（ 中京大学附属中京 ）高等学校　　H（ 25 ）数学

（１００点満点　（ 40 ）分）

１．次の問いに答えなさい。

(1) $\frac{8}{3}\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{2}=\boxed{\ 1\ }$である。

(2) $\frac{x-2y}{3}-\frac{4x-3y}{5}-\frac{2x-y}{6}=\frac{-\boxed{\ 2\ }x+y}{\boxed{\ 3\ }\boxed{\ 4\ }}$である。

(3) $x^2+2x-143$を因数分解すると$(x+\boxed{\ 5\ }\boxed{\ 6\ })(x-\boxed{\ 7\ }\boxed{\ 8\ })$である。

(4) ある数xの小数第2位を四捨五入すると4.5になる。この数量関係を不等式で表すと$4.45\boxed{\ 9\ }x\boxed{\ 10\ }4.55$となる。問いの答えを下の選択肢①～⑤から選べ。

① ≦　② ＜　③ ＞　④ ≧　⑤ ＝

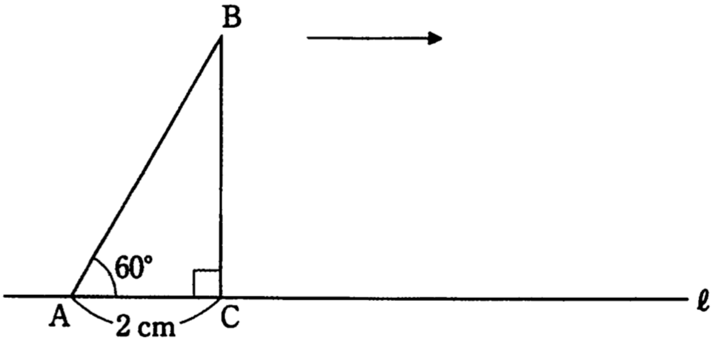
(5) 300にできるだけ小さな自然数をかけて，ある自然数の3乗にするには，$\boxed{\ 11\ }\boxed{\ 12\ }$をかければよい。

(6) $a=\sqrt{3}+\sqrt{5}$, $b=\sqrt{3}-\sqrt{5}$のとき,

$(a-b)^2+a^2-b^2=\boxed{13}\,\boxed{14}+\boxed{15}\sqrt{\boxed{16}\,\boxed{17}}$である。

(7) 男子3人, 女子3人の中から2人を選ぶとき, 少なくとも1人は女子になる確率は$\dfrac{\boxed{18}}{\boxed{19}}$である。

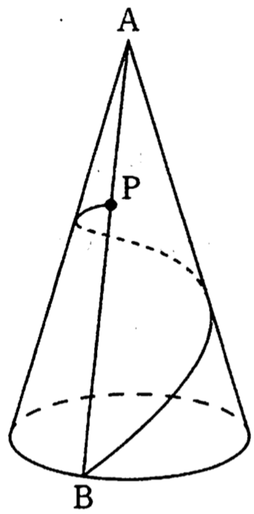
(8) 図のように$\angle A=60°$, AC＝2cm の直角三角形 ABC が直線 ℓ 上に辺 AC が重なるように置かれている。直線 ℓ 上を△ABC がすべることなく矢印の方向に向かって時計回りに1回転する。このとき, 点 A のえがく図形と直線 ℓ とで囲まれた部分の面積は$\dfrac{\boxed{20}\,\boxed{21}}{\boxed{22}}\pi+\boxed{23}\sqrt{\boxed{24}}$ (cm^2) である。ただし, 円周率をπとする。



(9) 次の数を小さいほうから順に並べると$\boxed{25}<\boxed{26}<\boxed{27}<\boxed{28}$となる。問いの答えを下の選択肢①～④から選べ。

① $\dfrac{5}{7}$　② $\sqrt{\dfrac{5}{7}}$　③ $\dfrac{\sqrt{5}}{7}$　④ $\dfrac{5}{\sqrt{7}}$

(10) 図のように母線ABが12cm，底面の半径が3cmの円すいがある。AB上に$AP=4\sqrt{3}$cmとなるように点Pをとる。BからPまで最短となるように円すい上に糸を巻き付けたとき，糸の長さは$\boxed{29}\sqrt{\boxed{30}}$ cmである。ただし，糸は点B，点P以外の母線AB上を通らないものとする。



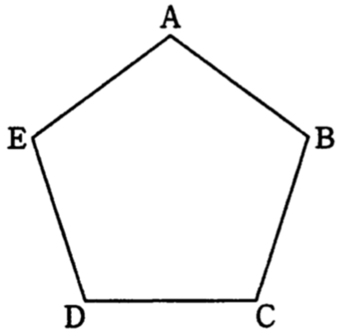
2.

図のように正五角形ABCDEがある。X君は最初はこの正五角形の頂点Aにいる。X君は1回の動作につき時計回りに2つとなりの頂点へ移動することを繰り返す。1回目の動作では，点Cに移動する。このとき，次の問いの答えを下の選択肢①～⑤から選べ。

① A　② B　③ C　④ D　⑤ E

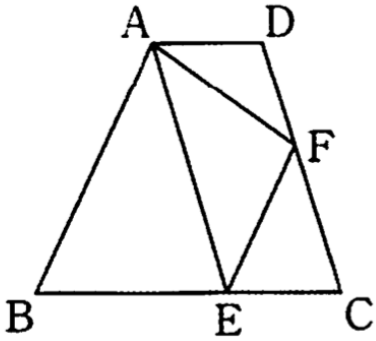
(1) この動作を4回繰り返したとき，X君は頂点$\boxed{31}$にいる。

(2) この動作を2013回繰り返したとき，X君は頂点$\boxed{32}$にいる。



3.

右の図のように，AD∥BC である台形 ABCD がある。辺 BC 上に AE∥DC，辺 CD 上に AB∥FE となるように点 E，F をとったところ，CF：FD＝3：2 となった。このとき，次の各問いに答えよ。



(1)　BE：EC を最も簡単な整数比で表せ。$\boxed{\text{A}}$

(2)　AD＝4cm，△ADF の面積が 6cm^2 のとき，点 A から辺 BC に下した垂線の長さを求めよ。$\boxed{\text{B}}$

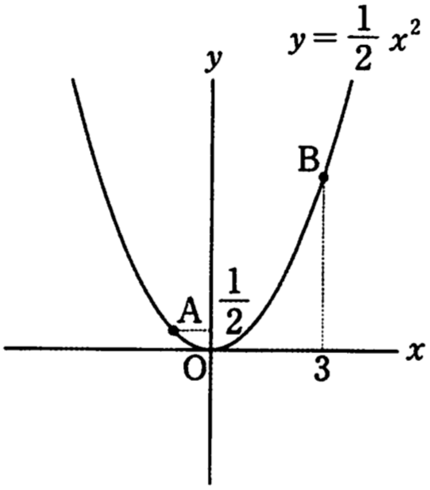
4.

右の図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフがある。点Aの y 座標は $\frac{1}{2}$，点Bの x 座標は3である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 2点A，Bを通る直線の式を求めよ。 $\boxed{\text{C}}$

(2) △OABの面積を求めよ。 $\boxed{\text{D}}$

(3) 2点A，Bを通る直線と y 軸との交点を点Cとする。点Cを通り△OABの面積を2等分する直線と，直線OBとの交点の座標を求めよ。 $\boxed{\text{E}}$



(中京大学附属中京)高等学校　H(25)数学

（１００点満点　（ 40 ）分）

１．次の問いに答えなさい。

(1) $\frac{8}{3}\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{2}=\boxed{1}$である。

$$=\frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{3}_{1}}\times\left(\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{16}_{2}}\right)-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$$

(2) $\frac{x-2y}{3}-\frac{4x-3y}{5}-\frac{2x-y}{6}=\frac{-\boxed{2}x+y}{\boxed{3}\boxed{4}}$である。

$$=\frac{10(x-2y)-6(4x-3y)-5(2x-y)}{30}$$

$$=\frac{10x-20y-24x+18y-10x+5y}{30}$$

$$=\frac{-24x+3y}{30}$$

$$=\frac{-8x+y}{10}$$

(3) $x^2+2x-143$を因数分解すると$(x+\boxed{5}\boxed{6})(x-\boxed{7}\boxed{8})$である。

かけて-143，たして2なので　$13, -11$

$(x+13)(x-11)$

Point

かけて143は$12^2=144$の近くなのでその差が2ということを考え，11, 13かな？となる。

(4) ある数xの小数第2位を四捨五入すると4.5になる。この数量関係を不等式で表すと
$4.45\boxed{9}x\boxed{10}4.55$となる。問いの答えを下の選択肢①～⑤から選べ。

① ≦ ② ＜ ③ ＞ ④ ≧ ⑤ ＝

4.45 …四捨五入すると 4.5なので 4.45を含むため ① ≦

4.55 … 〃 4.6なので 4.46は含まないので ② ＜

(5) 300にできるだけ小さな自然数をかけて，ある自然数の3乗にするには，$\boxed{11}\boxed{12}$をかければよい。

$$\begin{array}{r|l} 5 & 300 \\ 5 & 60 \\ 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ & 3 \end{array}$$

$=2^2\times3\times5^2$

$\uparrow$

$2\times3^2\times5$をかけると

$2^3\times3^3\times5^3$
$=(2\times3\times5)^3$
となる。

$2\times6\times5=60$

Point

$a^3\times b^3=(a\times b)^3$

つまり3乗に足らない分のaやbをかければ良い

(6) $a=\sqrt{3}+\sqrt{5}$，$b=\sqrt{3}-\sqrt{5}$のとき，
$(a-b)^2+a^2-b^2=$ $\boxed{13}\boxed{14}+\boxed{15}\sqrt{\boxed{16}\boxed{17}}$ である。

$a-b$
$=(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(\sqrt{3}-\sqrt{5})$
$=2\sqrt{5}$

$(a-b)^2+a^2-b^2$
$=(a-b)^2+(a+b)(a-b)$
$=(a-b)\{(a-b)+(a+b)\}$
$=(a-b)\times 2a \quad = 2\sqrt{5}\times 2(\sqrt{3}+\sqrt{5})$

$=2\sqrt{5}\times(2\sqrt{3}+2\sqrt{5})$
$=4\sqrt{15}+20$
$20+4\sqrt{15}$ //

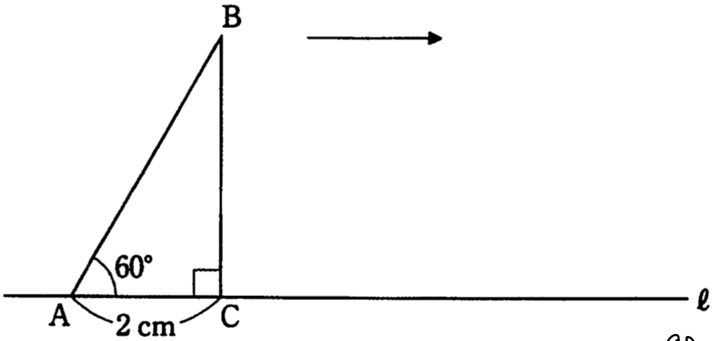
(7) 男子3人，女子3人の中から2人を選ぶとき，少なくとも1人は女子になる確率は $\dfrac{\boxed{18}}{\boxed{19}}$ である。

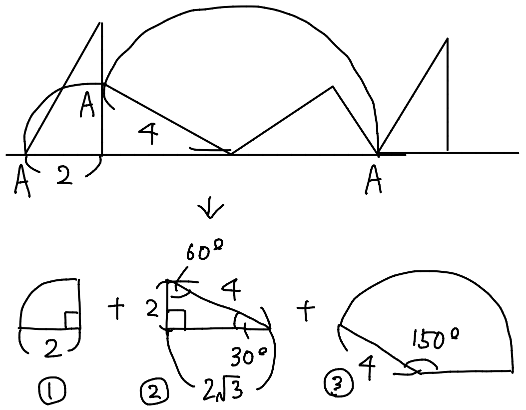
m1, m2, m3, g1, g2, g3 とする。(m=man, g=girl の略)

m1 – m2 ×, m3 ×, g1 ○, g2 ○, g3 ○
m2 – m3 ×, g1 ○, g2 ○, g3 ○
m3 – g1 ○, g2 ○, g3 ○
g1 – g2 ○, g3 ○
g2 – g3 ○

$\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$ //

(8) 図のように∠A＝60°，AC＝2cm の直角三角形 ABC が直線 ℓ 上に辺 AC が重なるように置かれている。直線 ℓ 上を△ABC がすべることなく矢印の方向に向かって時計回りに1回転する。このとき，点 A のえがく図形と直線 ℓ とで囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{20}\boxed{21}}{\boxed{22}}\pi+\boxed{23}\sqrt{\boxed{24}}$ (cm²) である。ただし，円周率を π とする。





① $2\times2\times\pi\times\dfrac{90}{360}=\pi$

② $2\times2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=2\sqrt{3}$

③ $4\times4\times\pi\times\dfrac{150}{360}=\dfrac{20}{3}\pi$

$\pi+2\sqrt{3}+\dfrac{20}{3}\pi$

$=\dfrac{3}{3}\pi+2\sqrt{3}+\dfrac{20}{3}\pi=\dfrac{23}{3}\pi+2\sqrt{3}$ (cm²) //

(9) 次の数を小さいほうから順に並べると $\boxed{25} < \boxed{26} < \boxed{27} < \boxed{28}$ となる。問いの答えを下の選択肢①〜④から選べ。

① $\frac{5}{7}$　② $\sqrt{\frac{5}{7}}$　③ $\frac{\sqrt{5}}{7}$　④ $\frac{5}{\sqrt{7}}$

2乗すると

① $\frac{25}{49}$　② $\frac{5}{7}$　③ $\frac{5}{49}$　④ $\frac{25}{7}$

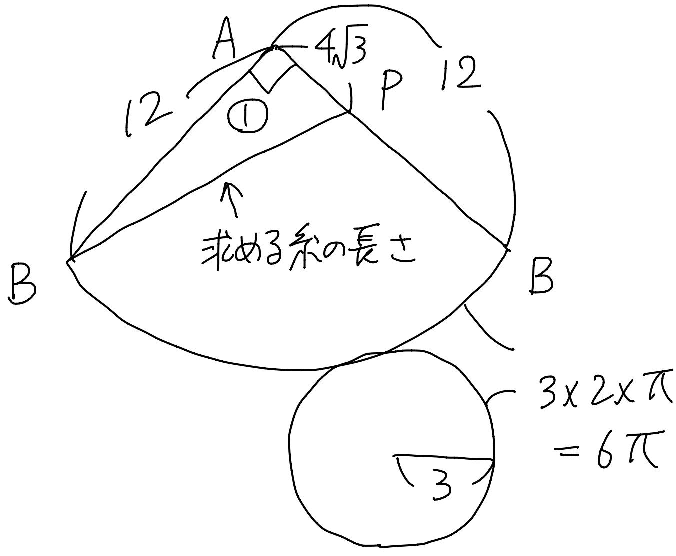
通分すると

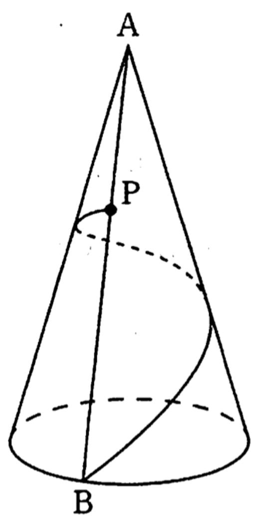
① $\frac{25}{49}$　② $\frac{35}{49}$　③ $\frac{5}{49}$　④ $\frac{175}{49}$

以上より

③ < ① < ② < ④

(10) 図のように母線 AB が 12cm，底面の半径が 3cm の円すいがある。AB 上に AP＝$4\sqrt{3}$cm となるように点 P をとる。B から P まで最短となるように円すい上に糸を巻き付けたとき，糸の長さは $\boxed{29}\sqrt{\boxed{30}}$ cm である。ただし，糸は点 B，点 P 以外の母線 AB 上を通らないものとする。





① おうぎ形の中心角 $\angle BAP = 360° \times \dfrac{3\times2\times\pi}{12\times2\times\pi} = 90°$

② よって △ABP は直角三角形なので三平方の定理より

$BP^2 = 12^2 + (4\sqrt{3})^2$
$= 144 + 48 = 192$

よって $BP = 8\sqrt{3}$ cm

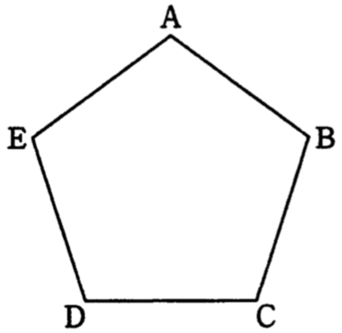
2.

図のように正五角形 ABCDE がある。X 君は最初はこの正五角形の頂点 A にいる。X 君は 1 回の動作につき時計回りに 2 つとなりの頂点へ移動することを繰り返す。1 回目の動作では，点 C に移動する。このとき，次の問いの答えを下の選択肢①～⑤から選べ。

① A　② B　③ C　④ D　⑤ E

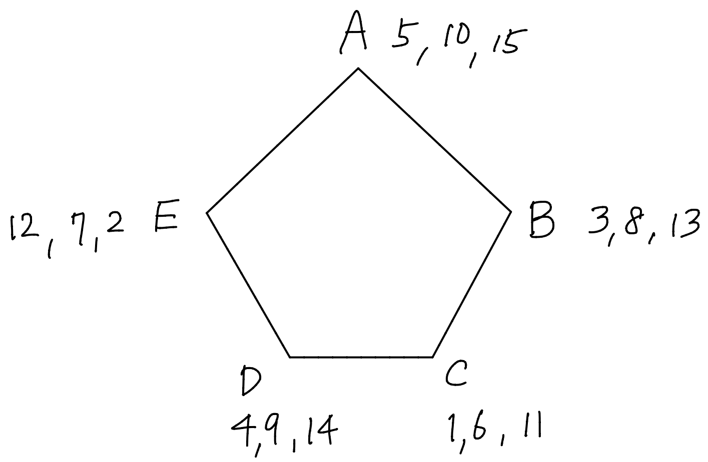
(1) この動作を 4 回繰り返したとき，X 君は頂点 $\boxed{31}$ にいる。

(2) この動作を 2013 回繰り返したとき，X 君は頂点 $\boxed{32}$ にいる。



(1) C → E → B → D　よって ④ D

(2)



規則性を見つける。

左図から A には 5 の倍数の回数で止まる。

つまり 2010 回目。

あと 3 回くりかえすと $A \xrightarrow{1} C \xrightarrow{2} E \xrightarrow{3} B$

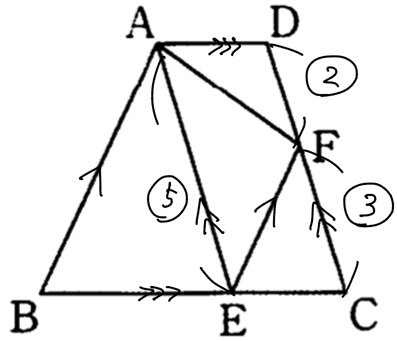
よって ② B

3．

右の図のように，AD∥BCである台形ABCDがある。辺BC上にAE∥DC，辺CD上にAB∥FEとなるように点E，Fをとったところ，CF：FD＝3：2となった。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) BE：ECを最も簡単な整数比で表せ。 $\boxed{A}$

(2) AD＝4cm，△ADFの面積が6cm²のとき，点Aから辺BCに下した垂線の長さを求めよ。 $\boxed{B}$



(1) △EFC ∽ △BAE と

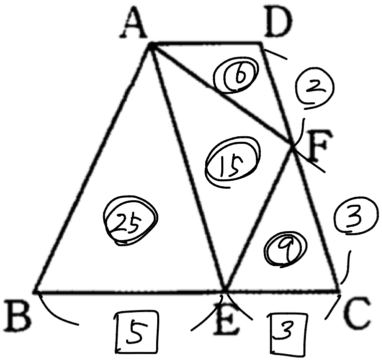
DF：FC＝②：③ と AE∥DC より AE＝⑤

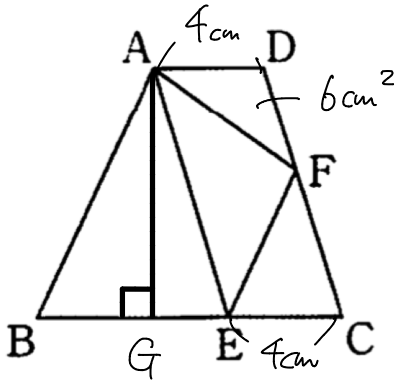
対応する辺の比は全て等しいので

FC：AE＝EC：BE ＝ 3：5 以上より

BE：EC＝5：3 //

(2) 求める辺をAGとする。





それぞれの三角形の面積比を求める。

- BE：EC＝5：3 より
  △ABE：△FEC＝5^2：3^2
  ＝25：9

- △FECと△FDAは高さが等しいので面積比は底辺比に等しい。 △FDA＝x とすると
  9：x ＝ 3：2 x＝6

- □AECDは平行四辺形なので
  △AEF ＝ △FDA ＋ △FEC
  ＝ ⑥ ＋ ⑨ ＝ ⑮

以上から □AECD ＝ 30cm²

面積比と面積が同じ値なので

㉚ ＝ 30cm²

EC×AG＝30
4×AG＝30

$AG = \frac{15}{2}$cm //

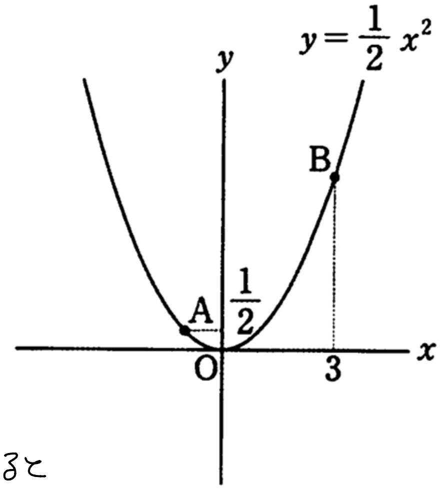
4.

右の図のように，放物線$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフがある。点Aのy座標は$\frac{1}{2}$，点Bのx座標は3である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 2点A，Bを通る直線の式を求めよ。$\boxed{\text{C}}$

(2) △OABの面積を求めよ。$\boxed{\text{D}}$

(3) 2点A，Bを通る直線とy軸との交点を点Cとする。点Cを通り△OABの面積を2等分する直線と，直線OBとの交点の座標を求めよ。$\boxed{\text{E}}$



(1) Aのy座標が$\frac{1}{2}$なので $y=\frac{1}{2}x^2$に代入すると

$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x^2$　$1=x^2$　$x=\pm 1$　$x<0$より $x=-1$　よって $A(-1, \frac{1}{2})$

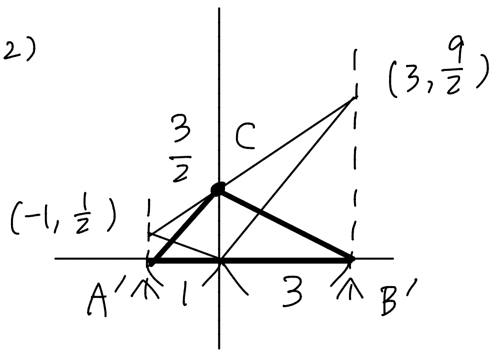
Bのx座標が3なので $y=\frac{1}{2}x^2$に代入すると

$y=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$　よって $B(3, \frac{9}{2})$

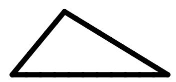
よって 傾き $=\dfrac{\frac{9}{2}-\frac{1}{2}}{3-(-1)}=\dfrac{\frac{8}{2}}{4}=\frac{4}{4}=1$

$y=x+b$ に
$(3, \frac{9}{2})$を代入し
$\frac{9}{2}=3+b$
$b=\frac{3}{2}$
以上より $y=x+\frac{3}{2}$

(2)



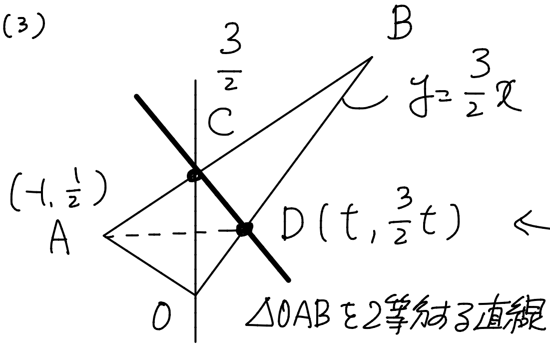
等積変形すると



となり 底辺4，高さ$\frac{3}{2}$の三角形となる。

よって $\triangle OAB=4\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=3$

(3)



$\square AODC=AD\times OC\times\frac{1}{2}$ なので

2等分 → $\frac{3}{2}=(1+t)\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}$

よって $t=1$

代入し，　$D(1, \frac{3}{2})$