

大成高等学校 (H28 数学)

(100点満点 50分)

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 6 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ を計算しなさい。

$$= \frac{1}{2^4} \times \frac{4^2}{3^2} + 6 \div \left(-\frac{3^3}{2^3}\right)$$

$$= \frac{1}{16} \times \frac{16}{9} + \cancel{6}^2 \times \left(-\frac{8}{\cancel{27}_9}\right)$$

$$= \frac{1}{9} - \frac{16}{9} = -\frac{15}{9}$$

 //

－を偶数回かける

→ +

－を奇数回かける

→ -

(2) $-2x^2 + 10x - 12$ を因数分解しなさい。

$$= -2(x^2 - 5x + 6)$$

$$= -2(x-3)(x-2)$$

_____ //

Point

係数を見て、
共通して割れる数
を () の外に出す。

今回は「2」

$$2(-x^2 + 5x - 6)$$

x^2 の前に「-」が

あると因数分解

しづらいので「-1」

を () の外に出す。

$$-2(x^2 - 5x + 6)$$



符号がわかる。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 3(x+4) - 5(y+2) = 11 & \dots (1) \\ \frac{x-1}{2} - \frac{y-3}{4} = \frac{7}{8} & \dots (2) \end{cases}$ を解きなさい。

① より

$$3x + 12 - 5y - 10 = 11$$

$$3x - 5y = 9 \dots (1)'$$

② より 両辺 $\times 8$

$$8 \left(\frac{x-1}{2} - \frac{y-3}{4} \right) = \frac{7}{8} \times 8$$

$$4(x-1) - 2(y-3) = 7$$

$$4x - 4 - 2y + 6 = 7$$

$$4x - 2y = 5 \dots (2)'$$

$$\begin{cases} 3x - 5y = 9 \dots (1)' \\ 4x - 2y = 5 \dots (2)' \end{cases}$$

$$(1)' \times 2 - (2)' \times 5$$

$$6x - 10y = 18$$

$$-) 20x - 10y = 25$$

$$\hline -14x = -7$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ を } (2)' \text{ に代入}$$

$$4 \times \frac{1}{2} - 2y = 5$$

$$2 - 2y = 5$$

$$-2y = 3$$

$$y = -\frac{3}{2}$$

$$(x, y) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right)$$

//

(4) 二次方程式 $2x^2 - 8x + 3 = 0$ を解きなさい。

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{と比較すると}$$

$$a = 2, \quad b = -8, \quad c = 3 \quad \text{とわかる}$$

$$\text{解の公式} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{に代入すると}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2} \quad \begin{matrix} \swarrow 64 - 24 \end{matrix}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{4 \cancel{2} \pm \cancel{2} \sqrt{10}}{\cancel{4}_2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2}$$

(5) 関数 $y = 2x^2$ において、 x の値が -1 から 3 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

y	$\boxed{\text{①}} \rightarrow \boxed{\text{②}}$
x	$-1 \rightarrow 3$

①は $y = 2x^2$ で x が -1 のときの y の値である。

$$y = 2 \times (-1)^2 = 2 \times 1 = 2 \quad \text{①} = 2$$

$$\text{②} \dots y = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18 \quad \text{②} = 18$$

y	$2 \rightarrow 18$
x	$-1 \rightarrow 3$

$$\begin{aligned} \text{変化の割合} &= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{18 - 2}{3 - (-1)} \\ &= \frac{16}{4} = 4 \end{aligned}$$

(5) 関数 $y = 2x^2$ において、 x の値が -1 から 3 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

$y = ax^2$ において x の値が s から t

まで増加したときの変化の割合。

公式化

y	$as^2 \rightarrow at^2$
x	$s \rightarrow t$

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

$$= \frac{at^2 - as^2}{t - s}$$

$$= \frac{a(t^2 - s^2)}{t - s}$$

$$= \frac{a(t+s)(\cancel{t-s})}{\cancel{t-s}}$$

$$= a(t+s)$$

~~~~~//

① 今回の問題  
でいふと

$$a = 2$$

$$s = -1$$

$$t = 3$$

たじろい

$$\textcircled{\text{変}} = a(t+s)$$

$$= 2(3+(-1))$$

$$= 2 \times 2$$

$$= \underline{4} //$$

- (6) 右の図のように円周を12等分する点をとった。このとき、 $x$ の値を求めなさい。

同じ弧に対する円周角は  
等しいので

$$\angle BAC = \angle BGC$$

$$\angle DFE = \angle DGE$$

つまり

$$\angle BAC + \angle CGD + \angle DFE = \angle BGC + \angle CGD + \angle DGE$$

12等分のうち5つの弧  
に対する円周角の大きさ  
であり、  
半分の6等分で円周角 =  
 $90^\circ$  となる。

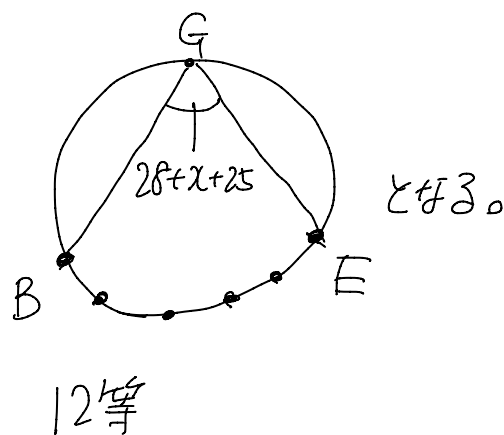
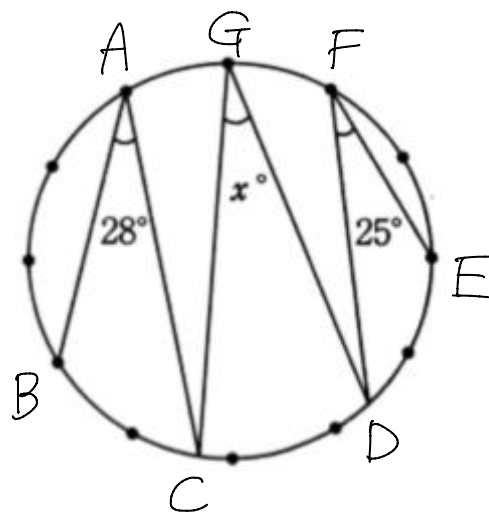
$$6 : 90 = 5 : \angle BGE$$

$$6\angle BGE = 450$$

$$\angle BGE = 75^\circ$$

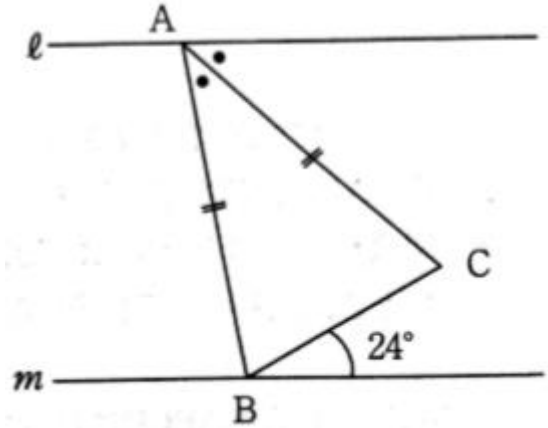
$$\text{よって } 28^\circ + x + 25^\circ = 75^\circ$$

$$x = 22^\circ$$



- (7) 右の図で、 $\ell \parallel m$ 、 $AB=AC$ であるとき、 $\angle BAC$ の大きさを求めなさい。ただし、同じ印のついた角の大きさは等しいものとする。

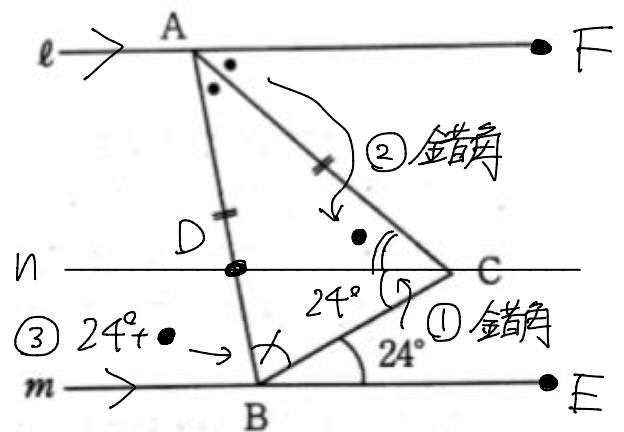
平行線と「ジグザグ」の線の問題は新たに平行線を入れることで錯角が等しいなどが使えるようになる。



- ① 平行線  $n$  を入れ、  
 $n \parallel m$  の錯角は等しいので  
 $\angle DCB = \angle CBE = 24^\circ$

- ②  $\ell \parallel n$  の錯角は等しいので  
 $\angle ACD = \angle FAC = \bullet$

- ③  $\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の  
二等辺三角形なので2つの  
底角は等しく、  
 $\angle ABC = \angle ACB = 24^\circ + \bullet$



- ④  $\triangle ABC$  の内角の和  $= 180^\circ$   
より

$$\begin{aligned} \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB \\ &= \bullet + (24^\circ + \bullet) + (24^\circ + \bullet) \\ &= 3\bullet + 48^\circ \end{aligned}$$

$$3\bullet + 48^\circ = 180^\circ$$

$$3\bullet = 132^\circ$$

$$\bullet = 66^\circ$$

$$\angle BAC = 66^\circ$$



2.

ある学校の昨年度の生徒数は480人であった。今年度は昨年度に比べ、男子が10%増加し、女子が1人減少したので、全体の生徒数は昨年度に比べ5%増加した。

- (1) 昨年度の男子の生徒数を  $x$  人、女子の生徒数を  $y$  人として、連立方程式を作りなさい。  
 (2) 今年度の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

|     | 男子                          | 女子             | 計                                    |
|-----|-----------------------------|----------------|--------------------------------------|
| 昨年度 | $x$                         | $y$            | 480                                  |
| 今年度 | ↓10%増<br>$\frac{110}{100}x$ | ↓1人減少<br>$y-1$ | ↓5%増<br>$480 \times \frac{105}{100}$ |

- $x$  の10%増 =  $x + \frac{10}{100}x = \frac{100}{100}x + \frac{10}{100}x = \frac{110}{100}x$
- $y$  の1人減少 =  $y - 1$
- 480人の5%増 = 480人の105%の人数 =  $480 \times \frac{105}{100}$

$$\begin{cases} x + y = 480 & \dots ① \\ \frac{110}{100}x + y - 1 = 480 \times \frac{105}{100} & \dots ② \end{cases}$$

②の左辺の「-1」を右辺に移項して100で通分した①

から②を31くと

$$\frac{100}{100}x + \frac{100}{100}y = \frac{48000}{100}$$

$$x = 230 \quad ①に代入$$

$$y = 250$$

$$\rightarrow \frac{110}{100}x + y = 480 \times \frac{105}{100} + 1$$

今年度は、 $\frac{110}{100}x$ ,  $y-1$  人

$$-\frac{10}{100}x = \frac{48000}{100} - \frac{50400}{100} - \frac{100}{100}$$

$$\frac{110}{100} \times 230 = 253 \text{ (男子)}$$

$$250 - 1 = 249 \text{ (女子)}$$

$$-10x = -2300$$

~~~~~

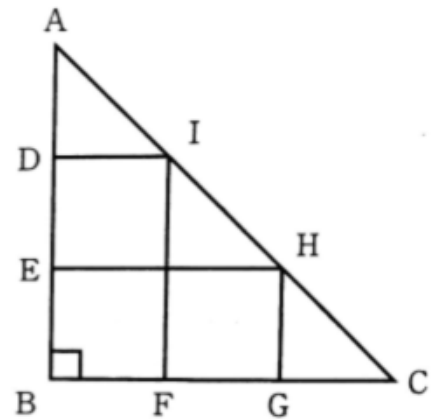
3.

— 右の図のような $AB=BC=3$ の直角二等辺三角形 ABC があり、辺 AB , BC , CA を 3 等分する点をそれぞれ D , E , F , G , H , I とする。

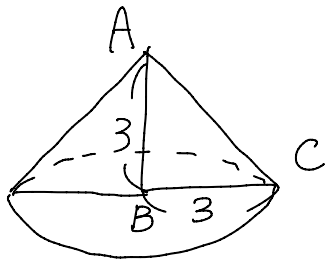
このとき、次の問いに答えなさい。

ただし、円周率は π を用いること。

- (1) 直線 AB を軸として、 $\triangle ABC$ を 1 回転させてできる立体の体積 V を求めなさい。
- (2) 直線 AB を軸として、四角形 $DEHI$ を 1 回転させてできる立体の体積を W とするとき、 $V:W$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (3) 直線 IF を軸として、 $\triangle ABC$ を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

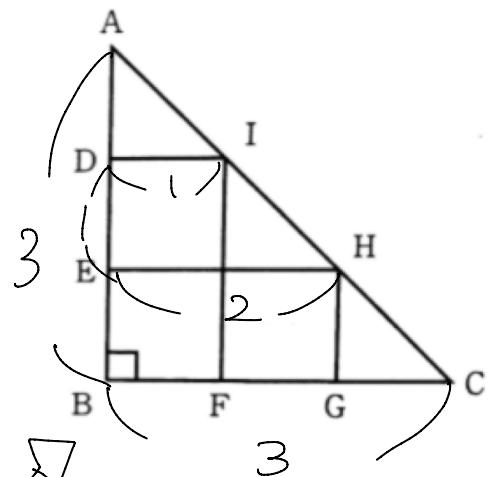


(1)

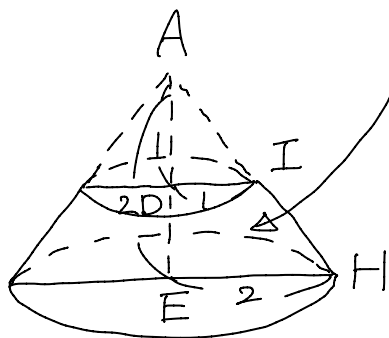


$$V = \text{円錐の体積} \\ = \text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$$

$$= 3 \times 3 \times \pi \times 3 \times \frac{1}{3} = 9\pi (\text{cm}^3)$$



(2) DI , DE , EH の長さを求めろ。

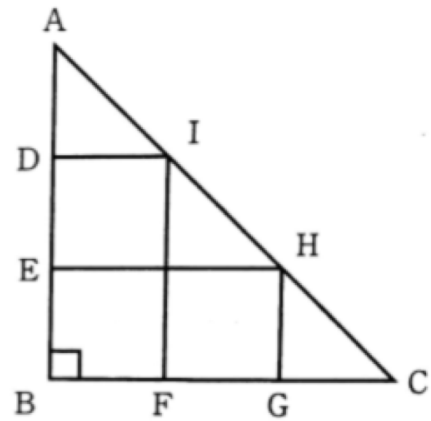
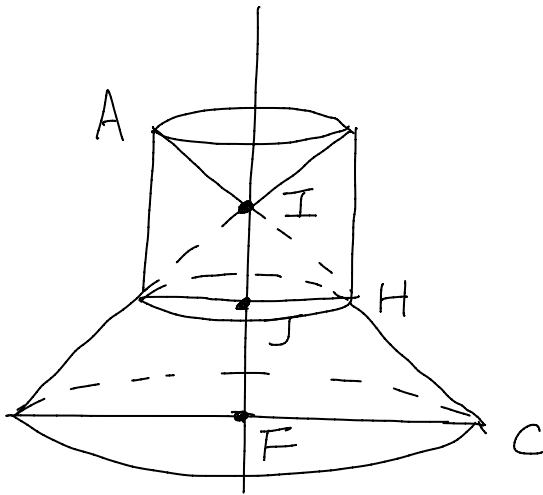


$$W = \text{円錐} - \text{円錐}$$

$$= 2 \times 2 \times \pi \times 2 \times \frac{1}{3} - 1 \times 1 \times \pi \times 1 \times \frac{1}{3} \\ = \frac{8}{3}\pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{7}{3}\pi$$

$$V = 9\pi, W = \frac{7}{3}\pi \text{ より } V:W = 9\pi : \frac{7}{3}\pi \\ \downarrow \times 3 \\ = 27\pi : 7\pi \\ \downarrow \div \pi \\ \text{よって } 27:7$$

(3) 直線IFを軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。



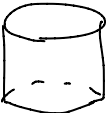
• 求める立体の体積 = X

•  の体積 = Y

•  の体積 = Z

とすると, $X = Y + Z$

Z は(2)の W と同じ体積なのでこれを用いる。

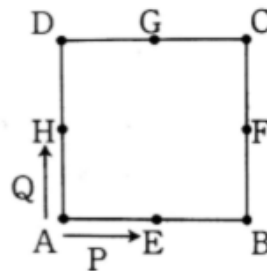
$$Y = \text{cylinder} = \frac{1 \times 1 \times \pi \times 2}{1} - \frac{1 \times 1 \times 1 \times \pi}{1} = \frac{5}{3} \pi$$



$$Z = W = \frac{7}{3} \pi \quad \text{より}$$

$$X = \frac{5}{3} \pi + \frac{7}{3} \pi = \frac{12}{3} \pi = 4 \pi$$

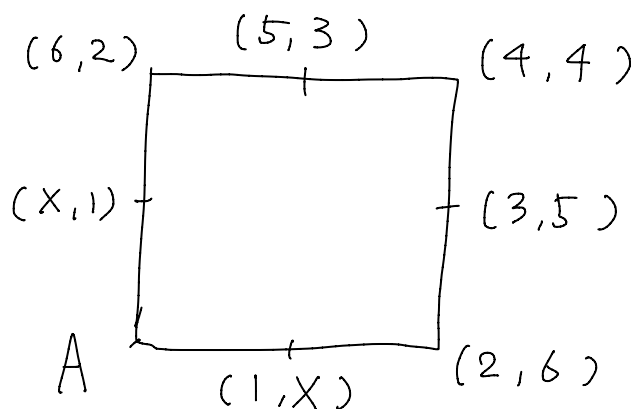
5.

右の図の正方形ABCDにおいて、各辺の中点をE, F, G, Hとする。
さいころを1回投げて、頂点Aからさいころの出た目の数だけ、P君は
反時計回り ($A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow \dots$) に進み、Q君は時計回り ($A \rightarrow H \rightarrow$
 $D \rightarrow G \rightarrow \dots$) に進むものとする。P君とQ君がそれぞれさいころを1回
ずつ投げたとき、次の問いに答えなさい。



- (1) P君とQ君が同じ位置にいる確率を求めなさい。
- (2) P君のいる位置を点P, Q君のいる位置を点Qとしたとき、 $\triangle APQ$ が二等辺三角形となる確率を求めなさい。

(1) (Pのサイコロの数, Qのサイコロの数) を表す。



この5通りとなる。

サイコロは36通りの出目

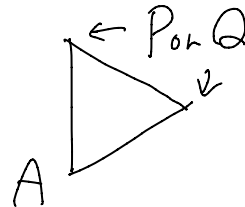
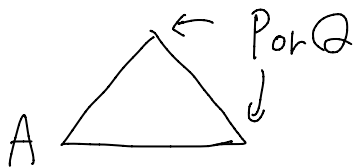
たがひ

$$\frac{5}{36}$$

(2) $\triangle APQ$ が二等辺三角形 なのに 正三角形の場合も考える。

(I) $\triangle APQ = \text{正三角形}$ のとき

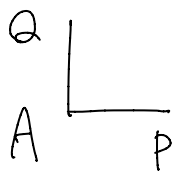
(2, 3) (3, 2) (5, 6) (6, 5)



4通り

(II) $\triangle APQ = \text{二等辺三角形}$ のとき

① $AP = AQ$

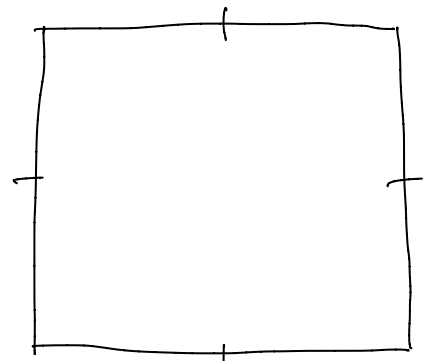


(1, 1) (2, 2) = (6, 6)

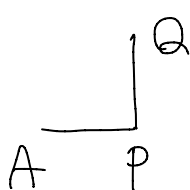
(3, 3) = (5, 5)

5通り

A



② $AP = PQ$ または $AQ = PQ$



(2, 4) (4, 2)

||

||

(4, 6) (6, 4)

4通り

以上より $4 + 5 + 4 = 13$ 通り

13
36 //

Point
場合分けして数え
忘れない

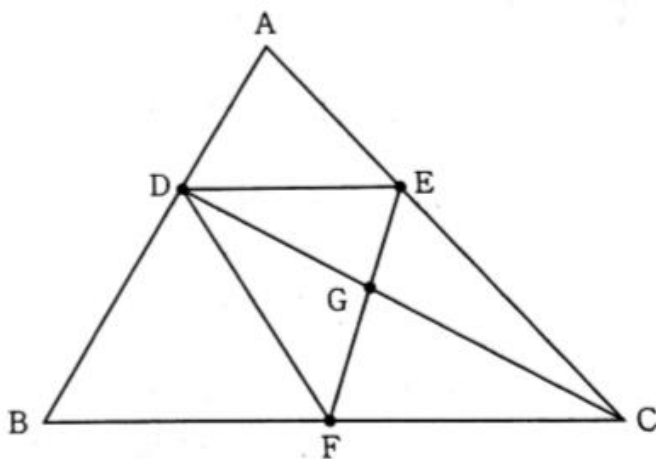
6.

右の図の $\triangle ABC$ において、辺ABを2:3に分ける点をD、点Dを通り辺BCに平行な直線と辺ACの交点をE、辺BCの中点をF、EFとDCの交点をGとする。このとき、次の三角形の面積の比を最も簡単な整数で表しなさい。

(1) $\triangle DEG : \triangle CFG$

(2) $\triangle ADE : \triangle DBF$

(3) $\triangle CFG : \triangle ABC$



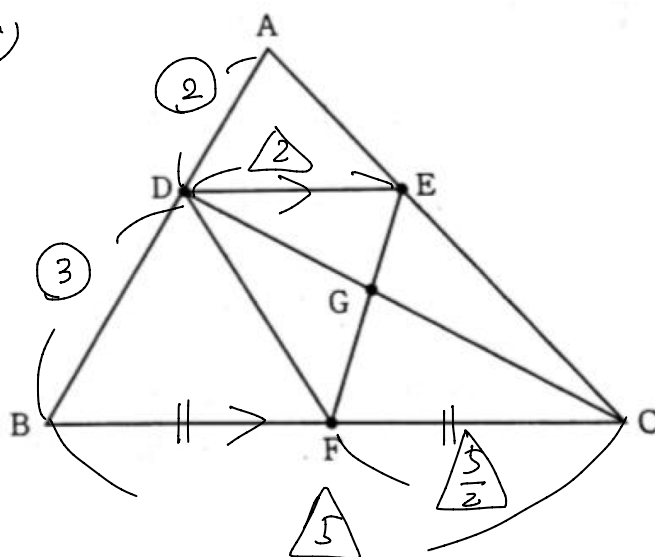
(1) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ より

$$AB : AD = BC : DE$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} + \textcircled{3} : \textcircled{2} &= 5 : 2 \\ &= \triangle 5 : \triangle 2 \\ &\text{とよくと。} \end{aligned}$$

$$BC \times \frac{1}{2} = FC = \frac{5}{2}$$

$$FG = \triangle \frac{5}{2} \text{ とよくと。}$$



$\triangle DEG$ と $\triangle CFG$

の相似比 = $2 : \frac{5}{2}$ とより

面積比 = (相似比)²

$$= 2^2 : \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 4 : \frac{25}{4} = 16 : 25$$

(2) $\triangle ADE : \triangle DBF$

(1) より $DE : BF = 2 : \frac{5}{2}$

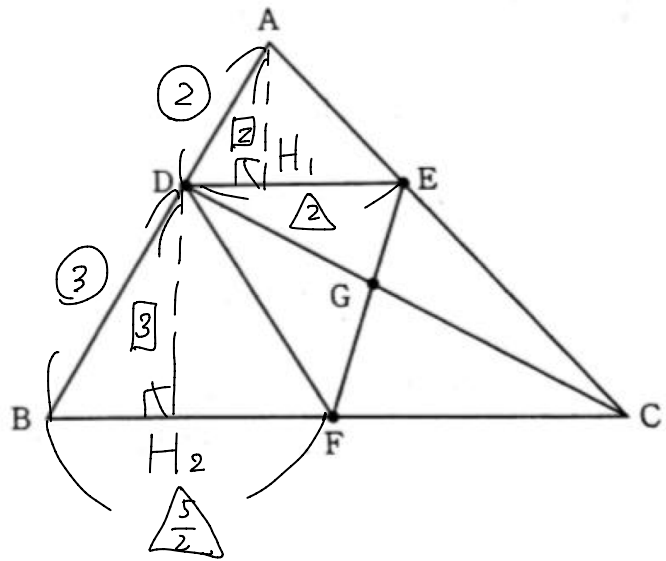
$\triangle ADH_1 \sim \triangle DBH_2$

↑の2

$AH_1 : DH_2 = AD : DB$

$= 2 : 3$

$= \boxed{2} : \boxed{3}$ とおく。



比を使, 2面積を求めよ。

$$\begin{aligned}\triangle ADE &= DE \times AH_1 \times \frac{1}{2} \\ &= 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle BDF &= BF \times DH_2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{5}{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{4}\end{aligned}$$

よ, 2 $\triangle ADE : \triangle BDF$

$$\begin{aligned}&= 2 : \frac{15}{4} \\ &= 8 : 15\end{aligned}$$

——— //

(3) $\triangle CFG : \triangle ABC$

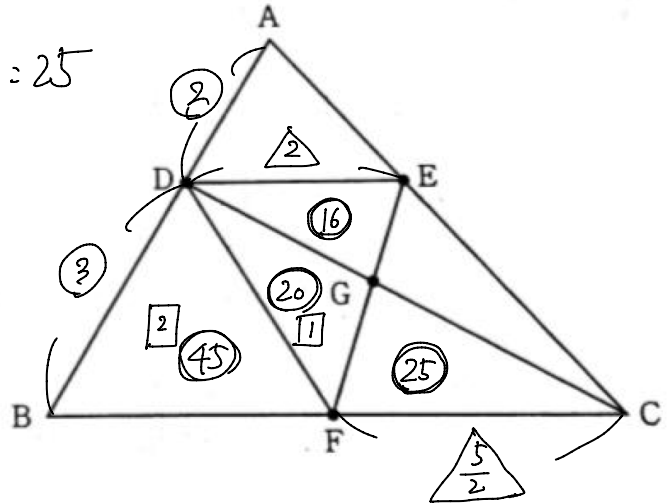
[1] (1) より $\triangle DEG : \triangle GFC = 16 : 25$

$$DE = FC = 2 : \frac{5}{2} \text{ より } 4 : 5$$

$\xrightarrow{\times 2}$ より

$$\triangle DGF : \triangle CGF$$

$$= 4 : 5 \text{ となり}$$



高さが等しい三角形の面積比 = 底辺比 なのて

$$\triangle DGF : \triangle CGF = 25 : 4 : 5 \rightarrow \triangle DGF = \textcircled{20}$$

[2] $\triangle DBF = \triangle DFC$ である。① $BF = FC$ で高さが等しい。

$$\therefore \triangle DBF = \textcircled{20} + \textcircled{25} = \textcircled{45}$$

[3] $\triangle ADC$ と $\triangle DBC$ は高さが等しい三角形なので
底辺比 = 面積比 を用いて $\triangle ADC$ の面積比を求める。

$$AD : DB = 2 : 3 \text{ より}$$

$$\triangle ADC : \triangle DBC = 2 : 3 \text{ より } \triangle ADC = \textcircled{60}$$

$\textcircled{90}$

$$45 + 20 + 25$$

以上から

$$\triangle ABC = 60 + 90 = \textcircled{150}$$

$$\triangle CGF : \triangle ABC = 25 : 150 = 1 : 6$$

 //

大成高等学校（H28 数学）

（100点満点 50分）

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 6 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ を計算しなさい。

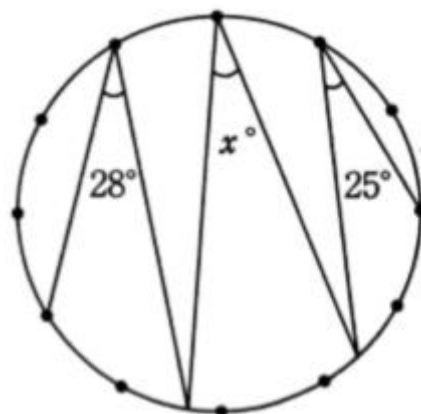
(2) $-2x^2+10x-12$ を因数分解しなさい。

(3) 連立方程式
$$\begin{cases} 3(x+4)-5(y+2)=11 \\ \frac{x-1}{2}-\frac{y-3}{4}=\frac{7}{8} \end{cases}$$
 を解きなさい。

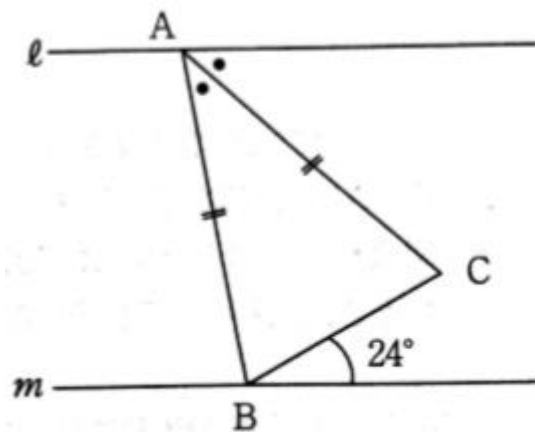
(4) 二次方程式 $2x^2 - 8x + 3 = 0$ を解きなさい。

- (5) 関数 $y = 2x^2$ において、 x の値が -1 から 3 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

- (6) 右の図のように円周を12等分する点をとった。このとき、 x の値を求めなさい。



- (7) 右の図で、 $\ell \parallel m$ 、 $AB=AC$ であるとき、 $\angle BAC$ の大きさを求めなさい。ただし、同じ印のついた角の大きさは等しいものとする。



2.

ある学校の昨年度の生徒数は480人であった。今年度は昨年度に比べ、男子が10%増加し、女子が1人減少したので、全体の生徒数は昨年度に比べ5%増加した。

- (1) 昨年度の男子の生徒数を x 人、女子の生徒数を y 人として、連立方程式を作りなさい。
- (2) 今年度の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

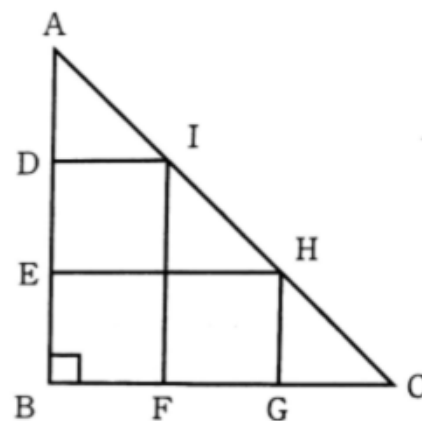
3.

— 右の図のような $AB=BC=3$ の直角二等辺三角形 ABC があり、辺 AB , BC , CA を3等分する点をそれぞれ D , E , F , G , H , I とする。

このとき、次の問いに答えなさい。

ただし、円周率は π を用いること。

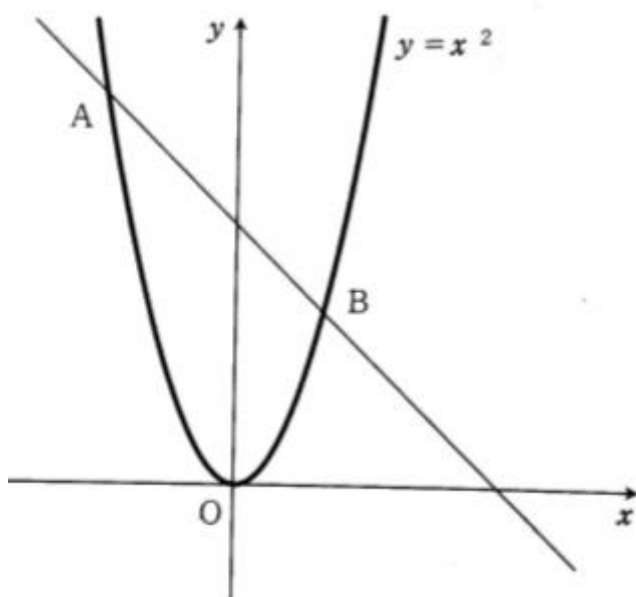
- (1) 直線 AB を軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる立体の体積 V を求めなさい。
- (2) 直線 AB を軸として、四角形 $DEHI$ を1回転させてできる立体の体積を W とすると、 $V:W$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (3) 直線 IF を軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。



4.

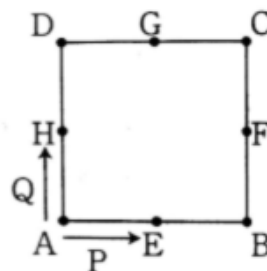
下の図のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に2点A、Bがあり、点A、Bの x 座標はそれぞれ -3 、 2 である。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 直線ABの式を求めなさい。
- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。
- (3) 関数 $y = x^2$ のグラフ上の原点Oと点Aの間に点Pをとる。 $\triangle PAB$ の面積と $\triangle OAB$ の面積が等しいとき、点Pの座標を求めなさい。



5.

右の図の正方形ABCDにおいて、各辺の中点をE, F, G, Hとする。
さいころを1回投げて、頂点Aからさいころの出た目の数だけ、P君は
反時計回り ($A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow \dots$) に進み、Q君は時計回り ($A \rightarrow H \rightarrow$
 $D \rightarrow G \rightarrow \dots$) に進むものとする。P君とQ君がそれぞれさいころを1回
ずつ投げたとき、次の問いに答えなさい。



- (1) P君とQ君が同じ位置にいる確率を求めなさい。
- (2) P君のいる位置を点P、Q君のいる位置を点Qとしたとき、 $\triangle APQ$ が二等辺三角形となる確率を求めなさい。

6.

右の図の $\triangle ABC$ において、辺 AB を
2 : 3 に分ける点を D 、点 D を通り
辺 BC に平行な直線と辺 AC の交点を E 、
辺 BC の中点を F 、 EF と DC の交点を
 G とする。このとき、次の三角形の面積
の比を最も簡単な整数で表しなさい。

- (1) $\triangle DEG : \triangle CFG$
- (2) $\triangle ADE : \triangle DBF$
- (3) $\triangle CFG : \triangle ABC$

