の長さを求めよ。
(3) 三角形 ABC の外接円の直径を求めよ。

高校入試過去問(名古屋高校)(H26)年数学

１００点満点（50）分

１.

(1) $-3x^2y \div \left(-\frac{1}{3}xy\right)^2 \times \frac{1}{3}y^3$ を計算せよ。

$$= -3x^2y \div \frac{x^2y^2}{9} \times \frac{y^3}{3}$$

$$= -\cancel{3}\cancel{x^2}y \times \frac{9}{\cancel{x^2}\cancel{y^2}} \times \frac{y^{\cancel{3}}}{\cancel{3}} = \underline{-9y^2}$$ //

(2) $(a-b)x^2-(a-b)y^2$ を因数分解せよ。

$a-b=M$ とおくと

$$Mx^2-My^2$$
$$= M(x^2-y^2)$$
$$= M(x+y)(x-y)$$
$$= \underline{(a-b)(x+y)(x-y)}$$ //

置きかえず いきなり

$(a-b)(x^2-y^2)$

$= (a-b)(x+y)(x-y)$

で完成させたい！

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 2(x+y)+5(x-y)=18 \\ 4(x+y)-(x-y)=58 \end{cases}$ を解け。

$x+y=A$, $x-y=B$ とおくと、

$$\begin{cases} 2A+5B=18 & \cdots ① \\ 4A-B=58 & \cdots ② \end{cases}$$

①×2−②

$$\begin{array}{rl} 4A+10B &= 36 \\ -)\ 4A-B &= 58 \\ \hline 11B &= 94 \\ B &= \frac{94}{11} \end{array}$$

この流れは ヤバイ…。

離脱します。

$$2x+2y+5x-5y=18$$
$$4x+4y-x+y=58$$

$$\begin{cases} 7x-3y=18 & \cdots ① \\ 3x+5y=58 & \cdots ② \end{cases}$$

①×5＋②×3

$$\begin{array}{rl} 35x-15y &= 90 \\ +)\ 9x+15y &= 174 \\ \hline 44x &= 264 \end{array}$$

$x=6$ を②へ代入。

$$18+5y=58$$
$$y=8$$

$\underline{(x, y)=(6, 8)}$ //

置きかえが 効果的でない例 ですね。。。

(4) 方程式$(x-3)(x+4)=2(x-3)^2$を解け。

$x-3=M$ とおくと,

$M(M+7)=2M^2$

$M^2+7M=2M^2$

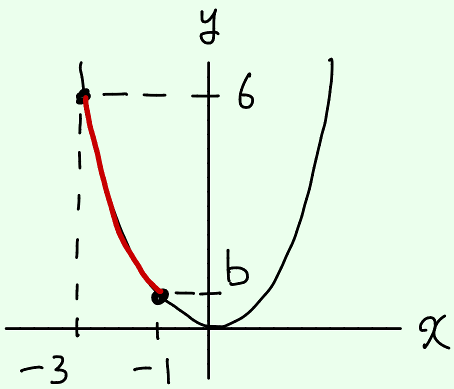
$M^2-7M=0$

$M(M-7)=0$

$(x-3)(x-10)=0$

$\therefore\ x=3,\ 10$ //

(5) 関数$y=ax^2$の$-3\leqq x\leqq -1$におけるyの変域は$b\leqq y\leqq 6$であった。
定数a, bの値を求めよ。



・左図より $y=ax^2$ は $(-3,\ 6)$ を通るので $x=-3$, $y=6$ を代入して

$6=a\times(-3)^2$　$a=\dfrac{2}{3}$ //

・$y=\dfrac{2}{3}x^2$ に $x=-1$ を代入し

$y=\dfrac{2}{3}\times(-1)^2=\dfrac{2}{3}$　$\therefore\ b=\dfrac{2}{3}$ //

Point

xがいくつのとき, yの最大値,
最小値がいくつをとるのかを見つける!

(6) 63に偶数をかけて, 自然数の2乗になるようにしたい。このような偶数のうち, 最も小さいものを求めよ。

・素因数分解すると, $63=3^2\times 7$

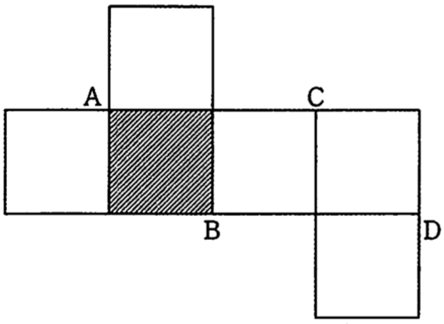
・問題文より, $3^2\times 7\times\boxed{偶数}=自然数^2$ となる偶数を見つける。

7が1つしかなく, 偶数の最も小さい2乗の値は4のため,

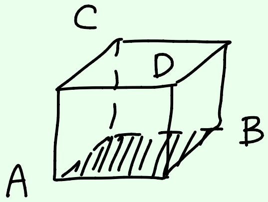
$\boxed{偶数}=7\times 2^2=28$ となる。 //

(7) 立方体の展開図に図のように点A，B，C，Dをとる。この展開図を組み立てたとき，斜線部の平面と直線CDはどのような位置関係にあるか。次の選択肢から1つ選んで，記号で答えよ。

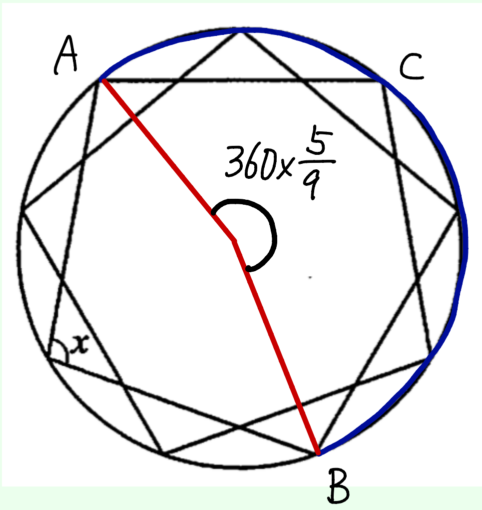
① 直線が平面上にある
② 交わる
③ 平行である
④ ねじれの位置にある



斜線部の平面を底面にすると，真上にCDを含む平面がくるので ③の平行である。



(8) 円周を9等分した点をつないで次のような図形をかいた。∠xの大きさを求めよ。



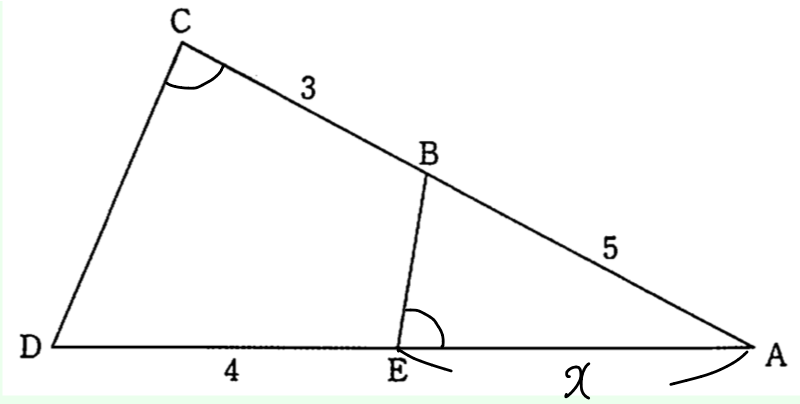
・ ∠xは点Cを含む側の$\overset{\frown}{AB}$の円周角であり，9等分したうちの5つの長さから生まれている。

・ 中心角 $= 360° \times \frac{5}{9} = 200°$

∴ 円周角 $\angle x = 200° \times \frac{1}{2}$

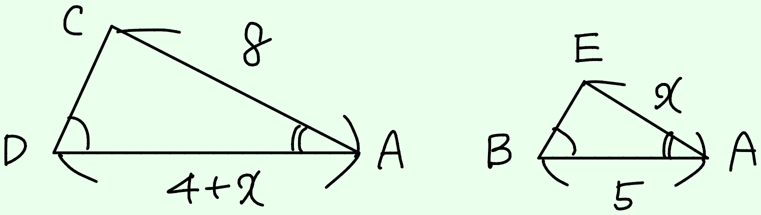
$= 100°$

(9)　AB＝5，BC＝3，DE＝4のとき，AEの長さを求めよ。ただし，∠AEB＝∠ACDとする。



① AE = x とする。
∠Aが△CDAと△EBAで共通であり，∠AEB = ∠ACDより
△CDA∽△EBA。

② 相似な三角形では，対応する辺の長さの比が全て等しいので



$8 : x = 4+x : 5$

$x(4+x) = 40$

$x^2+4x-40 = 0$

$x = -2+\sqrt{21}$ //

文字が入ってくると，式が作りづらいので
相似な2つの図を切り出して
向きをそろえるとわかりやすい

(10)　ある部品を作っている工場がある。できあがった500個の部品について検査したら8個の不良品が見つかった。この工場で6万個の部品を製造したとき，不良品はおよそ何個含まれると推定されるか。

推定される不良品をx個とすると，

$500 : 8 = 60000 : x$

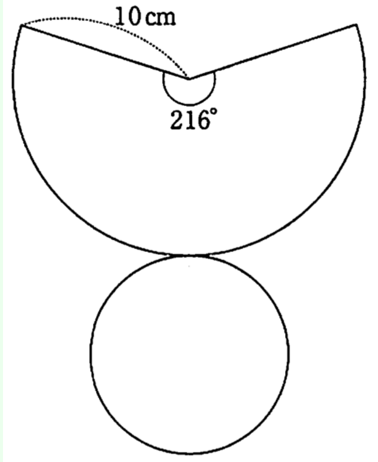
$5\cancel{00}x = 4800\cancel{00}$

$x = 960$

およそ960個と推定される。//

２．

図のように，母線の長さが 10cm，中心角が 216° の円すいの展開図がある。
このとき，次の問いに答えよ。



(1)　この円すいの底面の円周の長さを求めよ。

(2)　この円すいの体積を求めよ。

(1)　円錐の底面の円周の長さ

$= $ おうぎ形の弧の長さ

$= 10 \times 2 \times \pi \times \frac{216}{360}$

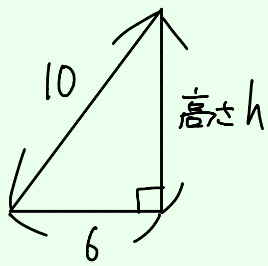
$= 12\pi$ (cm) //

(2)　円錐の体積 (V) ＝ 底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$ で求まるので

⊘　(1) ＝ 2 × π × 底面の半径

$12\pi = 2\pi r \qquad r = 6 \qquad$ 半径 6cm //

⊘



$h = \sqrt{10^2 - 6^2}$

$= \sqrt{64} = 8$

⊘　$V = \pi \times 6^2 \times 8 \times \frac{1}{3}$

$= 96\pi$ (cm³) //

3.

1つのさいころを3回投げて出た目の数を出た順に a, b, c とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $a=b<c$ となる場合は何通りあるか。

(2) $a<b<c$ となる確率を求めよ。

(1)

a b c

1−1<2, 3, 4, 5, 6

2−2<3, 4, 5, 6

3−3<4, 5, 6

4−4<5, 6

5−5−6

15通り

(2) a, b, c の出目は，$6\times6\times6=216$通り

「かけ算で求める流れ」

1−1<1, 2, 3, 4, 5, 6) 6通り

1−2<1, 2, 3, 4, 5, 6

b 1つにつき Cは 6通り

b は 1〜6 までであるので 6×6 通り

このかたまりが a 1〜6 あるので

6×6×6 で求められる。

$a<b<c$

1−2<3, 4, 5, 6

1−3<4, 5, 6

1−4<5, 6

1−5−6

2−3<4, 5, 6

2−4<5, 6

2−5−6

3−4<5, 6

3−5−6

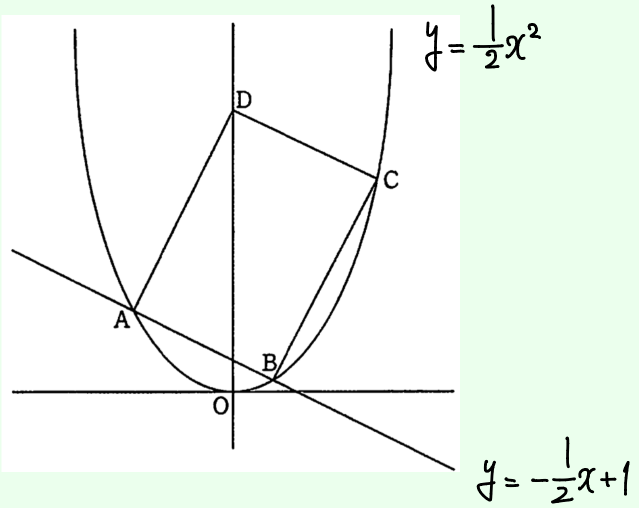
4−5−6

以上 20通り

$\therefore \dfrac{20}{216}=\dfrac{5}{54}$

4.

図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=-\frac{1}{2}x+1$ が2点A，Bで交わっている。この放物線上に点Cを，y軸上に点Dをとり，平行四辺形ABCDを作る。ただし，点Aのx座標は負とする。このとき，次の問いに答えよ。



(1) 点Bの座標を求めよ。
(2) 点Cの座標を求めよ。
(3) 原点を通る直線で，平行四辺形ABCDの面積を2等分するものの式を求めよ。

(1) Bは $y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=-\frac{1}{2}x+1$ の交点。

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=-\frac{1}{2}x+1 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{2}x+1$

$x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0 \rightarrow x=1,-2$　∴ $B(1, \frac{1}{2})$ //

(2) $A(-2,2)$，$B(1,\frac{1}{2})$ より $D(0,t)$ とすると，$C(3, t-\frac{3}{2})$

Cは $y=\frac{1}{2}x^2$ を通るので $x=3$，$y=t-\frac{3}{2}$ を代入できる。

$t-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\times 3^2$，$t=\frac{9}{2}+\frac{3}{2}=6$　∴ $C(3, \frac{9}{2})$ //

(3) 対角線の交点を通ると、平行四辺形の面積を二等分できる。

AC：$(-2,2)(3,\frac{9}{2})$ より $y=\frac{1}{2}x+3$

BD：$(1,\frac{1}{2})(0,6)$ より $y=-\frac{11}{2}x+6$

この2直線の交点を求める。

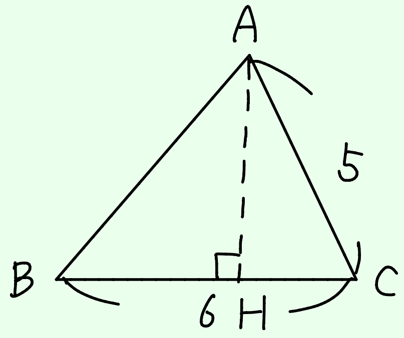
$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+3 \\ y=-\frac{11}{2}x+6 \end{cases}$$

$(x,y)=(\frac{1}{2}, \frac{13}{4})$ と原点を通る直線が答。

傾き $=\dfrac{\frac{13}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{13}{2}$　∴ $y=\frac{13}{2}x$ //

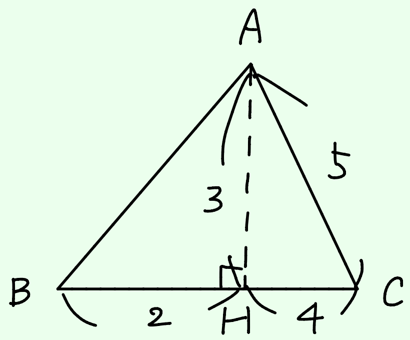
鋭角三角形 ABC について，AC＝5，BC＝6 であり，面積は 9 であった。点 A から直線 BC におろした垂線の足を H とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) AH の長さを求めよ。
(2) AB の長さを求めよ。
(3) 三角形 ABC の外接円の直径を求めよ。



(1)
$$\triangle ABC = BC \times AH \times \frac{1}{2}$$
$$9 = 6 \times AH \times \frac{1}{2}$$
$$AH = 3$$
//

(2)



$\triangle AHC$ で三平方の定理より

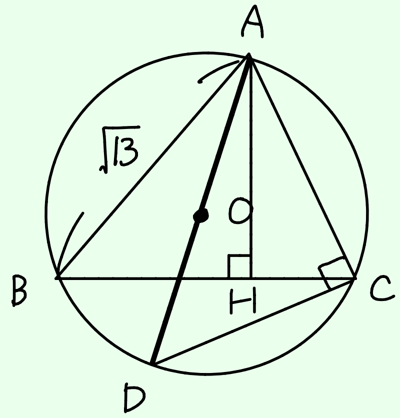
$$HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$BH = BC - HC$$
$$= 6 - 4 = 2$$

$\triangle ABH$ でも同様にして

$$AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$
//

(3)



外接円の中心 O と A の延長線と
外接円との交点を D とすると，

$$\triangle ABH \backsim \triangle ADC$$

$$\left(\begin{array}{l} \angle ABH = \angle ADC \\ \angle AHB = \angle ACD \end{array} \right)$$

$$AB : \text{直径} AD = AH : AC$$
$$\sqrt{13} : AD = 3 : 5$$
$$3AD = 5\sqrt{13}$$
$$AD = \frac{5\sqrt{13}}{3}$$
//