

(100点満点 (40)分)

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $3^3 \times 2^3 \div 18 = \boxed{1} \boxed{2}$ である。

(2) $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{2} = \boxed{3} \boxed{4}$ である。

(3) 方程式 $0.8x + 1.2 = 0.4(x - 6)$ の解は $x = \boxed{5} \boxed{6}$ である。

(4) $x = -\frac{1}{2}$, $y = 9$ のとき, $\frac{2}{5}x^3y^3 \div \left(-\frac{3}{5}x^2y^2\right) = \boxed{7}$ である。

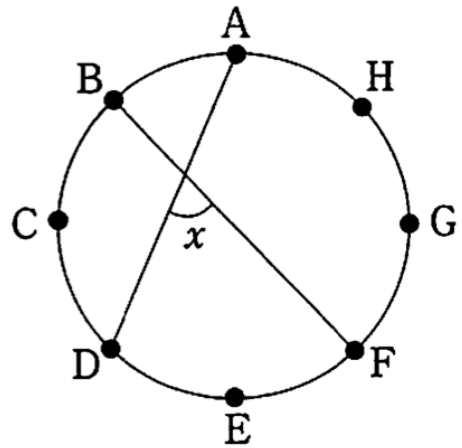
(5) $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ のとき, $x^2 - y^2 = \boxed{8} \sqrt{\boxed{9} \boxed{10}}$ である。

(6) $\sqrt{\frac{35n}{2}}$ の値が整数になるような自然数 n のうち, 最も小さいものは $n = \boxed{11} \boxed{12}$ である。

- (7) 52円切手と82円切手を合わせて26枚購入したところ、代金の合計が1652円となった。52円切手を 枚、82円切手を 枚購入したことになる。

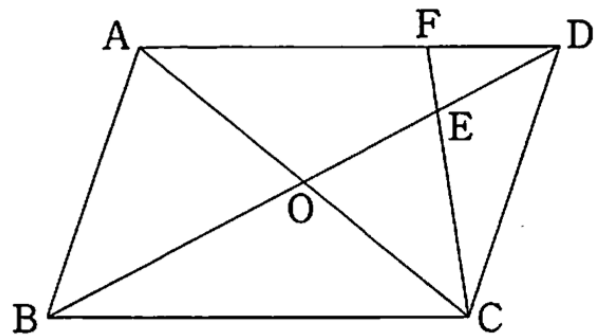
- (8) 2次方程式 $x^2 + ax - 28 = 0$ の解の1つは $x = 4$ である。
もう1つの解は、 x の1次方程式 $3x + 2a + 3b = 0$ の解である。
このとき、定数 $a =$, $b =$ である。

- (9) 右の図で、点Aから点Hまでの各点は円周を8等分している。このとき、 $\angle x = \boxed{19} \boxed{20} \boxed{21}^\circ$ である。



- (10) 下の図の平行四辺形ABCDで、 $AF : FD = 5 : 2$ である。

このとき、 $BO : OE : ED = \boxed{22} : \boxed{23} : \boxed{24}$ である。ただし、最も簡単な整数の比で表せ。



- (1) 4枚のコインを同時に1回投げる。

このとき、少なくとも1枚は表が出る確率は $\frac{\boxed{25}}{\boxed{27}} \frac{\boxed{26}}{\boxed{28}}$ である。

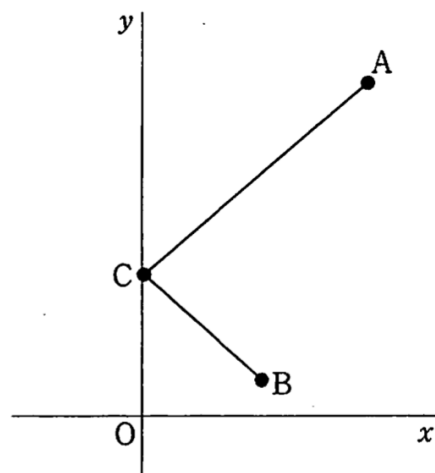
- (2) 下の表は、15人の生徒が1ヶ月に読んだ本の冊数を調べ整理したものである。

平均値が1人あたり3.6冊であったとき、 $x = \boxed{29}$ ， $y = \boxed{30}$ である。

冊数(冊)	2	3	4	5	6	7	8	合計
人数(人)	x	4	y	0	1	0	1	15

2.

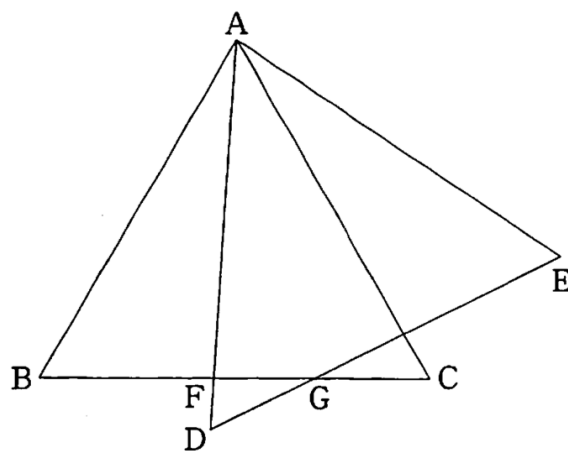
- (1) a を 5 でわったら、商が b で余りが 2 であった。 a を b を用いた式で表せ。 A
- (2) 200冊のノートをも 1 人に 3 冊ずつ x 人に配ろうとしたところ、ノートが足りなかった。この数量の関係を、不等号を用いて表せ。 B
- (3) 右の図のように、2 点 $A(4, 10)$ 、 $B(2, 1)$ があり、 y 軸上に点 C をとる。 $AC+CB$ の値が最も小さくなるような点 C の座標を求めよ。 C



3.

右の図の $\triangle ABC$ は1辺が3の正三角形で、 $\triangle ADE$ は $\triangle ABC$ を点Aを中心として回転移動させたものである。辺ADと辺BCの交点をF、辺DEと辺BCの交点をGとすると、次の各問いに答えよ。

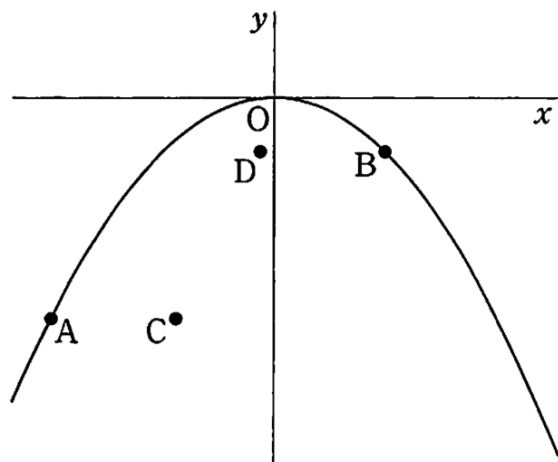
- (1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。 D
- (2) $\angle BAD = \angle DAC = \angle CAE$ が成り立つとき、3点A, B, Eを通る円の半径を求めよ。
E
- (3) $\triangle ABF$ と $\triangle GDF$ の面積の比が9 : 1のとき、BFの長さを求めよ。 F



4.

右の図のように、放物線 $y = ax^2 (a < 0)$ 上に、点 $A (-2, -2)$ 、点 $B (\frac{2}{3}, b)$ をとる。さらに $0 < t < \frac{8}{3}$ として、点 $C (-2 + t, -2)$ 、点 $D (\frac{2}{3} - t, b)$ をとる。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) b の値を求めよ。 G
- (2) 四角形 $ACBD$ の面積が $\frac{80}{27}$ のとき、直線 CD の式を求めよ。 H
- (3) 直線 AB と直線 CD が垂直に交わるとき、 t の値を求めよ。 I



(100点満点 (40)分)

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $3^3 \times 2^3 \div 18 = \boxed{1} \boxed{2}$ である。

$18 = 2 \times 3 \times 3$

$$\frac{3 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = \underline{12} //$$

(2) $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{2} = \boxed{3} \boxed{4}$ である。

$$-\frac{\cancel{8}^1}{\cancel{3}_2} \times \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{16}_4} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{4}{2} = -2 //$$

(3) 方程式 $0.8x + 1.2 = 0.4(x - 6)$ の解は $x = \boxed{5} \boxed{6}$ である。

両辺 $\times 10$

$8x + 12 = 4(x - 6)$

$8x + 12 = 4x - 24$

$4x = -36$

$x = -9 //$

(注意) 両辺 $\times 10$ じゃ

右辺を

$4(10x - 60)$

()の中も10倍(2は9'X)

(4) $x = -\frac{1}{2}$, $y = 9$ のとき, $\frac{2}{5}x^3y^3 \div \left(-\frac{3}{5}x^2y^2\right) = \boxed{7}$ である。

$$-\frac{2 \times \cancel{x}^3 \times \cancel{y}^3 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 3 \times \cancel{x}^2 \times \cancel{y}^2} = -\frac{2}{3}xy$$

$$x, y \text{ を代入すると } -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 9 = \underline{3} //$$

(5) $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ のとき, $x^2 - y^2 = \boxed{8}\sqrt{\boxed{9}\boxed{10}}$ である。

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\ &= (\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3} - (\sqrt{5} - \sqrt{3})) \\ &= 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{3} \\ &= 4 \times \sqrt{15} = 4\sqrt{15} \end{aligned}$$

Point

1, 1 きちんと代入ではなく
式を整理してから代入

(6) $\sqrt{\frac{35n}{2}}$ の値が整数になるような自然数 n のうち, 最も小さいものは $n = \boxed{11}\boxed{12}$ である。

$$\sqrt{\frac{35n}{2}} = \sqrt{\frac{5 \times 7 \times n}{2}} = \sqrt{\frac{5 \times 7 \times 5 \times 7 \times 2}{2}} = \sqrt{5^2 \times 7^2} = 5 \times 7 = 35$$

$$\begin{aligned} n &= 5 \times 7 \times 2 \text{ とすると} \\ &= 70 \end{aligned}$$

となり整数となる。

Point

n を作り数の候補は
 $\sqrt{\quad}$ の中の数の 1 つだけの数と
分母の数

- (7) 52円切手と82円切手を合わせて26枚購入したところ、代金の合計が1652円となった。52円切手を 13 14 枚、82円切手を 15 16 枚購入したことになる。

求めたいものが2つあるので 52円切手を x 枚 購入したとして
82円切手を y 枚 連立方程式で解く。

$$\begin{cases} x + y = 26 & \dots \textcircled{1} \\ 52x + 82y = 1652 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 52 - \textcircled{2}$$

$$\begin{array}{r} 52x + 52y = 1352 \\ -) 52x + 82y = 1652 \\ \hline -30y = -300 \\ y = 10 \end{array}$$

$$\textcircled{1} \text{ に } y = 10 \text{ を代入すると}$$

$$x + 10 = 26$$

$$x = 16$$

よって

52円切手 ... 16枚

82円切手 ... 10枚

購入した。

//

- (8) 2次方程式 $x^2 + ax - 28 = 0$ の解の1つは $x = 4$ である。
もう1つの解は、 x の1次方程式 $3x + 2a + 3b = 0$ の解である。
このとき、定数 $a = \text{17}$, $b = \text{18}$ である。

- ①より $x = 4$ を $x^2 + ax - 28 = 0$ に代入
すると、 $16 + 4a - 28 = 0$
 $a = 3$ 戻ると、

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$(x + 7)(x - 4) = 0$$

$$x = 4, -7$$

よって もう一つの解は -7 である。

$$3 \times (-7) + 2 \times 3 + 3b = 0$$

$$-21 + 6 + 3b = 0$$

$$3b = 15$$

$$b = 5$$

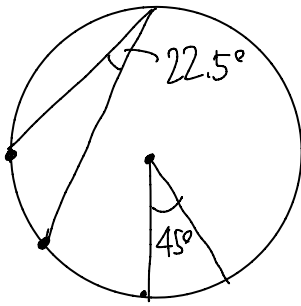
- ② において ① の $a = 3$
 $x = -7$ を代入すると
 b が求まる。

$$a = 3$$

$$b = 5$$

//

- (9) 右の図で、点Aから点Hまでの各点は円周を8等分している。
このとき、 $\angle x = \boxed{19} \boxed{20} \boxed{21}^\circ$ である。



8等分の中心角の1つは

$$360 \div 8 = 45^\circ$$

よって円周角の1つは 22.5°

- $\angle a$ は弧 2つ分なので

$$\angle a = 22.5 \times 2 = 45^\circ$$

$$\bullet \angle b = 22.5^\circ$$

$\triangle AIF$ で外角の性質より

$$\angle x = 45^\circ + 22.5^\circ$$

$$= 67.5^\circ$$

- (10) 下の図の平行四辺形ABCDで、 $AF : FD = 5 : 2$ である。

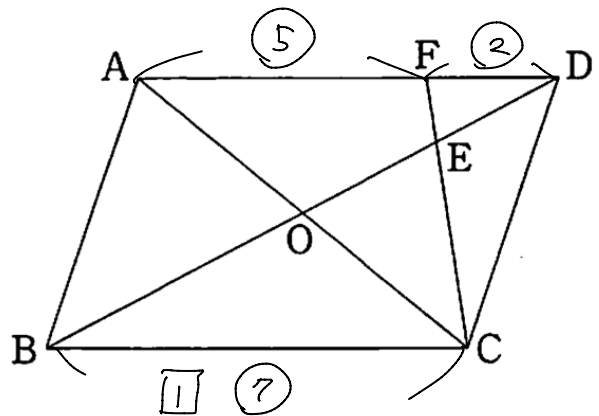
このとき、 $BO : OE : ED = \boxed{22} : \boxed{23} : \boxed{24}$ である。ただし、最も簡単な整数の比で表せ。

$BO : OE : ED$ を2通りの比で表す。

- $AF : FD = 5 : 2$ より $BC = 7$

よって

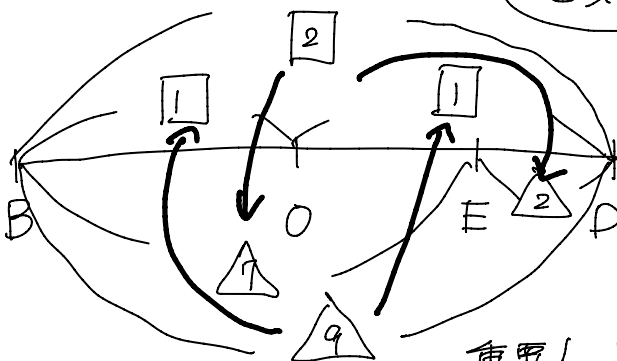
$$BO : OD = 7 : 7 = 1 : 1$$



- $FD : BC = 2 : 7$ より

$$ED : EB = 2 : 7$$

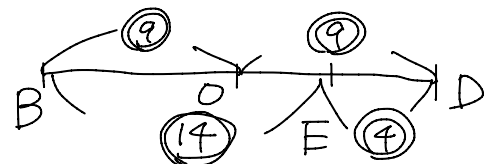
Point
長さも異なる
の2つの△、△
と変えています。



互いに
かける

比の記号を

重要! ◎に統一



と作り

$$BO : OE : ED$$

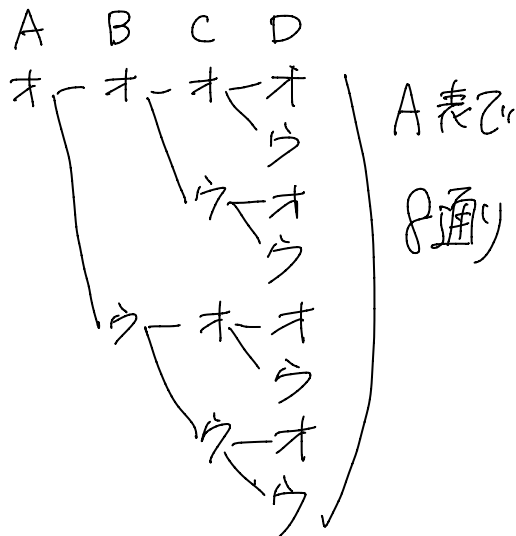
$$= 9 : 5 : 4$$

と作る。

① 4枚のコインを同時に1回投げる。

このとき、少なくとも1枚は表が出る確率は $\frac{25}{27} \frac{26}{28}$ である。

コインを A, B, C, D と区別する。



A裏も 8通り
合わせると 16通り

少なくとも1枚表なのは
全部裏の1通り以外なので

15通り

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 2 \\ \hline 30 \end{array}$$

Point
樹形図と樹形図の
違いを書かなくても解ける。

② 下の表は、15人の生徒が1ヶ月に読んだ本の冊数を調べ整理したものである。

平均値が1人あたり3.6冊であったとき、 $x = 29$ 、 $y = 30$ である。

冊数(冊)	2	3	4	5	6	7	8	合計
人数(人)	x	4	y	0	1	0	1	15

① 人数の合計 = 15人

② 1人平均 = 3.6冊

$$\begin{cases} x + 4 + y + 0 + 1 + 0 + 1 = 15 & \dots ① \\ \frac{2x + 12 + 4y + 6 + 8}{15} = 3.6 & \dots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 2x + 4y = 28 \rightarrow \div 2 \\ x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 18 \\ -) x + 2y = 14 \\ \hline x = 4 \\ y = 5 \end{array}$$

$$(x, y) = (4, 5)$$

2.

(1) a を 5 でわったら、商が b で余りが 2 であった。 a を b を用いた式で表せ。 **A**

(2) 200冊のノートをも 1 人に 3 冊ずつ x 人に配ろうとしたところ、ノートが足りなかった。この数量の関係を、不等号を用いて表せ。 **B**

$$(1) \quad \begin{array}{r} b \cdots 2 \\ 5 \overline{) a} \end{array}$$

$$a = 5 \times b + 2$$

$$\underline{a = 5b + 2} \quad \#$$

例

$$\begin{array}{r} 1 \cdots 2 \\ 5 \overline{) 7} \end{array}$$

$$7 = 5 \times 1 + 2$$

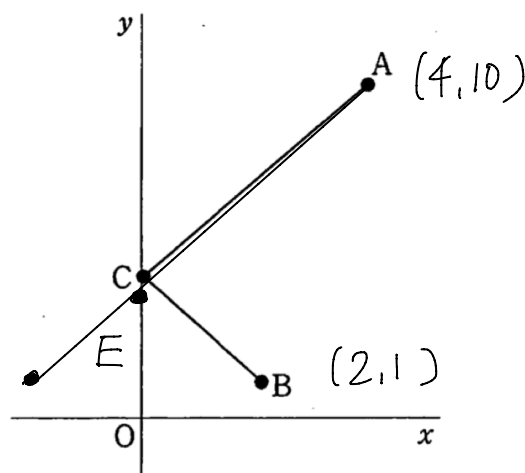
(2)

$$\underline{200 < 3x} \quad \#$$

(3) 右の図のように、2 点 $A(4, 10)$ 、 $B(2, 1)$ があり、 y 軸上に点 C をとる。 $AC + CB$ の値が最も小さくなるような点 C の座標を求めよ。 **C**

D を B の y 軸対称の点
とすると、

$D(-2, 1)$



$$AC + CB$$

$$= AC + CD \quad \text{と考えることが}\br/> \text{できる。}$$

AD と y 軸の交点
が C である。

$$(-2, 1) \quad (4, 10)$$

$$\text{傾き} = \frac{10 - 1}{4 - (-2)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$(4, 10)$ を通る a で

$$10 = \frac{3}{2} \times 4 + b$$

$$b = 4$$

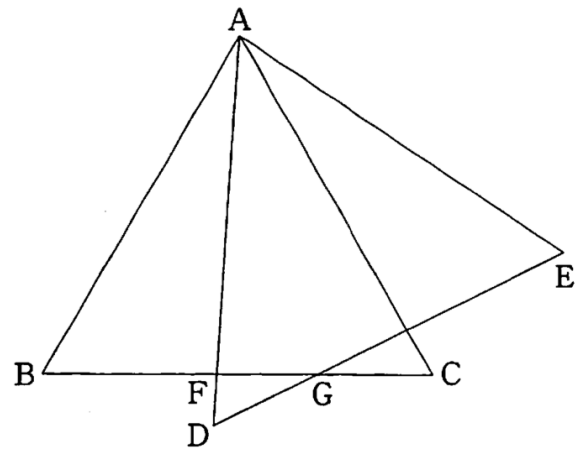
$$y = \frac{3}{2}x + 4$$

C は切片なので

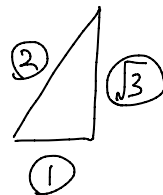
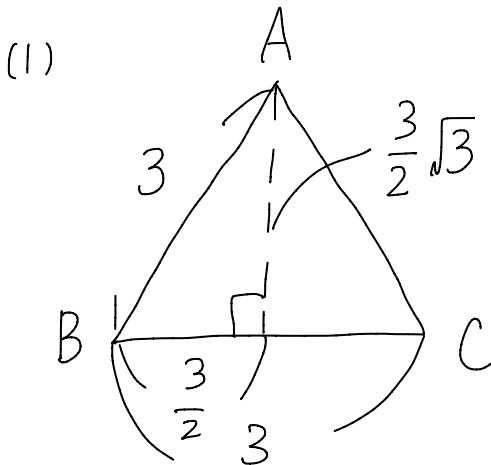
$$\underline{C(0, 4)} \quad \#$$

3.

右の図の $\triangle ABC$ は1辺が3の正三角形で、 $\triangle ADE$ は $\triangle ABC$ を点Aを中心として回転移動させたものである。辺ADと辺BCの交点をF、辺DEと辺BCの交点をGとすると、次の各問いに答えよ。



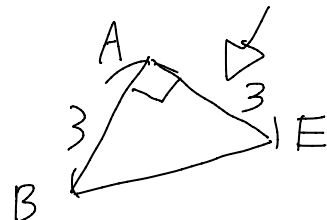
- (1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。 **[D]**
 (2) $\angle BAD = \angle DAC = \angle CAE$ が成り立つとき、3点A, B, Eを通る円の半径を求めよ。 **[E]**
 (3) $\triangle ABF$ と $\triangle GDF$ の面積の比が9:1のとき、BFの長さを求めよ。 **[F]**



1:2: $\sqrt{3}$ の直角三角形
 なので左のような長さとなる。

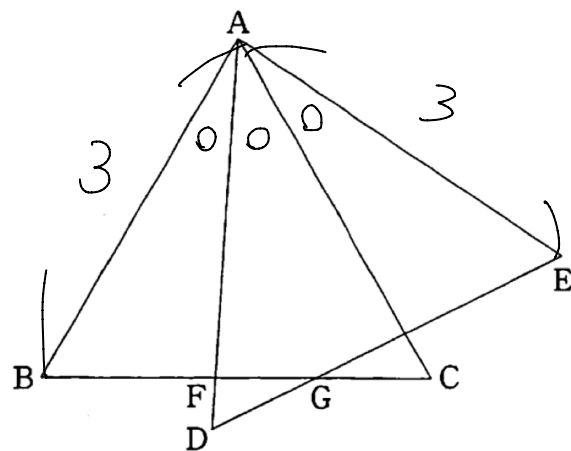
$$\triangle ABC = 3 \times \frac{3}{2}\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}\sqrt{3}$$

- (2) $\triangle ABC$ は正三角形なので
 $\angle BAC = 60^\circ$ となり
 $\angle BAE = 90^\circ$ となる



A, B, Eを通る円は
 BEを直径とする円である。

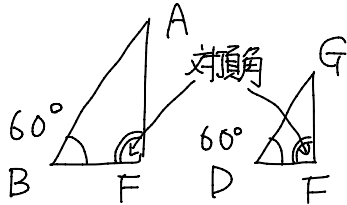
$AB = AE = 3$ の直角二等辺
 三角形なので $BE = 3\sqrt{2}$



半径は $\frac{1}{2}BE$
 $= \frac{3\sqrt{2}}{2}$

(3) $\triangle ABF$ と $\triangle GDF$ の面積の比が9:1のとき、BFの長さを求めよ。 F

- $\triangle ABF$ と $\triangle GDF$ において



図より

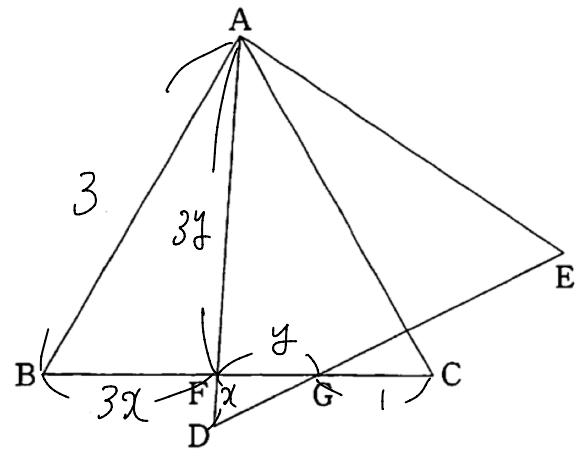
$\triangle ABF \sim \triangle GDF$

- 相似な図形

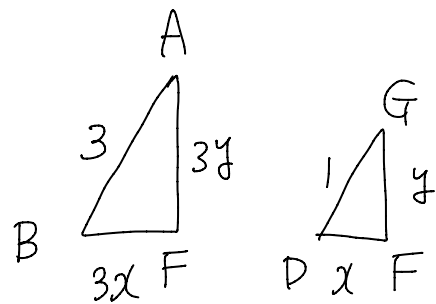
面積比 = 相似比の2乗

$$\triangle ABF : \triangle GDF \\ = 9 : 1 = 3^2 : 1^2$$

よって $\triangle ABF$ と $\triangle GDF$
の相似比は 3:1



- BFの長さを求めるので
 $DF = x$ とすると
下図のように文字でおく。



(相似比 3:1 で $AB=3$
「よって」 $GD=1$ とする。)

- $AD = AF + FD$
 $= 3y + x = 3$

- $BC = BF + FG + GC$
 $= 3x + y + 1 = 3$

$$\begin{cases} 3y + x = 3 \\ 3x + y + 1 = 3 \end{cases}$$

これを解くと

$$(x, y) = \left(\frac{3}{8}, \frac{9}{8}\right)$$

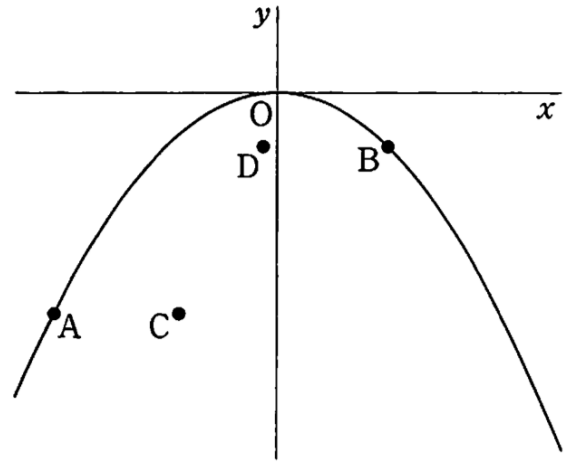
よって

$$\begin{aligned} BF &= 3x \\ &= \frac{3}{8} \times 3 = \frac{9}{8} \end{aligned}$$

#

4.

右の図のように、放物線 $y = ax^2 (a < 0)$ 上に、点A $(-2, -2)$ 、点B $(\frac{2}{3}, b)$ をとる。さらに $0 < t < \frac{8}{3}$ として、点C $(-2+t, -2)$ 、点D $(\frac{2}{3}-t, b)$ をとる。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) b の値を求めよ。 G
 (2) 四角形ACBDの面積が $\frac{80}{27}$ のとき、直線CDの式を求めよ。 H
 (3) 直線ABと直線CDが垂直に交わる時、 t の値を求めよ。 I

(1)

$$y = ax^2 \text{ は } A(-2, -2) \text{ を通るから代入。}$$

$$-2 = a(-2)^2, a = -\frac{1}{2} \quad y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$b \text{ を求めるのに } B(\frac{2}{3}, b) \text{ を代入。}$$

$$y = -\frac{1}{2} \times (\frac{2}{3})^2 = -\frac{2}{9} \quad b = -\frac{2}{9}$$

$$\frac{16}{9} t = \frac{80}{27}, t = \frac{5}{3}$$

$$C(-\frac{1}{3}, -2)$$

$$D(-1, -\frac{2}{9})$$

CD を通る直線を

$$y = ax + b \text{ として 2点}$$

C, D を代入する。

$$\begin{cases} -2 = -\frac{1}{3}a + b \\ -\frac{2}{9} = -a + b \end{cases}$$

これを解くと

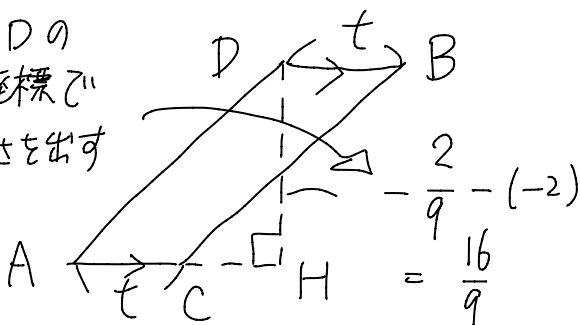
$$(a, b) = (-\frac{8}{3}, -\frac{26}{9})$$

$$\therefore y = -\frac{8}{3}x - \frac{26}{9}$$

(2) A, B, C, D の座標より

□ ABCD は平行四辺形

C, D の
y座標で
高さを出す

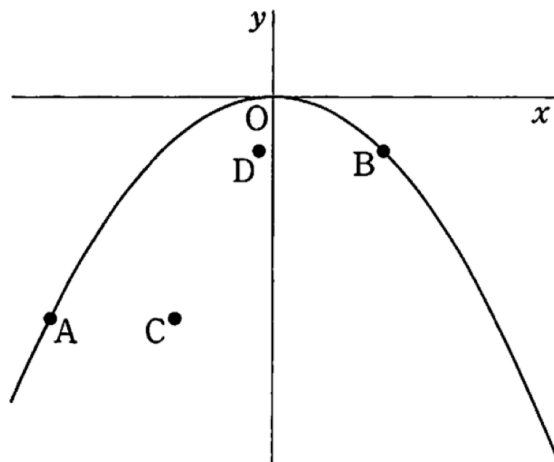


(1組の辺が等しく平行な四角形)

$$\begin{aligned} \square ABCD &= AC \times DH \\ &= t \times \frac{16}{9} = \frac{80}{27} \end{aligned}$$

4.

(3) 直線ABと直線CDが垂直に交わる時、 t の値を求めよ。□

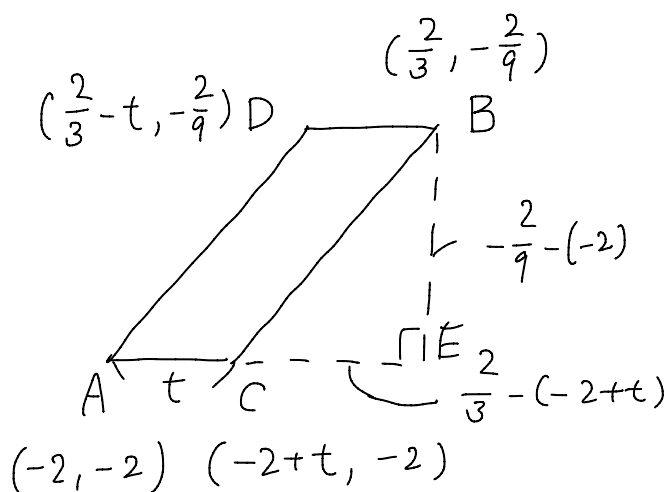


- AB, CDは□ABCDの対角線であり垂直に交わる。

つまり □ABCD = ひし形

- ひし形の定義は
4つの辺が等しい四角形

- $AC = BC$ で t を求める。



$AC^2 = BC^2$ で立式。

$$AC^2 = t^2$$

$$\begin{aligned} BC^2 &= CE^2 + BE^2 \\ &= \left\{ \frac{2}{3} - (-2+t) \right\}^2 \\ &\quad + \left\{ -\frac{2}{9} - (-2) \right\}^2 \end{aligned}$$

$$t^2 = \frac{64}{9} - \frac{16}{3}t + t^2 + \frac{256}{81}$$

これを解く

$$t = \frac{52}{27}$$

〃