

(100 点満点 (40) 分)

1. 次の問いに答えなさい。

$$(1) \frac{11}{13} + \frac{4}{7} \times \left\{ \frac{10}{3} - \left(\frac{5}{2} \right)^2 \right\} = -\frac{\boxed{1} \boxed{2}}{\boxed{3} \boxed{4}} \text{である。}$$

$$(2) \frac{x+2y}{3} - \frac{3x-y}{5} = -\frac{\boxed{5}x + \boxed{6} \boxed{7}y}{\boxed{8} \boxed{9}} \text{である。}$$

$$(3) \text{ 方程式 } x+3a=3x-5 \text{ の解が, } x=-2a \text{ のとき, } a=-\frac{\boxed{10}}{\boxed{11}} \text{ である。}$$

$$(4) (\sqrt{3}+\sqrt{7}-2)(\sqrt{3}-\sqrt{7}-2) = -\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}} \text{ である。}$$

$$(5) xy-3x-2y+6 \text{ を因数分解すると, } (x-\boxed{14})(y-\boxed{15}) \text{ である。}$$

(6) 2次方程式 $2(x+1)^2=2x+5$ を解くと、 $x=\frac{-\boxed{16}\pm\sqrt{\boxed{17}}}{\boxed{18}}$ である。

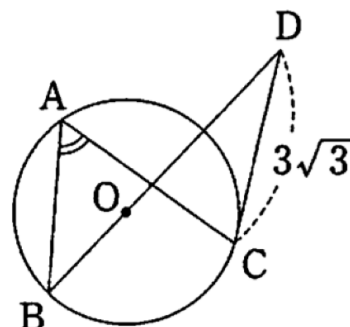
(7) 1 から 6 までの整数が 1 つずつ書かれた 6 枚の赤色のカードと、1 から 4 までの整数が 1 つずつ書かれた 4 枚の青色のカードがある。赤色と青色のカードをそれぞれ 1 枚ずつ引くとき、カードの数の和が 8 になる確率は $\frac{\boxed{19}}{\boxed{20}}$ である。

(8) 下の表は、とあるクラスの生徒の小テストの点数と人数をまとめたものである。このクラスの平均点は 4.0 点であった。そのとき 6 点の生徒の人数は $\boxed{21}$ 人で、中央値は $\boxed{22}$ 点である。

点数	人数
0	0
1	3
2	5
3	0
4	2
5	3
6	x

- (9) 右の図のように、中心を O とする半径 3 の円周上に 3 点 A, B, C がある。点 D は点 C における円 O の接線と直線 BO との交点である。

$CD = 3\sqrt{3}$ であるとき、 $\angle BAC = \boxed{23} \boxed{24}^\circ$ である。

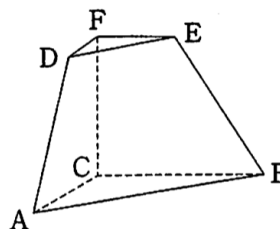


- (10) 右の図の立体は、 $\triangle ABC$ を底面とする三角錐を底面に平行な平面で切ってきた立体である。

$\triangle ABC$ は $\angle ACB = 90^\circ$ の直角三角形であり、

$AC \perp FC$, $BC \perp FC$, $AC = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $CF = 6\text{cm}$, $DF = 4\text{cm}$

であるとき、この立体の体積は $\boxed{25} \boxed{26} \boxed{27} \text{cm}^3$ である。



2.

中にクッキーを入れて1回たたくと、中のクッキーの枚数が倍になる性質を持つ袋がある。

最初にこの袋の中にクッキーを2枚入れて、以下のような操作をする。

ア) 4分間隔で袋をたたく。

イ) 袋を1回たたくたびに、その3分後に必ず袋の中から1枚だけクッキーを取り出す。

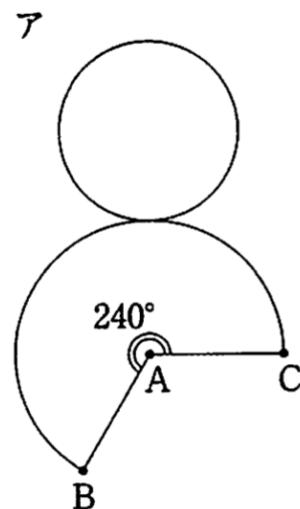
次の□に当てはまる適切な数を選び、マークせよ。

- (1) 少し時間が経ってから袋の中のクッキーの枚数を数えたら17枚になっていた。クッキーの枚数を数えたのは、最初に袋をたたいてから□28□□29□分後から□30□□31□分後までの間である。
- (2) 最初に袋をたたいてから30分後袋の中にはクッキーが□32□□33□□34□枚ある。

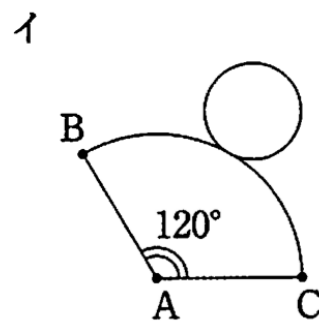
3.

右のア、イのおうぎ形は、同じ半径である。このおうぎ形の線分 AB と AC をそれぞれ重ねて円錐をつくる。次の問いに答えよ。

- (1) アでできる円錐の底面積は、イでできる円錐の底面積の何倍か答えよ。



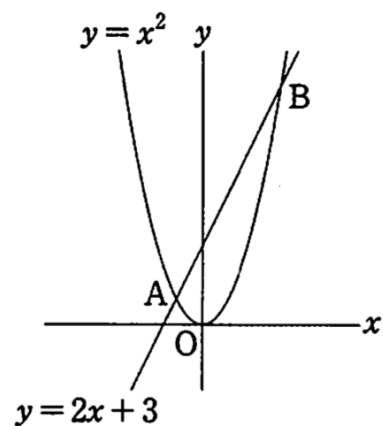
- (2) アでできる円錐の体積は、イでできる円錐の体積の何倍か答えよ。



4.

右の図のように、放物線 $y=x^2$ と直線 $y=2x+3$ との交点を A, B とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- (2) 放物線上に、 $\triangle PAB$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の 3 倍となるような点 P をとるとき、点 P の座標をすべて求めよ。



(100点満点 (40)分)

1. 次の問いに答えなさい。

$$(1) \frac{11}{13} + \frac{4}{7} \times \left\{ \frac{10}{3} - \left(\frac{5}{2} \right)^2 \right\} = -\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}} - \frac{\boxed{2}}{\boxed{4}} \text{である。}$$

$$\frac{10}{3} - \frac{25}{4} = \frac{40}{12} - \frac{75}{12} = -\frac{35}{12}$$

$$= \frac{11}{13} + \frac{4}{7} \times \left\{ \frac{10}{3} - \frac{25}{4} \right\} = \frac{11}{13} + \frac{4}{7} \times \left(-\frac{35}{12} \right)$$

$$= \frac{11}{13} - \frac{5}{3} = \frac{33}{39} - \frac{65}{39} = -\frac{32}{39} //$$

$$(2) \frac{x+2y}{3} - \frac{3x-y}{5} = -\frac{\boxed{5}}{\boxed{8}}x + \frac{\boxed{6}}{\boxed{9}}y \text{である。}$$

$$= \frac{5(x+2y)}{15} - \frac{3(3x-y)}{15} = \frac{-4x+13y}{15}$$

$$= \frac{5x+10y-9x+3y}{15} //$$

$$(3) \text{ 方程式 } x+3a=3x-5 \text{ の解が, } x=-2a \text{ のとき, } a=-\frac{\boxed{10}}{\boxed{11}} \text{ である。}$$

↖ 代入する。

$$-2a+3a=3 \times (-2a)-5$$

$$a=-6a-5$$

$$7a=-5 \quad a=-\frac{5}{7} //$$

$$(4) (\sqrt{3}+\sqrt{7}-2)(\sqrt{3}-\sqrt{7}-2) = -\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}} \text{ である。}$$

$$= ((\sqrt{3}-2)+\sqrt{7})((\sqrt{3}-2)-\sqrt{7})$$

$$\sqrt{3}-2=M \text{ とおくと}$$

$$(M+\sqrt{7})(M-\sqrt{7})$$

$$= M^2 - (\sqrt{7})^2 = M^2 - 7$$

$$M = \sqrt{3}-2 \text{ を戻ると}$$

$$(\sqrt{3}-2)^2 - 7$$

$$= 3 - 4\sqrt{3} + 4 - 7 = -4\sqrt{3} //$$

$$(5) xy-3x-2y+6 \text{ を因数分解すると, } (x-\boxed{14})(y-\boxed{15}) \text{ である。}$$

$$(x-a)(y-b) \text{ として展開すると}$$

$$= xy - bx - ay + ab$$

係数比較すると,

$$-b = -3 \quad b = 3$$

$$-a = -2 \quad a = 2$$

$$\therefore (x-2)(x-3) //$$

(6) 2次方程式 $2(x+1)^2 = 2x+5$ を解くと、 $x = \frac{-16 \pm \sqrt{17}}{18}$ である。

$$\begin{aligned} 2(x^2 + 2x + 1) &= 2x + 5 \\ 2x^2 + 4x - 2x + 2 - 5 &= 0 \\ 2x^2 + 2x - 3 &= 0 \end{aligned}$$

解の公式

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{7}}{4} \\ &= \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2} \end{aligned}$$

(7) 1から6までの整数が1つずつ書かれた6枚の赤色のカードと、1から4までの整数が1つずつ書かれた4枚の青色のカードがある。赤色と青色のカードをそれぞれ1枚ずつ引くとき、カードの数の和が8になる確率は $\frac{19}{20}$ である。

赤 \ 青	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8
5	6	7	8	9
6	7	8	9	10

赤・青、
それぞれの和

$$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

② 24通りに
なる計算の
「6×4」↓
表や樹形図
を書く必要で
多づくように思
ったら計算でも
よいです。

(8) 下の表は、とあるクラスの生徒の小テストの点数と人数をまとめたものである。このクラスの平均点は4.0点であった。そのとき6点の生徒の人数は $\frac{21}{2}$ 人で、中央値は $\frac{22}{2}$ 点である。

$$\text{平均点 } 4.0 = \frac{1 \times 3 + 2 \times 5 + 4 \times 2 + 5 \times 3 + 6 \times x}{3 + 5 + 2 + 3 + x}$$

$$4.0 = \frac{3 + 10 + 8 + 15 + 6x}{13 + x}$$

$$\begin{aligned} 4(13 + x) &= 36 + 6x \\ 52 + 4x &= 36 + 6x \\ 16 &= 2x \\ x &= 8 \end{aligned}$$

よって 8人
合計 21人なので
真ん中の人 $\frac{21}{2} = 10.5$
を四捨五入して 11人目 ということは 5点の人

点数	人数
0	0
1	3
2	5
3	0
4	2
5	3
6	x

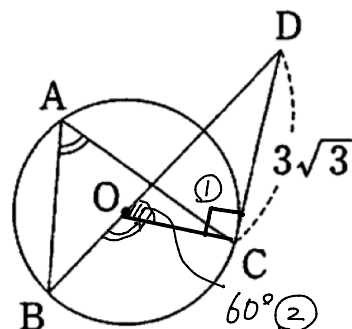
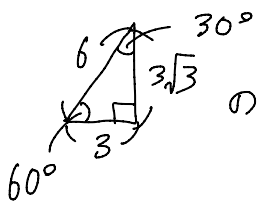
- (9) 右の図のように、中心をOとする半径3の円周上に3点A, B, Cがある。点Dは点Cにおける円Oの接線と直線BOとの交点である。

CD=3√3であるとき、 $\angle BAC = \boxed{23} \boxed{24}^\circ$ である。

- CDは円Oの接線なので $\angle OCD = 90^\circ$

- OCは半径なので3
すると $\triangle OCD$ は

直角三角形となる。



- このことから $\angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

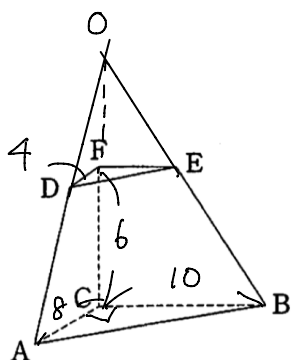
これは $\widehat{BC}$ の中心角なので、その円周角 $\angle BAC = 120 \div 2 = 60^\circ$

- (10) 右の図の立体は、 $\triangle ABC$ を底面とする三角錐を底面に平行な平面で切ってきた立体である。

$\triangle ABC$ は $\angle ACB = 90^\circ$ の直角三角形であり、

$AC \perp FC$, $BC \perp FC$, $AC = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $CF = 6\text{cm}$, $DF = 4\text{cm}$

であるとき、この立体の体積は $\boxed{25} \boxed{26} \boxed{27} \text{cm}^3$ である。



$\triangle OAC \sim \triangle ODF$ である

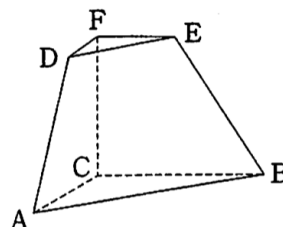
$AC = DF$ が対応する

辺なので $8:4$

$$= 2 = 1$$

よって $OC:OF = 2:1$ となる

$$OF = 6 \text{ cm}$$



$$O-ABC = 8 \times 10 \times \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 160 \text{ cm}^3$$

$$O-DEF : O-ABC = 1^3 : 2^3 = 1 : 8 \text{ より}$$

$$O-DEF = 160 \div 8 = 20 \text{ cm}^3$$

$$\text{以上より } 160 - 20 = 140 \text{ cm}^3$$

2.

中にクッキーを入れて1回たたくと、中のクッキーの枚数が倍になる性質を持つ袋がある。

最初にこの袋の中にクッキーを2枚入れて、以下のような操作をする。

ア) 4分間隔で袋をたたく。

イ) 袋を1回たたくたびに、その3分後に必ず袋の中から1枚だけクッキーを取り出す。

次の□に当てはまる適切な数を選び、マークせよ。

- (1) 少し時間が経ってから袋の中のクッキーの枚数を数えたら17枚になっていた。クッキーの枚数を数えたのは、最初に袋をたたいてから 28 29 分後から 30 31 分後までの間である。

- (2) 最初に袋をたたいてから30分後袋の中にはクッキーが 32 33 34 枚ある。
2枚が倍なので4枚

最初にたたいた時間を0分として表を作る。

0分のときは1回たたくので $2枚 \times 2 = 4枚$ 。

(1)

たたいた回数	1	2	3	4	5				
×分後	0	3	4	7	8	11	12	15	16
枚数	4	3	6	5	10	9	18	17	34

→

-1枚

↑

倍

→

-1枚

↑

倍

→

-1枚

↑

倍

→

-1枚

↑

倍

上の表より枚数が17枚なのは15分後から16分後までの間である。

(2)

20	23	24	27	28	31	32	
66	65	130	129	258	257		

$\xrightarrow{-1}$ $\xrightarrow{-1}$ $\xrightarrow{-1}$ $\xrightarrow{-1}$
 $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 倍 倍

31分後に258枚から1枚減って257枚になるので

30分後には258枚がある

——— //

3.

右のア、イのおうぎ形は、同じ半径である。このおうぎ形の線分 AB と AC をそれぞれ重ねて円錐をつくる。次の問いに答えよ。

(1) アでできる円錐の底面積は、イでできる円錐の底面積の何倍か答えよ。A

アのおうぎ形の半径を R
 イの R とする。

アの底面の半径を r_A とする。
 イの r_I

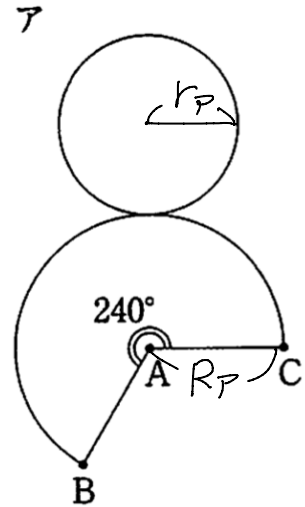
$$2\pi R_A \times \frac{240}{360} = 2\pi r_A \quad \text{より} \quad r_A = \frac{2}{3}R$$

$$2\pi R_I \times \frac{120}{360} = 2\pi r_I \quad \text{より} \quad r_I = \frac{1}{3}R$$

$$\text{底面の円は相似なので相似比} = \frac{2}{3} : \frac{1}{3} = 2 : 1$$

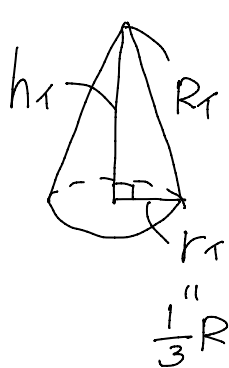
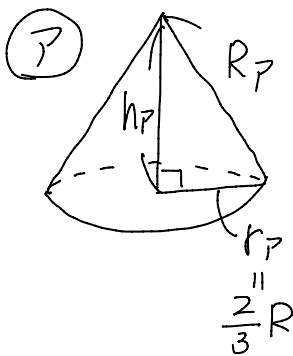
$$\text{よって面積比} = 2^2 : 1^2 = 4 : 1$$

よって 4倍 //



(2) アでできる円錐の体積は、イでできる円錐の体積の何倍か答えよ。

B



それぞれ三平方の定理を用いて

$$h_A = \sqrt{R_A^2 - \frac{4}{9}R_A^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}R$$

$$h_I = \sqrt{R_I^2 - \frac{1}{9}R_I^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}R$$

アの体積 = V_A
 イの V_I
 として

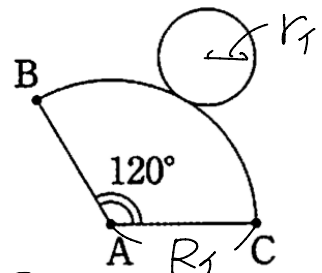
体積を求めよ。

$$V_A = \left(\frac{2}{3}R\right)^2 \pi \times \frac{\sqrt{5}}{3}R \times \frac{1}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{81}R^3 \pi$$

$$V_I = \left(\frac{1}{3}R\right)^2 \pi \times \frac{2\sqrt{2}}{3}R \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{81}R^3 \pi$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{81} \div \frac{2\sqrt{2}}{81} = \frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = \sqrt{10} \text{ 倍} //$$

イ

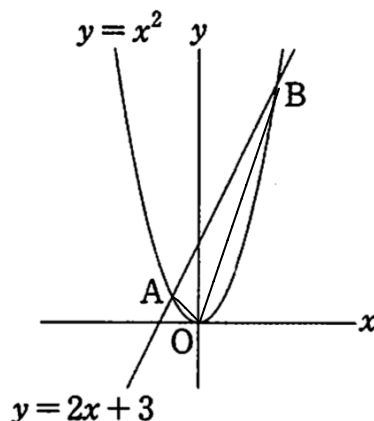


4.

右の図のように、放物線 $y=x^2$ と直線 $y=2x+3$ との交点を A, B とする。次の問いに答えよ。

(1) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。 C

(2) 放物線上に、 $\triangle PAB$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の 3 倍となるような点 P をとるとき、点 P の座標をすべて求めよ。 D



(1) A, B の座標を求めて等積変形で求める場合。

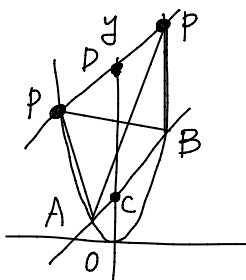
$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 = 2x + 3 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$(x-3)(x+1) = 0 \quad x = 3, -1$$

よって $A(-1, 1) \quad B(3, 9)$ //

(2) 求める P は $y=2x+3$ より上の放物線
で面積が 3 倍となる。

- D は $OC = 3CD$ となる点であり、
求める P は D を通り
AB と平行な直線
との交点である。



- AB : $y=2x+3$ より $C(0, 3)$

なので $D(0, 12)$ 。

傾きは 2 なので $y=2x+12$

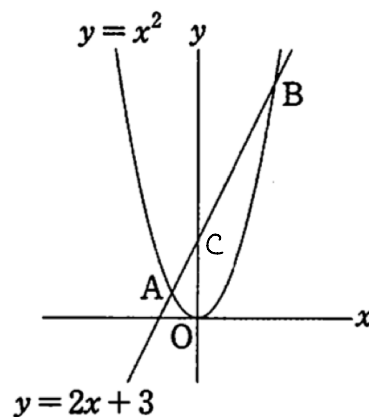
これと $y=x^2$ との交点を求めると

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x + 12 \end{cases}$$

$$x^2 = 2x + 12$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2}$$



$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 48}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{13}$$

以上より $\uparrow y=2x+12$
 $\downarrow x=1 \pm \sqrt{13}$

$$P = (1 + \sqrt{13}, 14 + 2\sqrt{13})$$

$$= (1 - \sqrt{13}, 14 - 2\sqrt{13}) //$$