

(名古屋) 高等学校 H(29) 数学

(100点満点 (50) 分)

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $\frac{1}{2}a^2c \div (-2bc) \times (-2abc^2)^2$ を計算せよ。

(2) $\frac{x+11y}{6} - \frac{5x-2y}{3} + x - y$ を計算せよ。

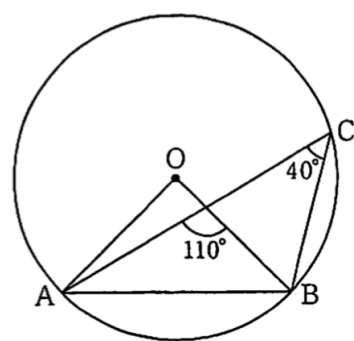
(3) $(2a+b)^2 - (a-3b)^2$ を因数分解せよ。

(4) $\sqrt{(-2)^4 \times 5} - \frac{\sqrt{6}\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$ を計算せよ。

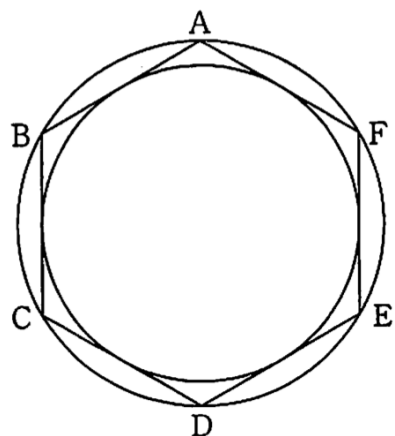
(5) a, b は定数とする。1 次関数 $y = ax + b$ があり、 $x = 3$ のとき $y = 3$ 、 $x = -9$ のとき $y = -17$ である。定数 a, b の値を求めよ。

- (6) 関数 $y = \frac{6}{x}$ の x の変域が $-2 \leq x \leq -1$ であるとき、この関数の y の変域を求めよ。

- (7) 右の図で、点 O は円の中心である。このとき、 $\angle CAB$ の大きさを求めよ。



- (8) 右の図で正六角形ABCDEFは、頂点が大きい円の周上の点であり、辺が小さい円の接線である。大きい円と小さい円の面積の比を最も簡単な整数比で答えよ。



- (9) 1 から30までの自然数が1つずつ書かれた同じ大きさの30個の玉がある。これらを袋に入れてよくかきまぜ、1つだけ取り出す。このとき、その玉に書かれた数が素数である確率を求めよ。

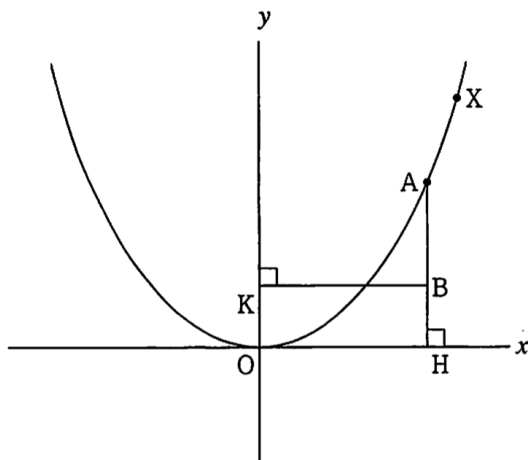
Ⅱ 加藤くんは、分速100mで学校のろうかを東端から西端まで歩き、すぐに引き返して同じ速さで西端から東端まで歩く。伊藤くんは、同じろうかを分速120mで東端から西端まで歩き、すぐに引き返して分速80mで西端から東端まで歩く。2人が同時に東端を出発したところ、伊藤くんは、加藤くんより3秒遅れて東端にもどった。

(1) 学校のろうかの長さは、何mか。

(2) 伊藤くんと加藤くんが、歩いている途中で同じ位置にいるのは、歩き始めてから何秒後と何秒後か。

Ⅲ a を正の定数とする。放物線 $y = ax^2$ 上に点 $X(14, 98)$ がある。右図のように、放物線 $y = ax^2$ 上の、原点から点 X までの間に点 A をとり、 A を通り x 軸に垂直な直線と x 軸との交点を H とする。 H の座標は、 $(m, 0)$ とする。また、線分 AH 上に点 B をとり、 B を通り y 軸に垂直な直線と y 軸の交点を K とする。 AB の長さ AB と BK の長さ BK の和を 15 とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 定数 a の値を求めよ。
- (2) B の座標を m を用いて表せ。
- (3) 線分 BK と放物線との交点を P とする。
 $KP : PB = 1 : 1$ となるような m の値を求めよ。



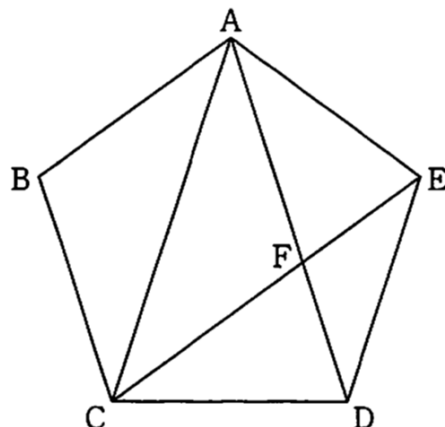
IV 正五角形ABCDEがあり、対角線ACの長さが6 cmである。

辺DEの長さを求めたい。以下の空らん (①) から (⑥) までにあてはまる言葉や式の一部、値を書け。

DE = x (cm) とする。正五角形であるから、
 $AB = BC = CD = DE = EA = x$ (cm) である。

対角線ADとCEの交点をFとする。

$\angle AED$ の大きさは (①) $^\circ$ である。したがって、
 $\angle EDF$ の大きさは (②) $^\circ$ である。 $\angle CAF = \angle EDF$ である
 ことにより、 $AC \parallel ED$ である。



同様に考えると、 $AB \parallel EC$ 、 $BC \parallel AD$ であるから、四角形ABCFは (③) であって、
 $AF = x$ (cm) である。 $AD = 6$ (cm) であるから、 $FD = (6 - x)$ (cm) である。

$\angle CAF = \angle EDF$ 、 $\angle AFC = \angle DFE$ であることにより、 $\triangle AFC \sim$ (④) である。このことを
 用いて、 x に関する方程式を立てると、(⑤) である。これを解くことによって辺DEの長さを
 求めると、 $DE =$ (⑥) (cm) である。

5.

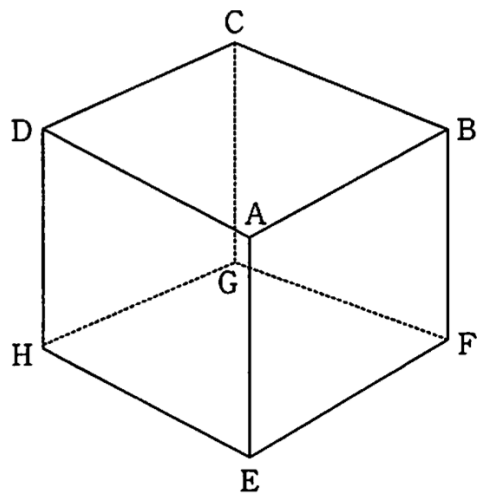
V 一辺の長さが6 cmの立方体 $ABCD-EFGH$ がある。以下の3つの点の移動は同時に始まる。

点 P_1 は、点 A を出発して毎秒1 cmの速さで辺 AB に沿って点 B へ向かう。

点 P_2 は、点 A を出発して毎秒1 cmの速さで辺 AD に沿って点 D へ向かう。

点 P_3 は、点 A を出発して毎秒1 cmの速さで辺 AE に沿って点 E へ向かう。

6秒が経過したときにすべてが停止する。このとき、以下の問いに答えよ。



- (1) 出発してから1秒後の $\triangle P_1 P_2 P_3$ の面積を求めよ。
- (2) $\triangle P_1 P_2 P_3$ の面積が、 $\triangle BDE$ の面積のちょうど半分になるのは、出発してから何秒後か。
- (3) (2)のとき、点 A から $\triangle P_1 P_2 P_3$ に垂線を引き、 $\triangle P_1 P_2 P_3$ との交点を K とする。 AK の長さを求めよ。

(名古屋)高等学校 H(29)数学

(100点満点 (50)分)

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $\frac{1}{2}a^2c \div (-2bc) \times (-2abc^2)^2$ を計算せよ。

$$= \frac{\cancel{a^2}^1}{\cancel{2}^1} \times -\frac{1}{\cancel{2}^1 \cancel{bc}^1} \times \frac{\cancel{4}^1 \cancel{a^2}^1 \cancel{b^2}^1 c^4}{1}$$

$$= \underline{\underline{-a^4bc^4}} //$$

(3) $(2a+b)^2 - (a-3b)^2$ を因数分解せよ。

$$= (4a^2 + 4ab + b^2) - (a^2 - 6ab + 9b^2)$$

$$= 4a^2 + 4ab + b^2 - a^2 + 6ab - 9b^2$$

$$= \underline{3a^2 + 10ab - 8b^2}$$

$$= (a+4b)(3a-2b) //$$

かけ3 +2の21

(a) (3a)
 ここから ↑ を調整でもできる。

(2) $\frac{x+11y}{6} - \frac{5x-2y}{3} + x-y$ を計算せよ。

6で通分する。

$$= \frac{x+11y}{6} - \frac{2(5x-2y)}{6} + \frac{6(x-y)}{6}$$

$$= \frac{x+11y-10x+4y+6x-6y}{6}$$

$$= \frac{-3x+9y}{6} = \frac{3(-x+3y)}{6} = \underline{\underline{\frac{-x+3y}{2}}} //$$

1	X	4	→ 12
3	X	-2	→ -2
3		-8	10
[たすきがけ]			

(4) $\sqrt{(-2)^4 \times 5} - \frac{\sqrt{6}\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$ を計算せよ。

$$= \sqrt{\underset{4 \times 4}{16} \times 5} - \frac{\overset{3}{\sqrt{6}} \times \sqrt{3}}{\sqrt{10}}$$

$$= 4\sqrt{5} - \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$= 4\sqrt{5} - \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$$= 4\sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\begin{aligned} (-2)^4 &= (-2)^2 \times (-2)^2 \\ &= 4 \times 4 = 16 \end{aligned}$$

$$= \frac{20\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$= \frac{17\sqrt{5}}{5}$$

〃

(5) a, b は定数とする。1次関数 $y = ax + b$ があり、 $x = 3$ のとき $y = 3$ 、 $x = -9$ のとき $y = -17$ である。定数 a, b の値を求めよ。

②

①

①より $x = 3, y = 3$ を $y = ax + b$ に代入 $3 = 3a + b$

②より $x = -9, y = -17$ " $-17 = -9a + b$

$$\begin{cases} 3 = 3a + b & \dots ① \\ -17 = -9a + b & \dots ② \end{cases}$$

$$20 = 12a$$

$$\frac{5}{3} = a$$

①に代入すると

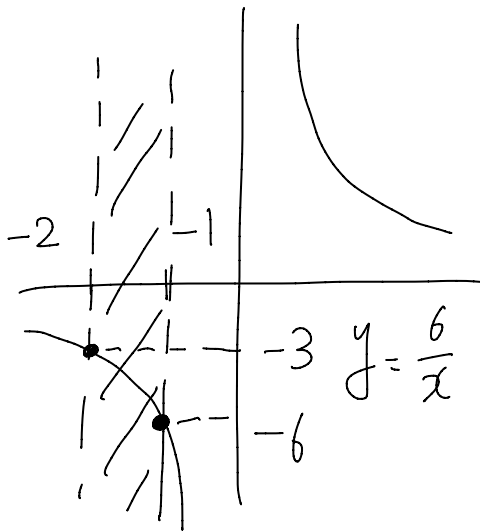
$$3 = 3 \times \frac{5}{3} + b$$

$$b = -2$$

$$a = \frac{5}{3}, b = -2$$

〃

(6) 関数 $y = \frac{6}{x}$ の x の変域が $-2 \leq x \leq -1$ であるとき、この関数の y の変域を求めよ。



$x = -2$ を代入すると

$$y = \frac{6}{-2} = -3$$

$x = -1$ を代入すると

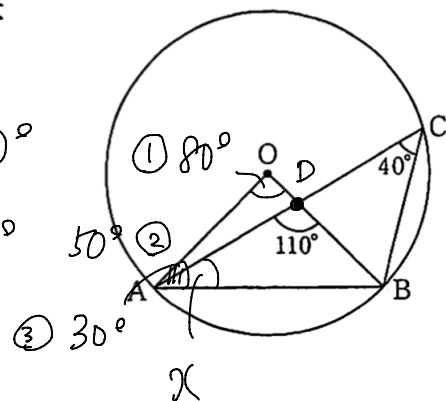
$$y = \frac{6}{-1} = -6$$

$$-6 \leq y \leq -3$$

(7) 右の図で、点 O は円の中心である。このとき、 $\angle CAB$ の大きさを求めよ。

① $\widehat{AB}$ に対する円周角 $\angle ACB = 40^\circ$

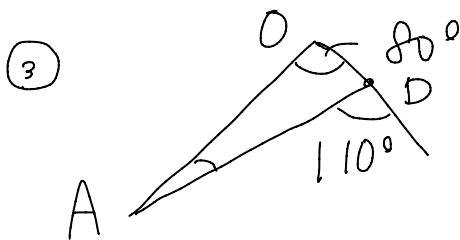
中心角 $\angle AOB = 80^\circ$



② $\triangle OAB$ は $OA = OB$ の

二等辺三角形より

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{180 - 80}{2} = 50^\circ$$

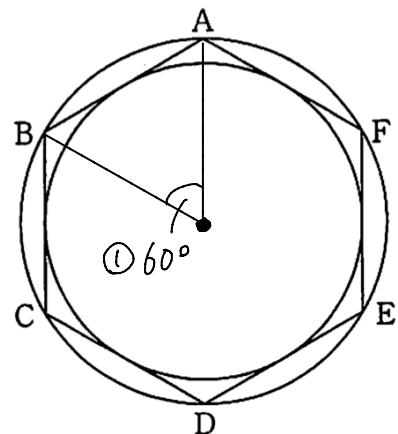


外角の性質より

$$\angle OAD = 110 - 80 = 30^\circ$$

$$\therefore 50 - 30 = 20^\circ //$$

- (8) 右の図で正六角形ABCDEFは、頂点が大い円の周上の点であり、辺が小さい円の接線である。大きい円と小さい円の面積の比を最も簡単な整数比で答えよ。

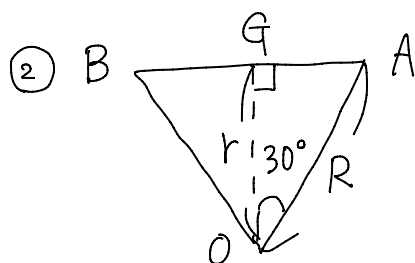


大きい円を O' , 小さい円を O とし、
半径をそれぞれ R, r とする。

面積比 = (相似比)² なので

$R:r$ の比を求める。

- ① 正六角形なので 60° 3つの正三角形
となる。この正三角形で考える。



接線 AB と r は
垂直に交わるので
 $\angle AOG = \angle BOG$
 $= 30^\circ$

$$\therefore r = R = 2 = \sqrt{3}$$

△ 相似比の2乗が面積比
なので

$$2^2 = \sqrt{3}^2$$

$$\underline{4 = 3} //$$

- ③ $\triangle AOG$ は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
の直角三角形なので $\sin$ の比は
 $AG:OA:OG = 1:2:\sqrt{3}$

- (9) 1から30までの自然数が1つずつ書かれた同じ大きさの30個の玉がある。これらを袋に入れてよくかきまぜ、1つだけ取り出す。このとき、その玉に書かれた数が素数である確率を求めよ。

素数は 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

の 10 個 であり 1 から 30 まで が 30 個 あるので

$$\frac{10}{30} = \frac{1}{3} //$$

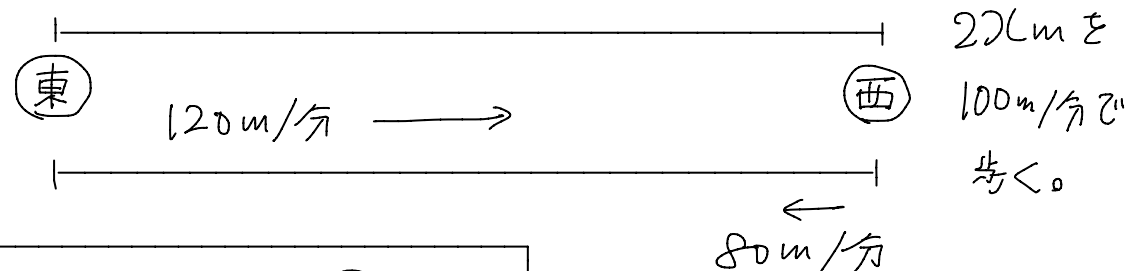
2.

II 加藤くんは、分速100mで学校のろうかを東端から西端まで歩き、すぐに引き返して同じ速さで西端から東端まで歩く。伊藤くんは、同じろうかを分速120mで東端から西端まで歩き、すぐに引き返して分速80mで西端から東端まで歩く。2人が同時に東端を出発したところ、伊藤くんは、加藤くんより3秒遅れて東端にもどった。

(1) 学校のろうかの長さは、何mか。

(2) 伊藤くんと加藤くんが、歩いている途中で同じ位置にいるのは、歩き始めてから何秒後と何秒後か。

3つ方の長さを x m とする 100m/分 で往復する。

(1) 

加藤くん 100m/分
伊藤くん 120m/分 → 80m/分 ←

2x m 西 100m/分 で歩く。

加 時間 + 3秒 = 伊 時間

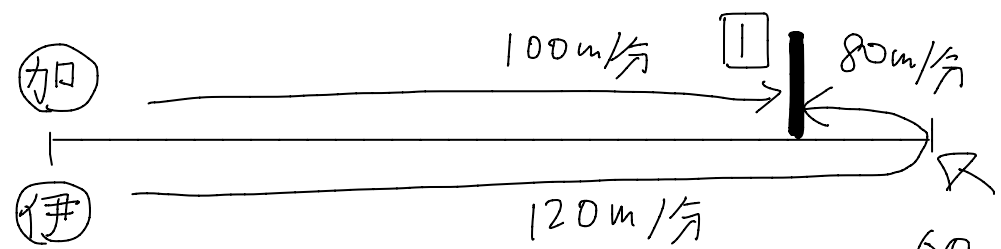
|| || ||

$$\frac{2x}{100} + \frac{1}{20}(\text{分}) = \frac{x}{120} + \frac{x}{80}$$

両辺を2400倍

$$48x + 120 = 20x + 30x$$

$$x = 60 \quad 60\text{m}$$

(2) 

加 100m/分
伊 120m/分 → 80m/分 ←

求める時間を x 分 とすると

① $80(x - \frac{1}{2}) + 100x = 60 \quad x = \frac{5}{9}\text{分} = \frac{100}{3}\text{秒後}$

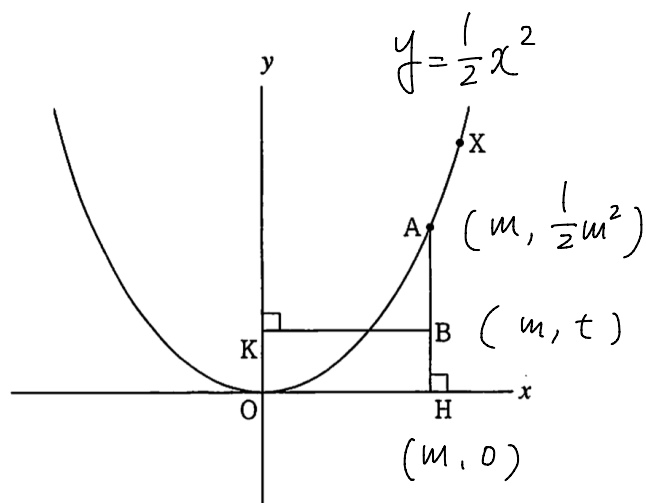
② 

② $60 + 80(x - \frac{1}{2}) = 60 + 100(x - \frac{3}{5})$

$x = 1 = 60\text{秒後}$

以上より $\frac{100}{3}\text{秒後}, 60\text{秒後}$

III a を正の定数とする。放物線 $y = ax^2$ 上に点 $X(14, 98)$ がある。右図のように、放物線 $y = ax^2$ 上の、原点から点 X までの間に点 A をとり、 A を通り x 軸に垂直な直線と x 軸との交点を H とする。 H の座標は、 $(m, 0)$ とする。また、線分 AH 上に点 B をとり、 B を通り y 軸に垂直な直線と y 軸の交点を K とする。 AB の長さとは BK の長さの和を 15 とするとき、以下の問いに答えよ。



- (1) 定数 a の値を求めよ。
- (2) B の座標を m を用いて表せ。
- (3) 線分 BK と放物線との交点を P とする。

$KP : PB = 1 : 1$ となるような m の値を求めよ。

(1) 点 $X(14, 98)$ を通るのて $y = ax^2$ に代入 $98 = a \times 14^2$
 $a = \frac{98}{196} = \frac{1}{2}$ $a = \frac{1}{2}$ //

(2) B の座標を $B(m, t)$ とおくと $AB + BK = 15$ なのて

$$\left. \begin{array}{l} AB = \frac{1}{2}m^2 - t \\ BK = m \end{array} \right\} \text{より} \quad \begin{array}{l} \frac{1}{2}m^2 - t + m = 15 \\ t = \frac{1}{2}m^2 + m - 15 \end{array}$$

 以上より $B(m, \frac{1}{2}m^2 + m - 15)$ //

(3) $KP : PB = 1 : 1$ は、 KB の中点が P ということ。

つまり $P(\frac{m}{2}, \frac{1}{2}m^2 + m - 15)$ であり $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点なのて
 $x = \frac{m}{2}$ を代入すると $y = \frac{1}{2}(\frac{m}{2})^2 = \frac{m^2}{8}$ 同いになる。

$$\frac{m^2}{8} = \frac{1}{2}m^2 + m - 15$$

$$m^2 = 4m^2 + 8m - 120$$

$$3m^2 + 8m - 120 = 0$$

解の公式を用いて $m > 0$ より

$$m = \frac{-4 + 2\sqrt{94}}{3}$$

//

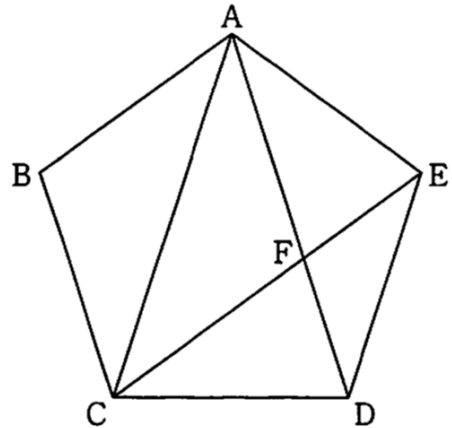
IV 正五角形ABCDEがあり、対角線ACの長さが6 cmである。

辺DEの長さを求めたい。以下の空らん (①) から (⑥) までにあてはまる言葉や式の一部、値を書け。

DE = x (cm) とする。正五角形であるから、
AB = BC = CD = DE = EA = x (cm) である。

対角線ADとCEの交点をFとする。

$\angle AED$ の大きさは (①) $^\circ$ である。したがって、
 $\angle EDF$ の大きさは (②) $^\circ$ である。 $\angle CAF = \angle EDF$ である
ことにより、AC // EDである。

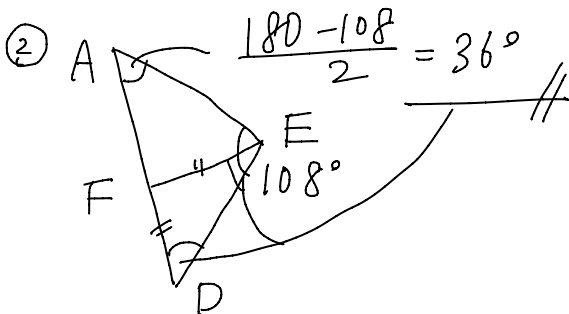


同様に考えると、AB // EC, BC // ADであるから、四角形ABCFは (③) であって、
AF = x (cm) である。AD = 6 (cm) であるから、FD = $(6 - x)$ (cm) である。

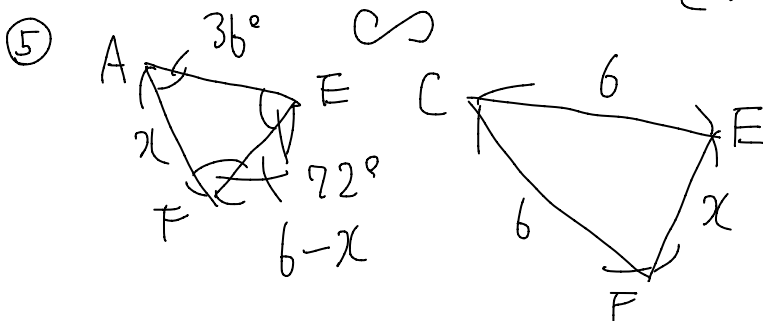
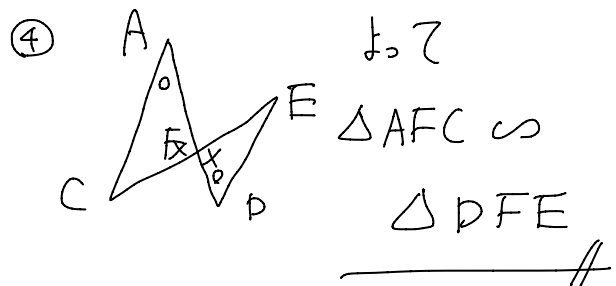
$\angle CAF = \angle EDF$, $\angle AFC = \angle DFE$ であることにより、 $\triangle AFC \sim$ (④) である。このことを
用いて、 x に関する方程式を立てると、(⑤) である。これを解くことによって辺DEの長さを
求めると、DE = (⑥) (cm) である。

① $\angle AED$ は正五角形の1つの角は $180 \times (5-2) = 540$

$$540 \div 5 = 108^\circ$$



③ 2組の向かいあう辺が
平行なので平行四辺形



$$x : 6 = 6 - x : x$$

$$x^2 = 6(6 - x)$$

⑥ 解の公式を用いて
 $x > 0$ より 解く。

$$x^2 + 6x - 36 = 0$$

$$x = -3 + 3\sqrt{5}$$

$$DE = -3 + 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

5.

V 一辺の長さが6 cmの立方体ABCD-EFGHがある。以下

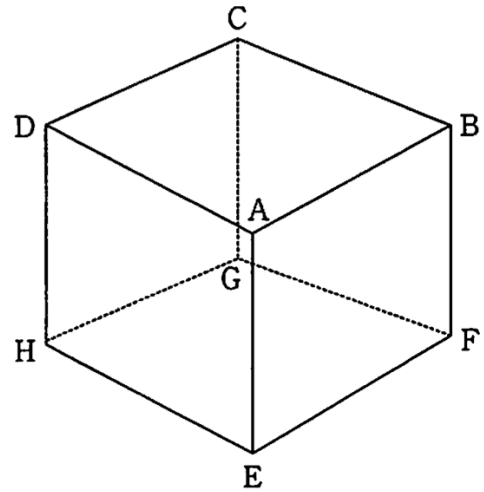
下の3つの点の移動は同時に始まる。

点P₁は、点Aを出発して毎秒1 cmの速さで辺ABに沿って点Bへ向かう。

点P₂は、点Aを出発して毎秒1 cmの速さで辺ADに沿って点Dへ向かう。

点P₃は、点Aを出発して毎秒1 cmの速さで辺AEに沿って点Eへ向かう。

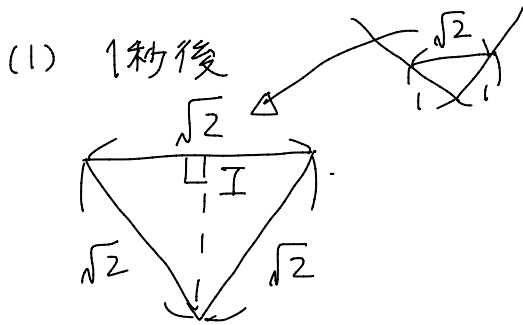
6秒が経過したときにすべてが停止する。このとき、以下の問いに答えよ。



(1) 出発してから1秒後の $\triangle P_1 P_2 P_3$ の面積を求めよ。

(2) $\triangle P_1 P_2 P_3$ の面積が、 $\triangle BDE$ の面積のちょうど半分になるのは、出発してから何秒後か。

(3) (2)のとき、点Aから $\triangle P_1 P_2 P_3$ に垂線を引き、 $\triangle P_1 P_2 P_3$ との交点をKとする。AKの長さを求めよ。

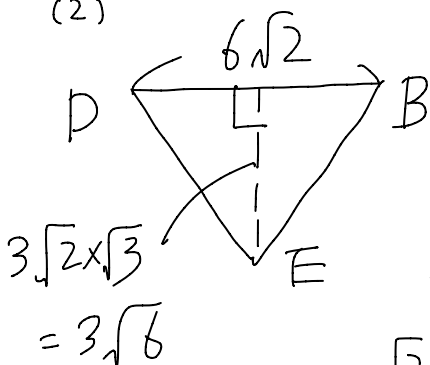


$\triangle DBE$ は 1辺 $\sqrt{2}$ cm の正三角形

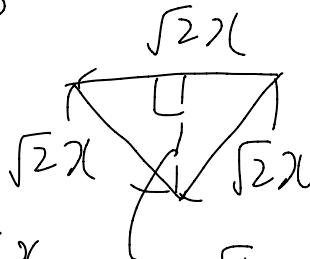
$\triangle DBE$ は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形

$$\text{①} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{②} \quad \text{③} \quad \frac{\sqrt{6}}{2} = IE \quad \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

(2)



$$\triangle DBE = 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{3}$$



$$\frac{\sqrt{2}x}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{2}x$$

$\triangle P_1 P_2 P_3$ (半分) ↓

$$= \sqrt{2}x \times \frac{\sqrt{6}}{2}x \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{12}}{4}x^2 = 9\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3}x^2 = 36\sqrt{3}$$

$$x^2 = 18$$

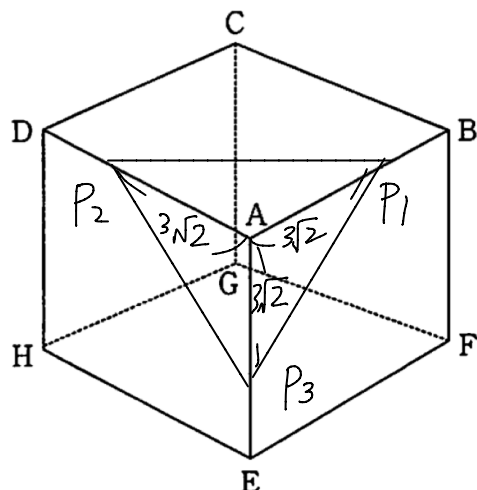
$$x = 3\sqrt{2}$$

△解決。

$3\sqrt{2}$ 秒後

(3) (2)のとき、点Aから $\triangle P_1 P_2 P_3$ に垂線を引き、 $\triangle P_1 P_2 P_3$ との交点をKとする。AKの長さを求めよ。

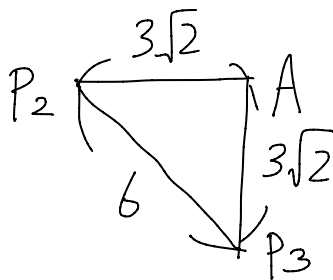
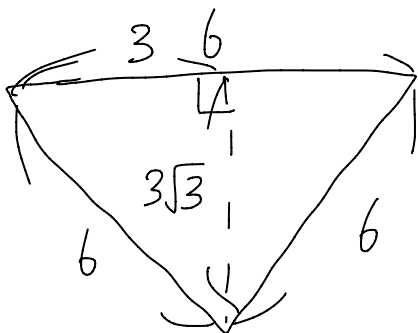
$$\begin{aligned} & \text{三角錐 } A-P_1 P_2 P_3 \text{ の体積} \\ &= \triangle P_1 P_2 P_3 \times AK \times \frac{1}{3} \end{aligned}$$



• 三角錐 $A-P_1 P_2 P_3$ の体積

$$\begin{aligned} &= 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \\ &= 9\sqrt{2} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

• $\triangle P_1 P_2 P_3$ の面積



$$\begin{aligned} \text{図より } \triangle P_1 P_2 P_3 &= 6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \\ &= 9\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$9\sqrt{3} \times AK \times \frac{1}{3} = 9\sqrt{2}$$

$$AK = \frac{27\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{6} \text{ cm}$$

