高校入試過去問(名古屋高校) (R１)年数学

= H31

１００点満点（50 ）分

１.

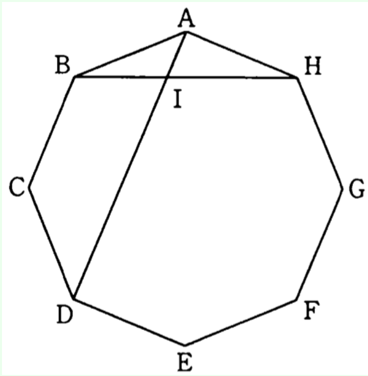
(1) $\left(-\frac{1}{3}x^2y\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}x^2y^3\right) \times \left(-\frac{4y}{x}\right)^2$ を計算せよ。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{6}y=\sqrt{3} \\ \sqrt{6}x-\sqrt{2}y=2 \end{cases}$ を解け。

(3) $(3a+2b)^2-(2a-b)^2$ を因数分解せよ。

(4)　２つの関数 $y=2x+a$，$y=bx^2$ で x の変域を $-4 \leqq x \leqq 2$ とすると，y の変域がともに $0 \leqq y \leqq c$ となる。a，b，c の値を求めよ。

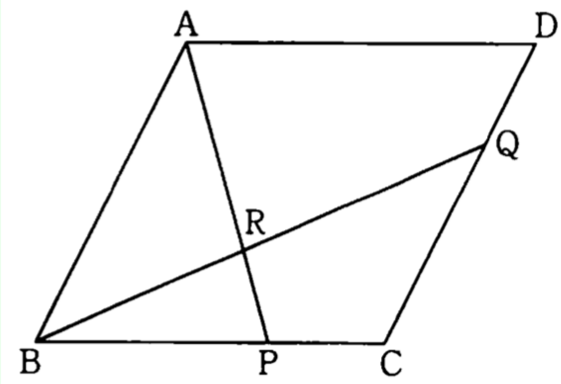
(5)　図のような正八角形がある。∠AIHの大きさを求めよ。



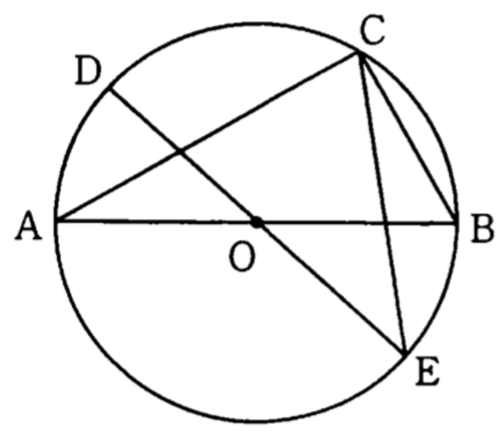
(6)　図のように，平行四辺形ＡＢＣＤにおいて，辺ＢＣを２：１の比に分ける点をＰ，辺ＣＤを２：１の比に分ける点をＱ，ＡＰとＢＱとの交点をＲとする。次の比をもっとも簡単な整数比で答えよ。

①　ＢＲ：ＲＱ

②　(△ＡＢＲの面積)：(△ＣＱＲの面積)



(7) 図のように，中心Oの円上に点A，B，C，D，Eがある。$\angle BCE = 23°$，$\angle CED = 32°$のとき，$\angle CAB$の大きさを求めよ。



２.

空の水槽にＡ管・Ｂ管・Ｃ管の３つを使って水を入れる。Ｃ管のみを使って空の水槽に水を入れると１時間30分で満水になった。

(1) はじめにＡ管のみを使って30分間水を入れた。次にＢ管のみを使って20分間水を入れたところ水の量は全体の$\frac{1}{3}$となった。その後，Ａ管とＢ管の両方を使って水を48分間入れると満水になった。Ａ管のみを使って満水にすると何分かかるか。

(2) 同じ空の水槽に，はじめにＡ管とＢ管の両方を使って，同時に水を入れ始めた。途中でＣ管も使い，Ａ管・Ｂ管・Ｃ管の３本を使って水を入れた。３本で水を入れてから30分後に満水になった。空の水槽に水を入れ始めてから満水になるまでにかかった時間は何分か。

３.

さいころを３回投げる。出た目の数字を順に a，b，c として，２次方程式 $ax^2+bx-c=0$ をつくる。

例：１回目に２，２回目に４，３回目に５が出たときの２次方程式は，$2x^2+4x-5=0$

(1) $a=1$，$b=3$，$c=4$ のとき，２次方程式を解け。

(2) 方程式が $x=1$ を解にもつ確率を求めよ。

(3) $a=1$ のとき，方程式が有理数を解にもつ確率を求めよ。

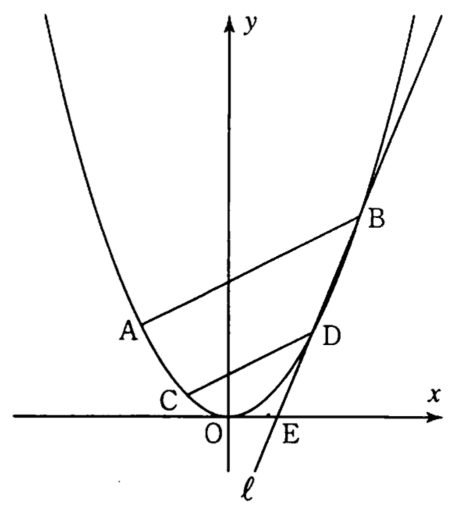
４.

図のように，放物線 $y = ax^2$ 上に２点A（－２，２），B$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$ がある。また，放物線上の点Cを通り，直線ABに平行な直線と放物線の交点を点Dとする。

⑴ a の値を求めよ。

⑵ 点Cの x 座標を－１とする。２点B，Dを通る直線を ℓ とするとき，直線 ℓ の方程式を求めよ。

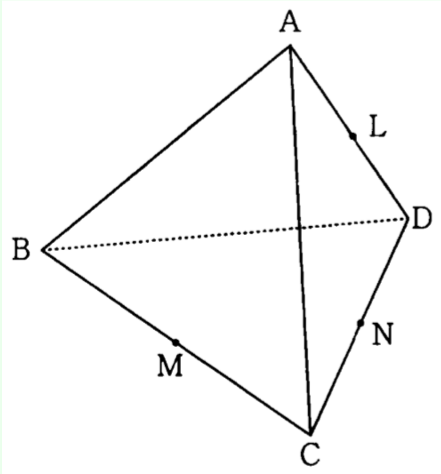
⑶ ⑵のとき，直線 ℓ と x 軸との交点をEとし，点Pを線分BE上にとる。
△ABPの面積と台形ACDBの面積が等しくなるとき，点Pの座標を求めよ。



5.

1辺の長さが４cmである正四面体ＡＢＣＤにおいて，辺AD，BC，CDの中点をそれぞれL，M，Nとする。次の問いに答えよ。

⑴ 正三角形BCDの面積を求めよ。
⑵ 正四面体ＡＢＣＤの体積を求めよ。
⑶ ３点L，M，Nを通る面で切断したとき，辺ACを含む立体の表面積を求めよ。



高校入試過去問(名古屋高校) (R1)年数学

= H31

１００点満点（50）分

１.

(1) $\left(-\frac{1}{3}x^2y\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}x^2y^3\right) \times \left(-\frac{4y}{x}\right)^2$ を計算せよ。

$$= -\frac{x^6y^3}{27} \times \frac{3}{2x^2y^3} \times \frac{16y^2}{x^2}$$

$$= -\frac{16}{9}x^2y^2$$

---

(2) 連立方程式 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{6}y = \sqrt{3} & \cdots ① \\ \sqrt{6}x - \sqrt{2}y = 2 & \cdots ② \end{cases}$ を解け。

① + ②×$\sqrt{3}$

$$\begin{array}{rrcl} & \sqrt{2}x + \sqrt{6}y &=& \sqrt{3} \\ +) & 3\sqrt{2}x - \sqrt{6}y &=& 2\sqrt{3} \\ \hline & 4\sqrt{2}x &=& 3\sqrt{3} \end{array}$$

$$x = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{8}$$

$x = \frac{3\sqrt{6}}{8}$ を ①に代入

$$\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{6}}{8} + \sqrt{6}y = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{6}y = \sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\sqrt{6}y = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{4\sqrt{6}\times\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{2}}{4\times6} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$(x, y) = \left(\frac{3\sqrt{6}}{8}, \frac{\sqrt{2}}{8}\right)$$

---

(3) $(3a+2b)^2-(2a-b)^2$ を因数分解せよ。

$$= \{(3a+2b)+(2a-b)\} \times \{(3a+2b)-(2a-b)\}$$

$$= (5a+b)(a+3b)$$

$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

の利用

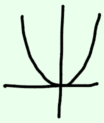
(4) 2つの関数 $y=2x+a$, $y=bx^2$ で x の変域を $-4 \leqq x \leqq 2$ とすると，y の変域がともに $0 \leqq y \leqq c$ となる。a, b, c の値を求めよ。

① $y=2x+a$ で $-4 \leqq x \leqq 2$ における y の変域

右上がりのグラフなので $x=-4$ のとき最小値 $-8+a$
$x=2$ のとき最大値 $4+a$ をとる。

$-8+a \leqq y \leqq 4+a$ …①

② $y=bx^2$ は，y の変域が $0 \leqq y \leqq c$ で「正」なので

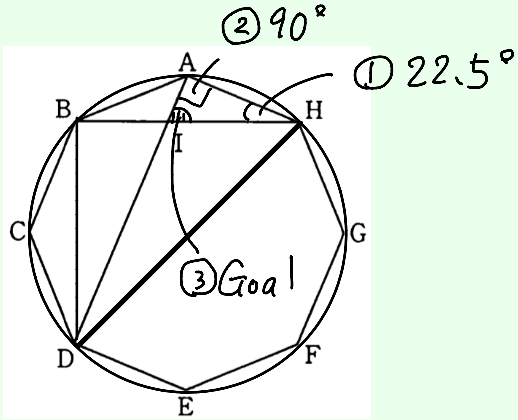
下に凹のグラフ  になる。よって $x=0$ のとき最小値 0
$x=-4$ のとき最大値 $16b$ をとる。

$\underset{}{0 \leqq y \leqq \underset{c}{\underset{\shortparallel}{16b}}}$ …②

①, ②より $-8+a=0 \rightarrow a=8$
$16b=12 \rightarrow b=\dfrac{3}{4}$, $c=12$ //

---

(5) 図のような正八角形がある。∠AIHの大きさを求めよ。



① 正八角形の外接円をかくと，
$\overset{\frown}{AB}$ の中心角が $360° \div 8 = 45°$ なので
円周角 $\angle BHA = 22.5°$

② DH（直径）を含む △DAH
は $\angle DAH = 90°$ の直角三角形。

③ △AIH の内角の和は $180°$ より
$\angle AIH = 180° - 90° - 22.5°$
$= 67.5°$ //

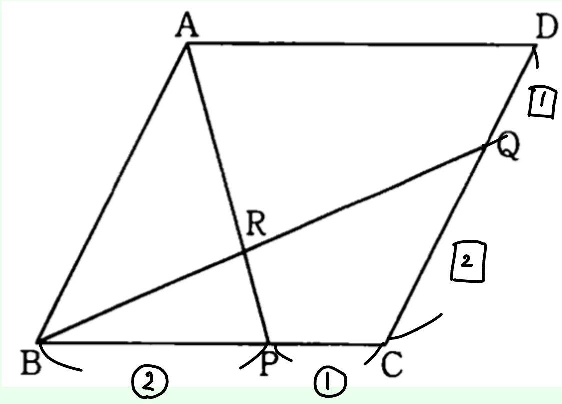
Point

円を用いないと，
求められない角度が
あることを知ろう！

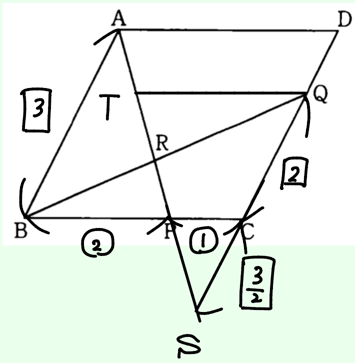
(6) 図のように，平行四辺形ABCDにおいて，辺BCを 2：1 の比に分ける点をP，辺CDを 2：1 の比に分ける点をQ，APとBQとの交点をRとする。次の比をもっとも簡単な整数比で答えよ。

① BR：RQ

② (△ABRの面積)：(△CQRの面積)



①



APとCDの延長線の交点をS

Qを通りBCと平行な直線との交点をTとする。

・$\triangle ABP \backsim \triangle SCP$ は $BP : PC = 2 : 1$ より

$AB : SC = 2 : 1 = \boxed{3} : \boxed{\frac{3}{2}}$ となる。

・$\triangle STQ \backsim \triangle SPC$ は $SQ : SC = \frac{7}{2} : \frac{3}{2}$

$= 7 : 3$

$\therefore TQ : PC = 7 : 3 = TQ : 1$

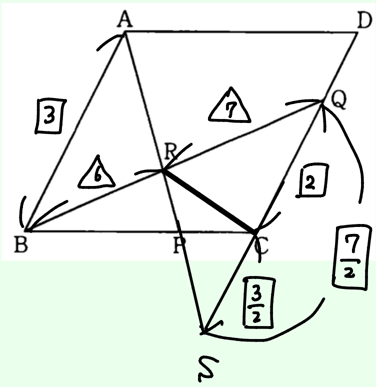
$TQ = \frac{7}{3}$

以上より $\triangle TQR \backsim \triangle PBR$ において

$TQ : PB = \frac{7}{3} : 2 = 7 : 6$

$\therefore BR : RQ = 6 : 7$

② $\triangle ABR : \triangle CQR = ?$



①より $\triangle ABR : \triangle SQR = 3^2 : \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$= 9 : \frac{49}{4} = 36 : 49$

$\triangle RSC : \triangle RCQ = \frac{3}{2} : 2$

$= 3 : 4$

$\triangle CQR = \triangle SQR \times \frac{4}{7}$

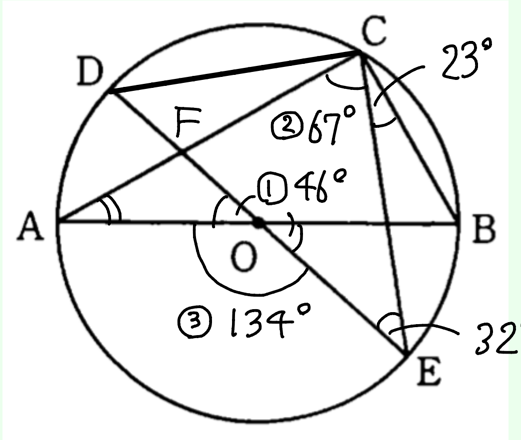
$= 49 \times \frac{4}{7}$

$= 28$

$\therefore \triangle ABR : \triangle CQR = 36 : 28$

$= 9 : 7$

(7) 図のように，中心Oの円上に点A，B，C，D，Eがある。∠BCE=23°，∠CED=32°のとき，∠CABの大きさを求めよ。



① 46°

$\angle EOB = 2\times\angle BCE$

$= 2\times 23° = 46°$

- $\overset{\frown}{BE}$の中心角
- $\angle FOA = \angle EOB$

  $= 46°$（対頂角）

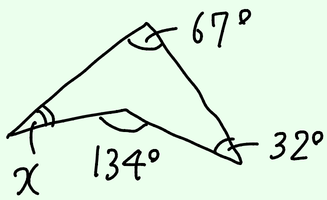
② 67° ［直径ABを通る△ABCは直角三角形］

③ 134° ［直線 180° − ①46° = 134°］

④ $x + 67° + 32° = 134°$

$x = 35°$ //

ブーメラン



Point

- 円周角・中心角の確認！
- 直角三角形の発見！

2.

空の水槽にＡ管・Ｂ管・Ｃ管の３つを使って水を入れる。Ｃ管のみを使って空の水槽に水を入れると１時間30分で満水になった。 ⓪

(1)　はじめにＡ管のみを使って30分間水を入れた。① 次にＢ管のみを使って20分間水を入れたところ水の量は全体の$\frac{1}{3}$となった。② その後，Ａ管とＢ管の両方を使って水を48分間入れると満水になった。③ Ａ管のみを使って満水にすると何分かかるか。

(2)　同じ空の水槽に，はじめにＡ管とＢ管の両方を使って，同時に水を入れ始めた。途中でＣ管も使い，Ａ管・Ｂ管・Ｃ管の３本を使って水を入れた。３本で水を入れてから30分後に満水になった。空の水槽に水を入れ始めてから満水になるまでにかかった時間は何分か。

A管，B管，C管 それぞれ毎分 a，b，c とする。

(1) ① $30a$

② 全体の量は，$(30a+20b)\times 3 = 90a+60b$

③ 残り$\frac{2}{3}$は，$48a+48b$ なので $48a+48b=(90a+60b)\times\frac{2}{3}$

まとめて，$b=\frac{3}{2}a$

全体の量は $90a+60\times\frac{3}{2}a = 180a$　∴ 180分かかる

(2) (1)より aのみで180分，bのみで120分，cのみで90分 (⓪より) で満水になる。

⓪ A, Bのみで入れた時間を t分とする。

$$\begin{cases} (a+b)t+(a+b+c)\times 30 = 180a \\ b=\frac{3}{2}a \\ c=2a \end{cases}$$

代入して $(a+\frac{3}{2}a)t+(a+\frac{3}{2}a+2a)\times 30 = 180a$

$\frac{5}{2}at+\frac{9}{2}a\times 30 = 180a$

$5t = 90$

$t = 18$

∴ $18+30 = 48$分

3.

さいころを３回投げる。出た目の数字を順に a, b, c として，２次方程式 $ax^2+bx-c=0$ をつくる。

例：１回目に２，２回目に４，３回目に５が出たときの２次方程式は，$2x^2+4x-5=0$

(1) $a=1$，$b=3$，$c=4$ のとき，２次方程式を解け。

(2) 方程式が $x=1$ を解にもつ確率を求めよ。

(3) $a=1$ のとき，方程式が有理数を解にもつ確率を求めよ。

(1) $x^2+3x-4=0$ $(x+4)(x-1)=0$ $x=1, -4$ //

(2) $x=1$ を解にもつので $a(x-1)(x+k)=0$ と表せる。

$ax^2+bx-c=0$ に合わせるために $+k$ とした。 $(k>0)$

$a(x^2+(k-1)x-k)=0$

$ax^2+a(k-1)x-ak=0$

(i) $a=1$ のとき $x^2+(k-1)x-k=0 \longrightarrow b=k-1$, $c=k$

$k=2, 3, 4, 5, 6$ の 5通り　　　の 5通り

(ii) $a=2$ のとき $2x^2+2(k-1)x-2k=0 \longrightarrow b=2k-2$

$c=2k$

$k=\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3$ の 4通り

(iii) $a=3$ のとき $3x^2+3(k-1)x-3k=0 \longrightarrow b=3k-3$

$c=3k$

$k=\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2$ の 3通り

(iv) $a=4$ のとき $b=4k-4$, $c=4k$

$k=\frac{5}{4}, \frac{3}{2}$ の 2通り

(v) $a=5$ のとき $b=5k-5$, $c=5k$

$k=\frac{6}{5}$ の 1通り

以上より 15通り

さいころ 3コの出目は、$6\times6\times6=216$ 通り

$\therefore \frac{15}{216}=\frac{5}{72}$ //

(3) $a=1$ のとき，方程式が有理数を解にもつ確率を求めよ。

$ax^2+bx-c=0$ に $a=1$ を代入。

$x^2+bx-c=0$ 解 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2+4c}}{2}$ が 有理数 になるには、

(i) $b^2+4c=0$

または、

(ii) $b^2+4c=k^2$ (k: 自然数) となるとき

である。

→ (最大 $b=6$, $c=6$ より $b^2+4c=60$

$b^2+4c \leqq 60$)

① (i) $b^2+4c=0$ を満たす，さいころの目 b, c は存在しない。

② (ii) $b^2+4c=k^2$ ($k^2 \leqq 60$ より k の最大値 $=7$)

$b=1$ のとき $1+4c=k^2$

$c=\dfrac{k^2-1}{4}$ が 自然数 となるのは、

$k=3, 7$ の 2通り

$b=2$ のとき $4+4c=k^2$

$c=\dfrac{k^2-4}{4}$ $k=4$ の 1通り

$b=3$ のとき $c=\dfrac{k^2-9}{4}$ $k=5$ の 1通り

$b=4$ のとき $c=\dfrac{k^2-16}{4}$ $k=6$ の 1通り

$b=5$ のとき $c=\dfrac{k^2-25}{4}$ $k=7$ の 1通り

$b=6$ のとき $c=\dfrac{k^2-36}{4}$ k はない。

以上より $\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$ //

重要

場合分け に強くなろう！

高校だと こういう問題 が

とても多い。

4.

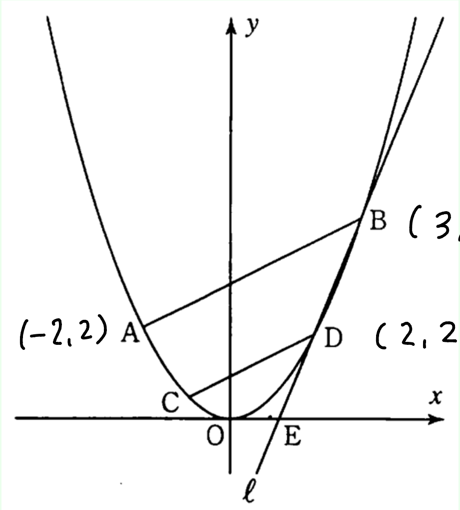
図のように，放物線 $y = ax^2$ 上に２点A（－２，２），B$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$ がある。また，放物線上の点Cを通り，直線ABに平行な直線と放物線の交点を点Dとする。

(1)　a の値を求めよ。

(2)　点Cの x 座標を－１とする。２点B，Dを通る直線を ℓ とするとき，直線 ℓ の方程式を求めよ。

(3)　(2)のとき，直線 ℓ と x 軸との交点をEとし，点Pを線分BE上にとる。
△ABPの面積と台形ACDBの面積が等しくなるとき，点Pの座標を求めよ。

$y=\frac{1}{2}x^2$　　$y=\frac{5}{2}x-3$



$(3, \frac{9}{2})$　$(-2, 2)$　$(2, 2)$

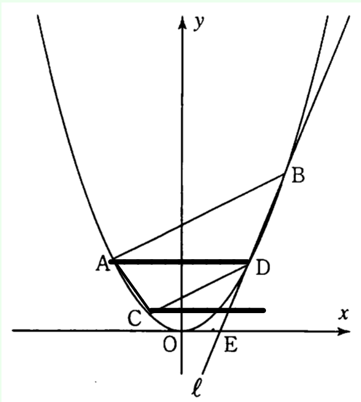
(1)　A$(-2, 2)$ を通るので
$y=ax^2$ に代入し　$2=a\times 4$　$a=\frac{1}{2}$ //

(2)　C$(-1, \frac{1}{2})$ で　CDはABの傾き $\frac{1}{2}$ より　CD：$y=\frac{1}{2}x+1$

$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=\frac{1}{2}x+1 \end{cases}$　より　D$(2, 2)$ となる。　B$(3, \frac{9}{2})$　D$(2, 2)$ より

BD：$y=\frac{5}{2}x-3$ //

(3)



Cを通りADに平行な線と，ℓ との交点をFとすると，
△ACD ＝ △AFD となる。（等積変形）

台形ACDB ＝ △ADB ＋ △ACD
＝ △ADB ＋ △AFD
＝ △AFB

Fは ℓ 上の点なので　FをPとすることができる。

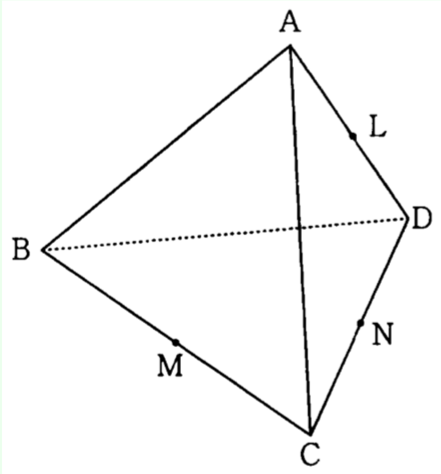
C$(-1, \frac{1}{2})$ を通るADと平行な線は，$y=\frac{1}{2}$
それと ℓ：$y=\frac{5}{2}x-3$ との交点Pの座標は，

$\frac{1}{2}=\frac{5}{2}x-3$　　$x=\frac{7}{5}$　　∴ P$\left(\frac{7}{5}, \frac{1}{2}\right)$ //

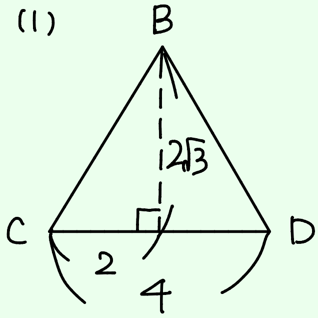
5.

1辺の長さが4cmである正四面体ABCDにおいて，辺AD，BC，CDの中点をそれぞれL，M，Nとする。次の問いに答えよ。

(1)　正三角形BCDの面積を求めよ。
(2)　正四面体ABCDの体積を求めよ。
(3)　3点L，M，Nを通る面で切断したとき，辺ACを含む立体の表面積を求めよ。

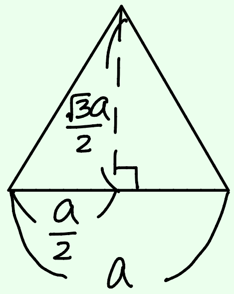


(1)



$\triangle BCD$
$= 4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$
$= 4\sqrt{3}$ (cm²)

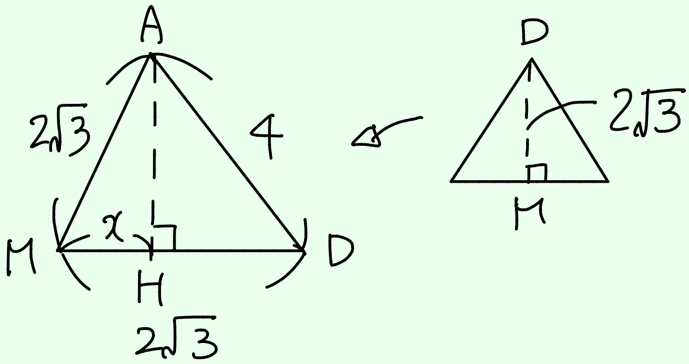
正三角形の面積



$= a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a \times \frac{1}{2}$
$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

覚えておくと早い!

(2) 正四面体の高さは，
△AMDのMDへの垂線

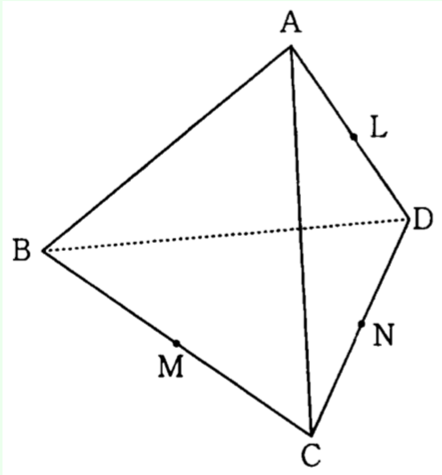


MH $= x$ とおくと HD $= 2\sqrt{3} - x$ と表される。
△AMH と △ADH で 三平方の定理 を利用し，
AHの長さが等しい式を作る。

$AM^2 - MH^2 = AD^2 - HD^2$
$12 - x^2 = 16 - (2\sqrt{3} - x)^2$
$x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$　$\therefore AH = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

$\therefore$ 体積 $= \triangle BCD \times AH \times \frac{1}{3} = 4\sqrt{3} \times \frac{4\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ (cm³)

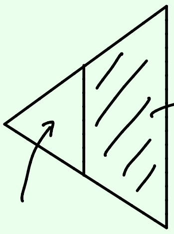
(3) 3点L，M，Nを通る面で切断したとき，辺ACを含む立体の表面積を求めよ。



・L, M, N を通る面で切断すると，ABの中点K を通る。

・四角形 KMNL は 1辺 2cm の正方形 なので $\underline{4cm^2}$

・上の正方形と



この形が 2つ

この形が 2つ

が表面積。

(1)より 正三角形 ABC = $4\sqrt{3}$ なので $4\sqrt{3}\times 2+4$

$= \underline{8\sqrt{3}+4\ (cm^2)}$ //