(　大成　)高等学校　H(25)数学

（１００点満点　（50　）分）

１．次の問いに答えなさい。

(1)　$-3^2+5\times(-2)$を計算しなさい。

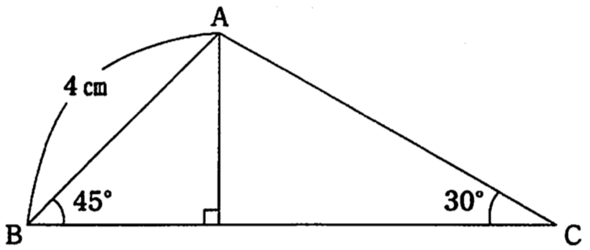
(2)　$(2+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})-(1-\sqrt{12})^2$を計算しなさい。

(3)　$\frac{1}{3}(x+4y)-\frac{1}{4}(2x-y)$を計算しなさい。

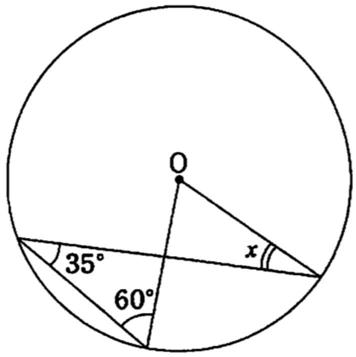
(4)　$(x+2)^2+5(x+2)-6$を因数分解しなさい。

(5) 連立方程式$\begin{cases} \dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{2}=1 \\ 0.35x-0.1y=3 \end{cases}$を解きなさい。

(6) 下の図で，△ABCの面積を求めなさい。



(7) 下の図で，∠xの大きさを求めなさい。

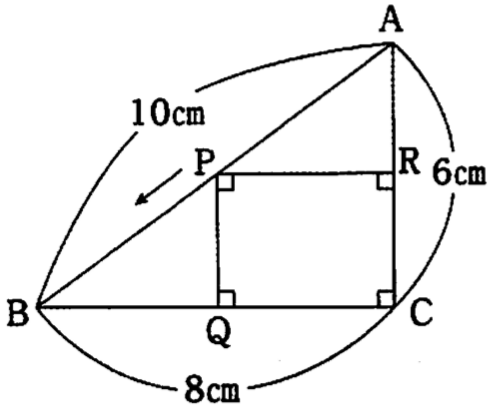


2.

右の図のように，AB＝10cm，BC＝8cm，CA＝6cmの直角三角形ABCがある。点Pは点Aを出発して，辺AB上を毎秒1cmの速さで点Bまで動くものとする。また，2点Q，Rをそれぞれ辺BC上，辺CA上に四角形PQCRが長方形になるようにとる。

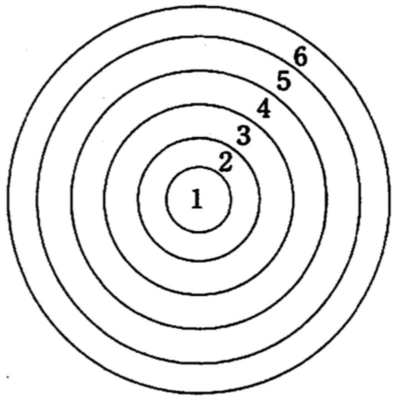
(1) 点Pが点Aを出発してから5秒後の△APRの面積を求めなさい。

(2) 長方形PQCRの面積が9cm^{2}になるのは点Pが点Aを出発してから何秒後か。



３.

右の図のように，半径が1cmずつ異なる円形の的がある。さいころを投げて，出た目の数の約数の部分に色を塗ることにする。ただし，いちばん小さな円の半径は1cmである。



⑴　さいころを１回投げる。3の目が出たとき，色を塗る部分の面積を求めなさい。

⑵　さいころを１回投げる。色を塗る部分の面積が10π cm^{2}以下になる確率を求めなさい。

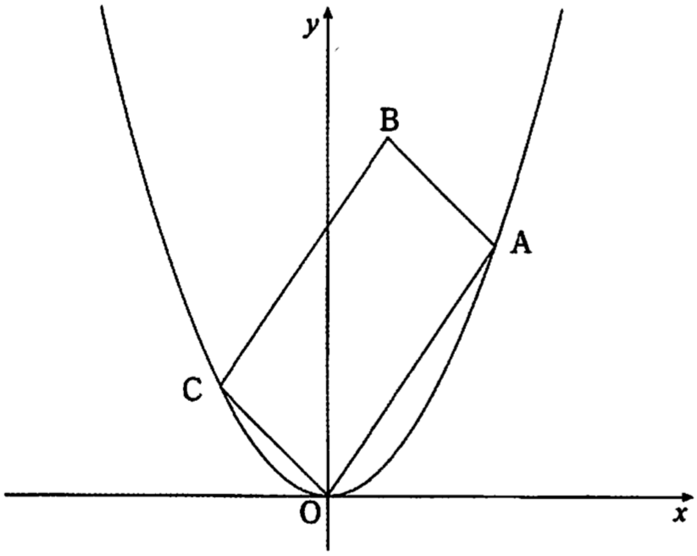
4.

上の図の四角形 OABC は平行四辺形で，2 点 A，C は関数 $y=ax^2$ グラフ上の点である。
また，点 A の座標は（4，8），点 C の x 座標は -2 である。

(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 BC の方程式を求めなさい。

(3) 平行四辺形 OABC の面積を求めなさい。



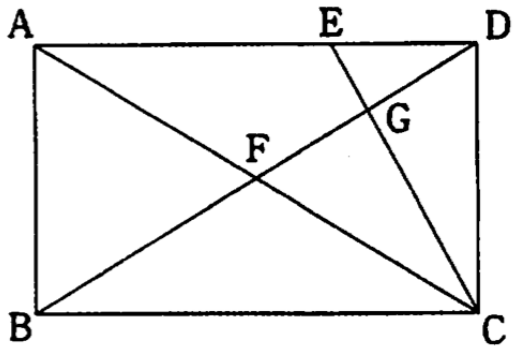
5.

右の図の長方形ABCDは，AB＝6，AD＝10，DE＝2である。また，対角線AC，線分CEと対角線BDの交点をそれぞれF，Gとする。

(1) BG：GDを最も簡単な整数の比で答えなさい。

(2) BF：GDを最も簡単な整数の比で答えなさい。

(3) △CFGの面積を求めなさい。



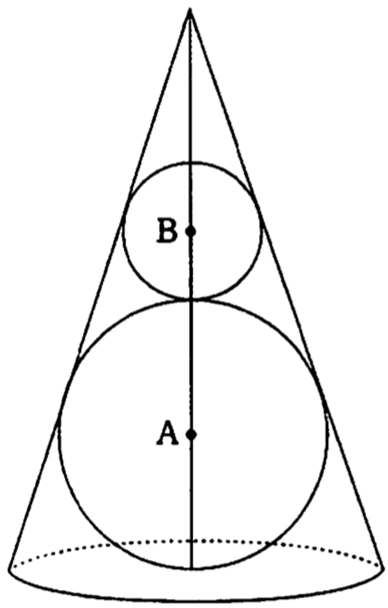
6.

右の図のように，底面の半径が 2，母線の長さが 6 の円すいに大，小の 2 つの球 A，B が接している。

(1) この円すいの高さを求めなさい。

(2) 球 A の半径を求めなさい。

(3) 球 A と球 B の体積の比を最も簡単な整数で求めなさい。



(　大成　　)高等学校　　H(25)数学

（１００点満点　（50　）分）

１．次の問いに答えなさい。

---

(1)　$-3^2+5\times(-2)$を計算しなさい。

$= -9+(-10) \quad = -19$

(2)　$(2+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})-(1-\sqrt{12})^2$を計算しなさい。

$= 10-2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-3 - (1-2\sqrt{12}+12)$

$= 7+3\sqrt{3}-13+2\sqrt{12}$

$= -6+3\sqrt{3}+4\sqrt{3} \quad = -6+7\sqrt{3}$

(3)　$\frac{1}{3}(x+4y)-\frac{1}{4}(2x-y)$を計算しなさい。

$= \frac{4(x+4y)}{12} - \frac{3(2x-y)}{12}$

$= \frac{4x+16y-6x+3y}{12}$

$= \frac{-2x+19y}{12}$

$-\frac{1}{6}x+\frac{19}{12}y$ も可

(4)　$(x+2)^2+5(x+2)-6$を因数分解しなさい。

$x+2=M$ とおくと

M^2+5M-6

$=(M+6)(M-1)$

$M=x+2$ を戻すと

$=(x+2+6)(x+2-1)$

$=(x+8)(x+1)$

(5) 連立方程式 $\begin{cases} \frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1 & \cdots ① \\ 0.35x-0.1y=3 & \cdots ② \end{cases}$ を解きなさい。

① × 4 − ② × 20

$$\begin{array}{rl} & x+2y=4 \\ +) & 7x-2y=60 \\ \hline & 8x \quad = 64 \\ & x = 8 \end{array}$$

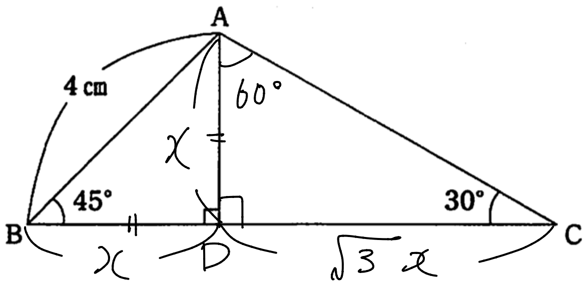
代入

$8+2y=4$

$y=-2$

$(x, y) = (8, -2)$

(6) 下の図で，△ABC の面積を求めなさい。



AD = x とすると

△ABDは 45°, 45°, 90°

△ADCは 60°, 30°, 90° の

直角三角形なので

BD = x, DC = $\sqrt{3}\,x$ となる。

△ABD の AD と AB は $1:\sqrt{2}$

の比なので

$x:4 = 1:\sqrt{2}$ 　 $x = 2\sqrt{2}$

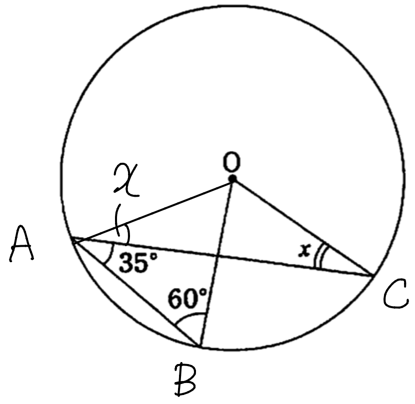
$BC = x+\sqrt{3}x = 2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

$\triangle ABC = BC \times AD \times \frac{1}{2}$

$= (2\sqrt{2}+2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$

$= 4+4\sqrt{3}$ (cm²)

(7) 下の図で，∠x の大きさを求めなさい。



- AOを結ぶと
  △OAC は，OA = OC の二等辺
  三角形となり，∠OAC =
  ∠OCA = x

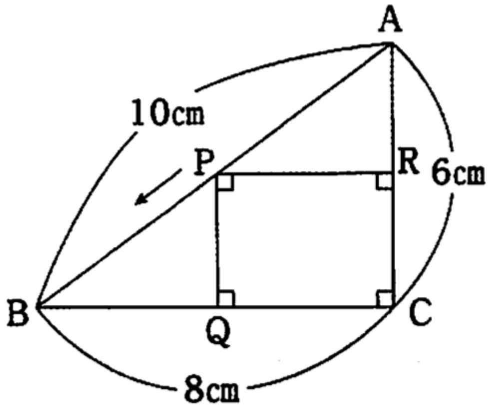
- △OAB は OA = OB の二等辺
  三角形となり
  ∠OAB = ∠OBA
  $x+35° = 60°$ 　 $x = 25°$

2.

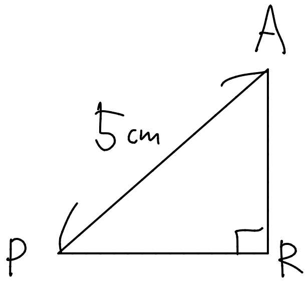
右の図のように，AB＝10cm，BC＝8cm，CA＝6cm の直角三角形 ABC がある。点 P は点 A を出発して，辺 AB 上を毎秒 1cm の速さで点 B まで動くものとする。また，2 点 Q，R をそれぞれ辺 BC 上，辺 CA 上に四角形 PQCR が長方形になるようにとる。

(1) 点 P が点 A を出発してから 5 秒後の△APR の面積を求めなさい。

(2) 長方形 PQCR の面積が 9cm^2 になるのは点 P が点 A を出発してから何秒後か。



(1)



毎秒1cmなので

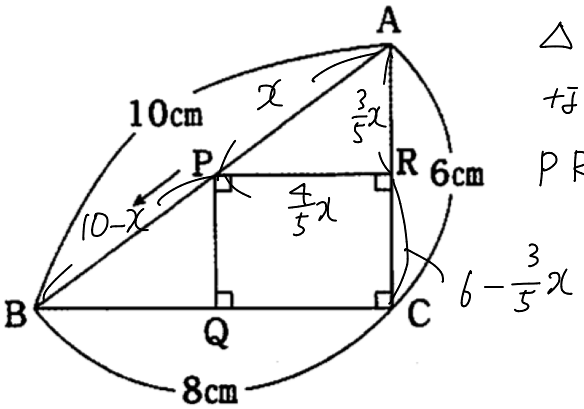
5秒後は AP = 5cm

△ABCは 10:8:6 = 5:4:3 の直角三角形

よって PC = 4cm, AR = 3cm

$\triangle APR = PR \times AR \times \frac{1}{2} = 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 6\text{cm}^2$ //

(2)



△APR で AP:PR:AR = 5:4:3

なので

$PR = \frac{4}{5}x$, $AR = \frac{3}{5}x$

□PQCR = PR × RC

$9 = \frac{4}{5}x \times \left(6 - \frac{3}{5}x\right)$

$9 = \frac{24}{5}x - \frac{12}{25}x^2$ ×25

$12x^2 - 120x + 225 = 0$

$4x^2 - 40x + 75 = 0$

解の公式より

$x = \dfrac{40 \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \times 4 \times 75}}{2 \times 4}$

$= \dfrac{40 \pm 20}{8}$

$= \frac{25}{2}, \frac{5}{2}$

以上より

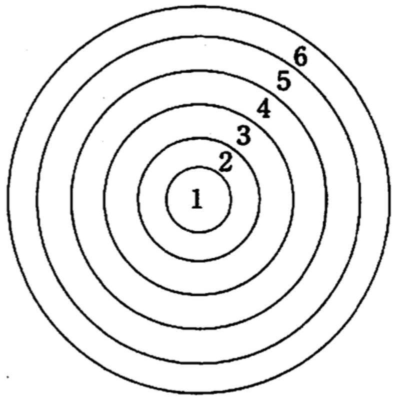
$\frac{25}{2}$秒，$\frac{5}{2}$秒後 //

3.

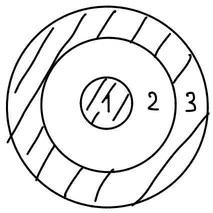
右の図のように，半径が1cmずつ異なる円形の的がある。さいころを投げて，出た目の数の約数の部分に色を塗ることにする。ただし，いちばん小さな円の半径は1cmである。

(1)　さいころを１回投げる。３の目が出たとき，色を塗る部分の面積を求めなさい。

(2)　さいころを１回投げる。色を塗る部分の面積が $10\pi\,\mathrm{cm}^2$ 以下になる確率を求めなさい。



(1)



半径3cmの円 − 2cmの円 + 1cmの円

$= (3\times3\times\pi) - (2\times2\times\pi) + (1\times1\times\pi)$

$= \underline{6\pi\ (\mathrm{cm}^2)}$ //

(2) $\boxed{1}$ さいころが4のとき $\longrightarrow$ 約数 = 1, 2, 4

$4^2\pi - 3^2\pi + 2^2\pi = (16-9+4)\pi = 11\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ ×

$\boxed{2}$ さいころが5のとき $\longrightarrow$ 約数 = 1, 5

$5^2\pi - 4^2\pi + \pi = 10\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ ○

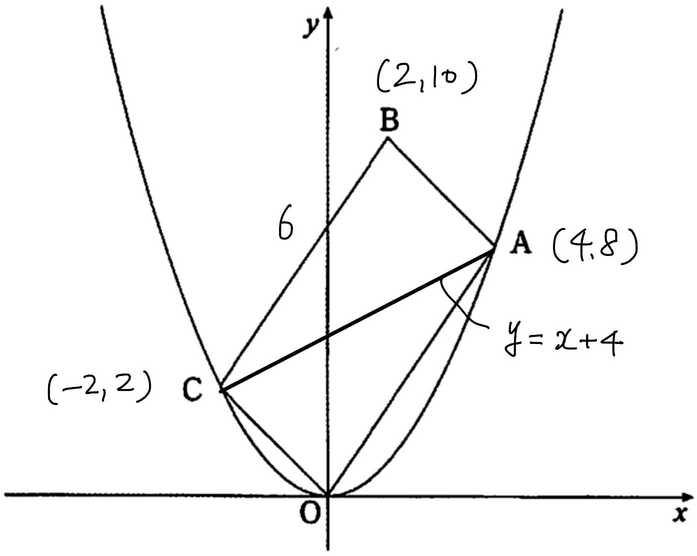
$\boxed{3}$ さいころが6のとき $\longrightarrow$ 約数 = 1, 2, 3, 6

$3^2\pi + (6^2\pi - 5^2\pi) = 20\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ ×

よって さいころが 1, 2, 3, 5 の4通りなので，$\dfrac{4}{6} = \underline{\dfrac{2}{3}}$ //

4.

上の図の四角形OABCは平行四辺形で，2点A，Cは関数 $y=ax^2$ グラフ上の点である。
また，点Aの座標は（4，8），点Cの x 座標は -2 である。
(1) a の値を求めなさい。
(2) 直線BCの方程式を求めなさい。
(3) 平行四辺形OABCの面積を求めなさい。



(1) A(4,8) を $y=ax^2$ に代入

$8 = a\times4^2$ 　 $a=\frac{1}{2}$ //

(2) Cの x 座標が -2 なので

C(−2, 2)

□OABCは平行四辺形なので BC∥AO で傾きが等しい。

OからAは右へ4, 上へ8なので

B(−2+4, 2+8) = B(2, 10)

CBの傾き $= \frac{10-2}{2-(-2)} = 2$

$2 = 2\times(-2)+b$
$b = 6$ → $y = 2x+6$ //

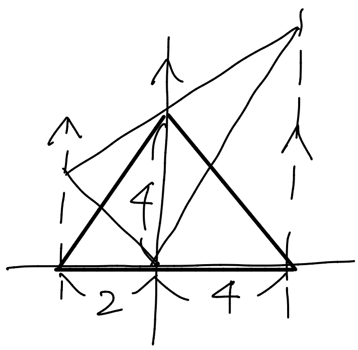
(3) □ABCD = △AOC×2

AC: $y=x+4$ なので

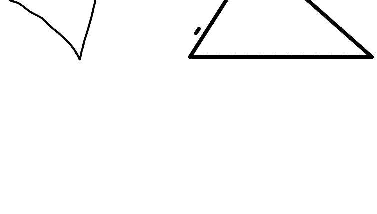
$\triangle AOC = (4-(-2))\times4\times\frac{1}{2}$

$= 12$

□ABCD $= 12\times2 = 24$ //



等積変形で



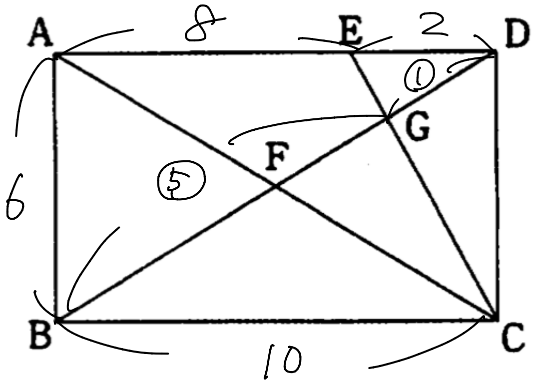
5.

右の図の長方形 ABCD は，AB＝6，AD＝10，DE＝2 である。また，対角線 AC，線分 CE と対角線 BD の交点をそれぞれ F，G とする。

(1)　BG：GD を最も簡単な整数の比で答えなさい。

(2)　BF：GD を最も簡単な整数の比で答えなさい。

(3)　△CFG の面積を求めなさい。



(1) △EGD と △CGB で

BG : GD = BC : ED

= 10 : 2 = 5 : 1

(2) F は BD の中点 なので BD = 5 + 1 = 6 より BF = 3

よって BF : GD = 3 : 1

(3) (1), (2) より BF : FG : GD = 3 : 2 : 1

△BFC : △CFG : △CGD = 底辺比

BF : FG : GD

= 3 : 2 : 1

□ABCD = △BCD × 2

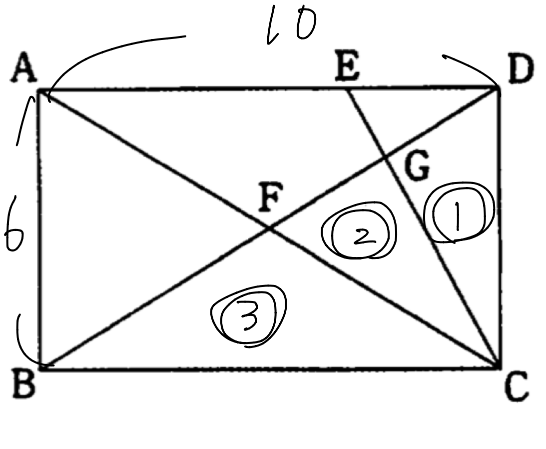
= 面積比 6 × 2

= 12 = 6 × 10

12 : 60 = 2 : △CFG

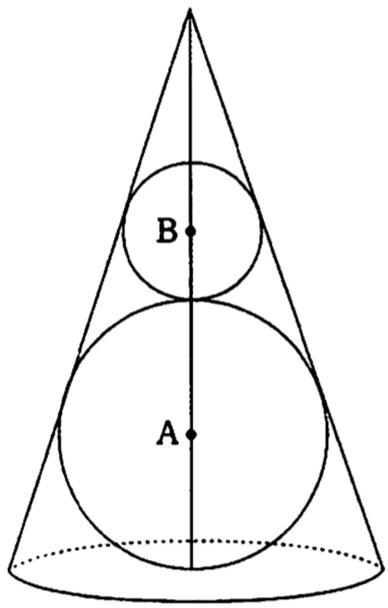
12△CEF = 120

△CEF = 10

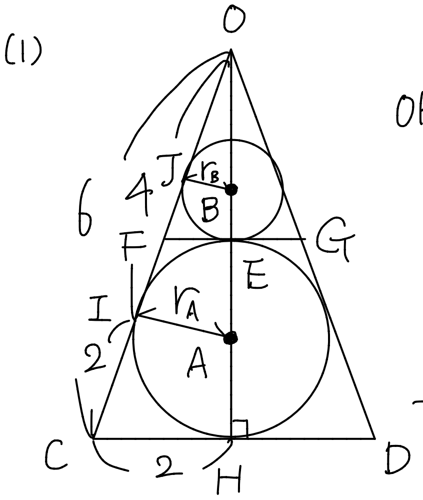


6.

右の図のように，底面の半径が 2，母線の長さが 6 の円すいに大，小の 2 つの球 A，B が接している。
(1) この円すいの高さを求めなさい。
(2) 球 A の半径を求めなさい。
(3) 球 A と球 B の体積の比を最も簡単な整数で求めなさい。



(1)



$OH = \sqrt{OC^2 - CH^2}$
$= \sqrt{36 - 4}$
$= \sqrt{32}$
$= 4\sqrt{2}$ //

(2) 球A, 球B の半径を r_A, r_B とすると。

$CH = CI = 2$ より $OI = 6 - 2 = 4$

$OA = OH - AH = 4\sqrt{2} - r_A$

$\triangle OAI$ で $OA^2 = OI^2 + IA^2$

$(4\sqrt{2} - r_A)^2 = 4^2 + r_A^2$

$32 - 8\sqrt{2}r_A + \cancel{r_A^2} = 16 + \cancel{r_A^2}$

$16 = 8\sqrt{2}r_A$

よって $r_A = \sqrt{2}$ //

(3)

(2) $r_A = \sqrt{2}$ より $EH = 2\sqrt{2}$ なので 円錐の高さ OH の半分となる。

よって $FE = \frac{1}{2}CH = 1$

$FE = FJ = 1$ なので
$OJ = OF - FJ = 2$

$r_A : r_B = OI : OJ$
$= 4 : 2 = 2 : 1$

体積比は相似比の3乗に等しいので

$2^3 : 1^3 = 8 : 1$ //