高校入試過去問(名古屋高校　)（H25）年数学

１００点満点（50）分

１．

---

(1)　$(-3)^3 \div \left(-\frac{9}{2}\right) - (-2^2) \times 1.75$ を計算せよ。

(2)　$\frac{3a-4b}{5} - \frac{a-8b}{15}$ を計算せよ。

(3)　$3x^2 - 12$ を因数分解せよ。

(4)　連立方程式 $\begin{cases} 3x = 4y \\ 0.2x - 0.4y = -0.3 \end{cases}$ を解け。

(5)　$a = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$，$b = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ のとき，$12a^3b^4 \div 2ab^2$ の値を求めよ。

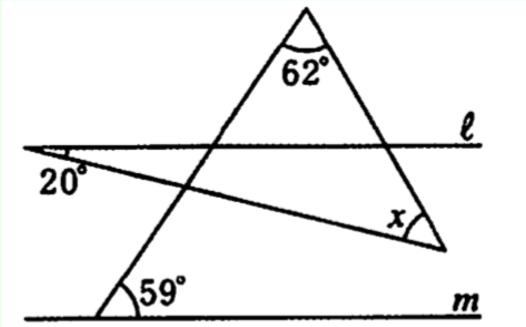
(6)　大小２つのさいころを同時に投げる。出た目の積が４の倍数となる確率を求めよ。

(7)　関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ において，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めよ。

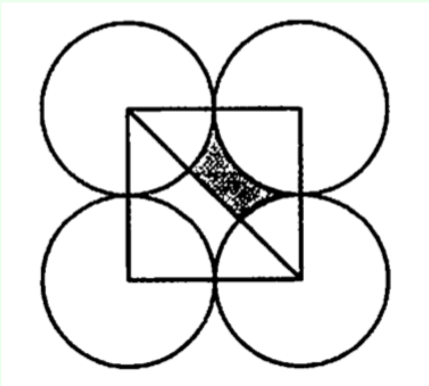
(8)　仕入れ値が１個 a 円である品物がある。この品物に仕入れ値の４割の利益を見込んで定価をつけると 400 個の品物が売れた。このとき，売り上げの総額を a を用いて表せ。

２.

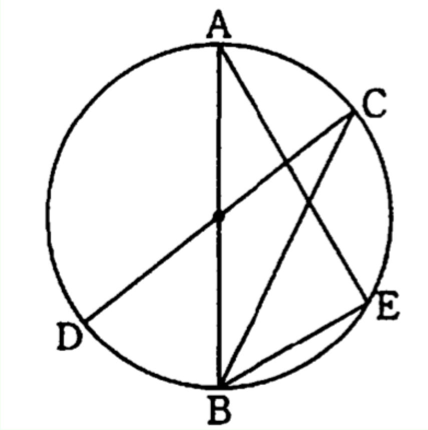
(1)　次の図で $\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。



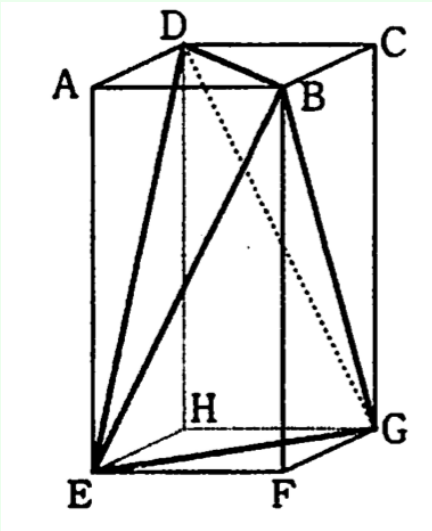
(2)　図のように半径 1cm の円が接しており，その中心を結んで正方形を作り，その正方形について対角線を引く。このとき，斜線部分の面積を求めよ。



(3)　図のように，半径が 1cm の円に直径 AB を引き，$\overset{\frown}{BD}=\frac{5}{18}\pi$ cm となるように点 D をとり，直径CDを引く。また，$\overset{\frown}{BE}=\frac{1}{3}\pi$ cmとなるように点Eを直径ABに対して点Dと反対側にとる。このとき，∠CBE の大きさを求めよ。



(4)　図のような AB = 2cm，AD = 1cm，AE = 4cm である直方体 ABCD − EFGH において，三角すい B − DEG の体積を求めよ。



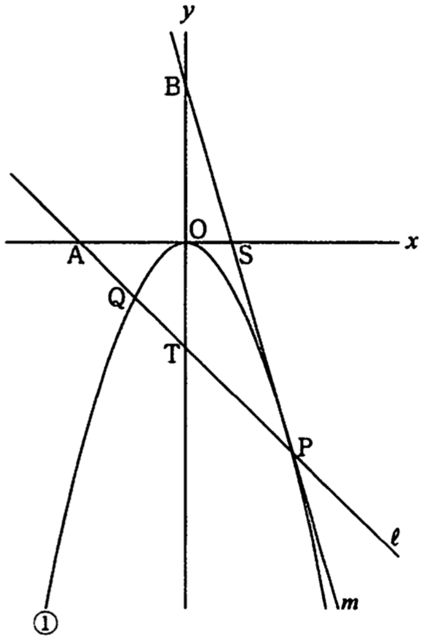
３.

関数 $y=-x^2$ のグラフ…①と，点A$(-2,\ 0)$，点B$(0,\ 3)$，点T$(0,\ -2)$，直線 ℓ がある。直線 ℓ は点Aおよび点Tを通り，図のように①と点P，Qで交わる。点B，Pを通る直線を m，直線 m と x 軸との交点をSとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ の式を求めよ。

(2) 点Pの x 座標を求めよ。

(3) 三角形QPSの面積を求めよ。



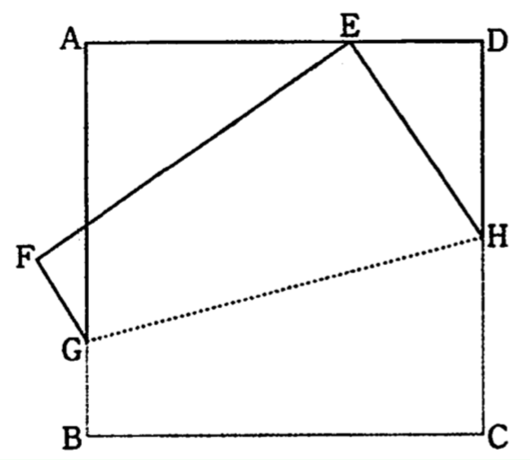
４.

１辺の長さが 9cm である正方形 ABCD がある。この正方形の辺 AB 上の点 G と辺 CD 上の点 H を結ぶ線分 GH を折り目として折り曲げたところ，点 C が辺 AD を 2:1 に分ける点 E と重なった。また，点 B は点 F の位置に移った。このとき，次の問いに答えよ。

(1) CH の長さを求めよ。

(2) BG の長さを求めよ。

(3) 3 辺 EF，EH，GH に接する円の半径を求めよ。



５.

nを整数とする。次の問いに答えよ。

(1) $\sqrt{\dfrac{2000}{n}}$が整数となるnは何個あるか。

(2) 1以上100以下の整数mに対して，$\sqrt{\dfrac{m}{n}}$が整数となるnの個数を＜m＞で表すものとする。

① ＜m＞＝3となる最小のmを求めよ。

② ＜m＞＝4となるmは全部で何個あるか。

高校入試過去問(名古屋高校) (H25)年数学

１００点満点（50 ）分

１.

---

(1) $(-3)^3 \div \left(-\frac{9}{2}\right) - (-2^2) \times 1.75$ を計算せよ。

$= -27 \times \left(-\frac{2}{9}\right) - (-4) \times 1\frac{3}{4}$

$= 6 + 7 \quad = 13$

Point

- $0.75 = \frac{3}{4}$
- $1.75 = 1 + 0.75$
  $= 1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$

よく使います！

(2) $\frac{3a-4b}{5} - \frac{a-8b}{15}$ を計算せよ。

$= \frac{3(3a-4b)}{15} - \frac{a-8b}{15}$

$= \frac{9a-12b-(a-8b)}{15}$

$= \frac{9a-12b-a+8b}{15}$

$= \frac{8a-4b}{15}$ //

Point

(　)の存在

(3) $3x^2 - 12$ を因数分解せよ。

$= 3(x^2-4)$

$= 3(x+2)(x-2)$ //

Point

第1に「共通因数」に注目しよう！

※（　）の外に出さないと全く進めない場合もよくあります！！

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 3x = 4y & \text{①} \\ 0.2x - 0.4y = -0.3 & \text{②} \end{cases}$ を解け。

Point

本番は、「効率良く進めたい!」という思いを捨てて、計算しやすい形にパパッと変形して進めることもよくあります。

② ×10 に ① の $x = \frac{4}{3}y$ を代入。

$2 \times \frac{4}{3}y - 4y = -3$

$\times 3$

$8y - 12y = -9$

$y = \frac{9}{4}$

代入して $x = \frac{4}{3} \times \frac{9}{4} = 3$

$(x, y) = \left(3, \frac{9}{4}\right)$ //

(5) $a = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$, $b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ のとき，$12a^3b^4 \div 2ab^2$ の値を求めよ。

$12a^3b^4 \div 2ab^2 = \frac{12a^3b^4}{2ab^2} = 6a^2b^2$

$= 6(ab)^2$

$ab = \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

$= \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$

代入して

$6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 6 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$ //

Point

$6a^2b^2$ で代入すると，一気に計算量が増えるので $6(ab)^2$ まで変形する手段も身につけよう!

(6) 大小２つのさいころを同時に投げる。出た目の積が４の倍数となる確率を求めよ。

◎ 4の倍数 … 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36

（さいころは $6\times6=36$ が最大）

4 … (1,4) (4,1) (2,2)

8 … (2,4) (4,2)

12 … (2,6) (6,2) (3,4) (4,3)

16 … (4,4)

20 … (4,5) (5,4)

24 … (4,6) (6,4)

28 ×

32 ×

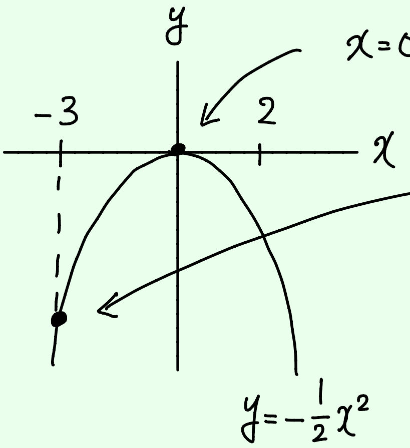
36 … (6,6)

以上15通り

$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$ //

---

(7) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ において，x の変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域を求めよ。



$x=0$のときMAX 0 をとる。

$x=-3$のとき

min $y=-\frac{9}{2}$ をとる。

$\therefore\ -\frac{9}{2}\leqq y\leqq 0$ //

---

(8) 仕入れ値が１個 a 円である品物がある。この品物に仕入れ値の４割の利益を見込んで定価をつけると 400 個の品物が売れた。このとき，売り上げの総額を a を用いて表せ。

◎ 仕入れ値 a円

↓ 4割の利益

定価 $a+0.4a=1.4a$(円)

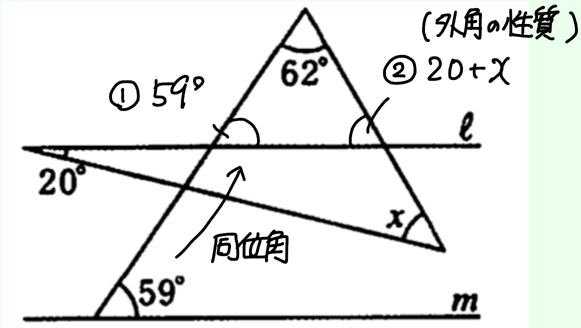
◎ 売り上げ総額

$=$ 定価 $1.4a\times400=560a$(円) //

1つずつ値段を出して整理する！

2.

(1) 次の図で $\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

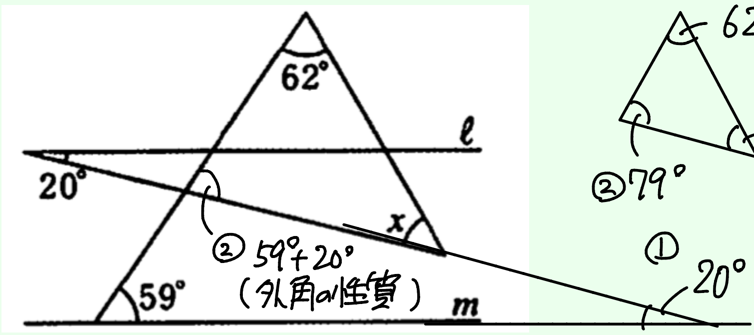


1番上の三角形に角が集まり，

$59 + 62 + 20 + x = 180$

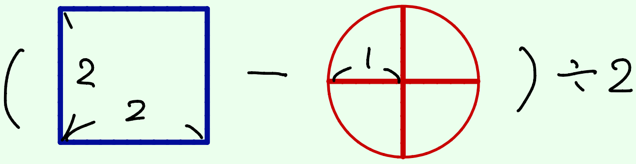
$\angle x = 39°$

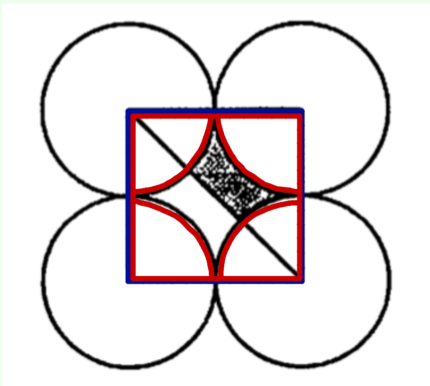
(別アプローチ)



で $x = 39°$

(2) 図のように半径 1cm の円が接しており，その中心を結んで正方形を作り，その正方形について対角線を引く。このとき，斜線部分の面積を求めよ。





で求めることができる。

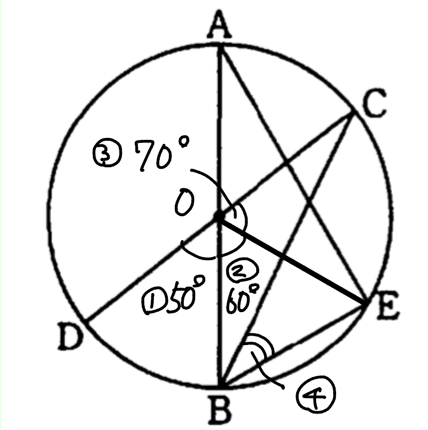
$(2 \times 2 - \pi \times 1^2) \div 2 = (4 - \pi) \div 2$

$= 2 - \frac{\pi}{2}$ (cm²)

円がからむ問題は，組み合わせると，

単純な形で考えられることが多い！

(3) 図のように，半径が 1cm の円に直径 AB を引き，$\overset{\frown}{BD}=\frac{5}{18}\pi$ cm となるように点 D をとり，直径CD を引く。また，$\overset{\frown}{BE}=\frac{1}{3}\pi$ cm となるように点 E を直径 AB に対して点 D と反対側にとる。このとき，∠CBE の大きさを求めよ。



① $\overset{\frown}{BD}=\frac{5}{18}\pi$ より

中心角 $\angle BOD = 360^\circ \times \frac{\frac{5}{18}\pi}{2\pi} = 50^\circ$

② $\overset{\frown}{BE}$ で同様にして $\angle BOE = 60^\circ$

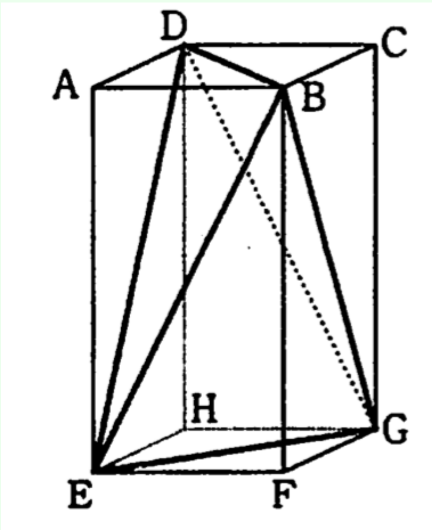
③ ①, ② より $\angle COE = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ)$
$= 70^\circ$

④ $\angle CBE = \frac{1}{2}\angle COE = 35^\circ$ //

Point

④を求めたいので OE を引いて，
円周角の定理を用いた！

(4) 図のような AB = 2cm，AD = 1cm，AE = 4cm である直方体 ABCD − EFGH において，三角すい B − DEG の体積を求めよ。



◎ 求めたい三角錐 B − DEG

= 直方体 ABCD − EFGH

− (三角錐 E − ABD)
− (三角錐 G − DBC)
− (〃 B − EFG)
− (〃 D − EGH)

4つとも同じ体積

1つの体積 $= 2\times1\times\frac{1}{2}\times4\times\frac{1}{3}$
$= \frac{4}{3}$ (cm³)

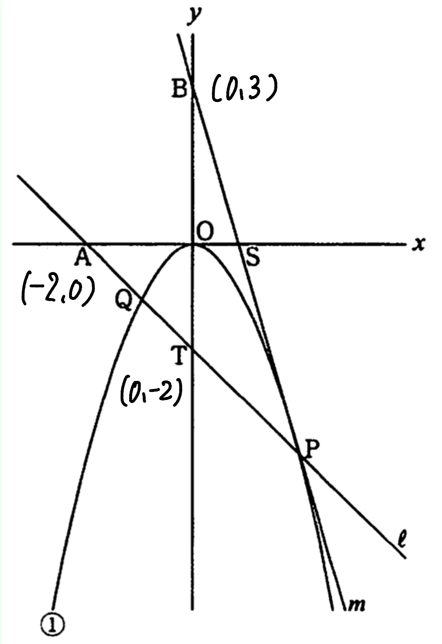
よって 直方体 $2\times1\times4 - \frac{4}{3}\times4 = 8-\frac{16}{3} = \frac{8}{3}$ (cm³) //

Point

特殊な形の体積は，
足し算や引き算を用いて求める！

3.

関数 $y=-x^2$ のグラフ…①と，点A(−2, 0)，点B(0, 3)，点T(0, −2)，直線 ℓ がある。直線 ℓ は点Aおよび点Tを通り，図のように①と点P，Qで交わる。点B，Pを通る直線を m，直線 m と x 軸との交点をSとする。このとき，次の問いに答えよ。



(1) 直線 ℓ の式を求めよ。

(2) 点Pの x 座標を求めよ。

(3) 三角形QPSの面積を求めよ。

(1) ℓ：$(-2,0)$ $(0,-2)$ を通るので

傾き $= \dfrac{-2-0}{0-(-2)} = -1$

切片 $= -2$ → $\ell: y=-x-2$ //

(2) Pは 2つのグラフ ℓ, ① の交点

$\begin{cases} y=-x^2 \\ y=-x-2 \end{cases}$ → $(x+1)(x-2)=0$

$x=-1, 2$

$x>0$ より 2 //

(3) Sは B(0,3) とP(2,−4) を通る直線 m と x軸との交点。

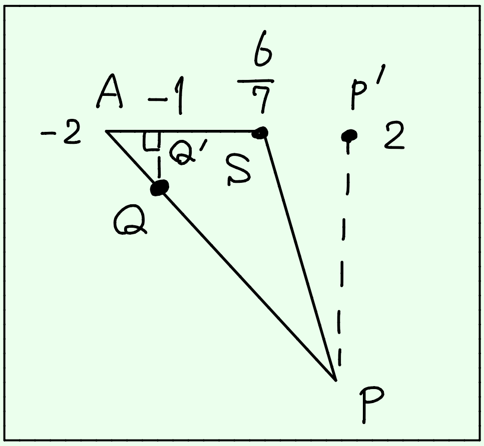
m：傾き $= \dfrac{-4-3}{2-0} = -\dfrac{7}{2}$，切片3 で $y=-\dfrac{7}{2}x+3$

$y=0$ を代入し $\dfrac{7}{2}x=3$ $x=\dfrac{6}{7}$ $S\left(\dfrac{6}{7}, 0\right)$

Qの x座標が (2)より −1。

$\triangle QPS = \triangle ASP \times \dfrac{3}{4}$

$AP:AQ = AP':AQ' = 4:1$



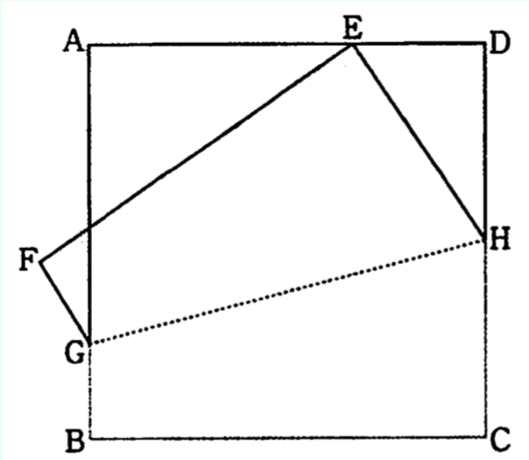
$= AS \times PP' \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{4}$

$= \dfrac{20}{7} \times 4 \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{30}{7}$ //

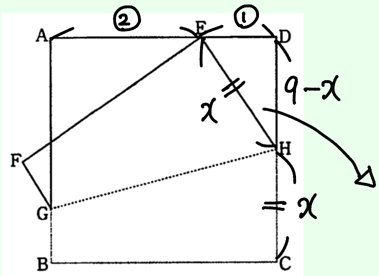
4.

1辺の長さが9cmである正方形ABCDがある。この正方形の辺AB上の点Gと辺CD上の点Hを結ぶ線分GHを折り目として折り曲げたところ，点Cが辺ADを2:1に分ける点Eと重なった。また，点Bは点Fの位置に移った。このとき，次の問いに答えよ。

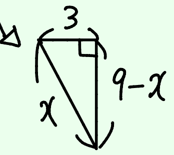
(1) CHの長さを求めよ。
(2) BGの長さを求めよ。
(3) 3辺EF，EH，GHに接する円の半径を求めよ。



(1)



1辺 9cm より
AE = 6cm
ED = 3cm



三平方の定理より

$x^2 = 3^2 + (9-x)^2$

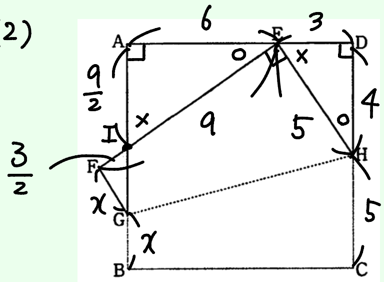
$x^2 = 9 + 81 - 18x + x^2$

$18x = 90$　　$x = 5$

$\therefore$ CH = 5cm //

---

(2)



△AIE ∽ △DEH

より　$6:4 = AI:3$

$4AI = 18$

$AI = \frac{9}{2}$

同様に　$IE = \frac{15}{2}$

$\therefore FI = FE - IE$

$= 9 - \frac{15}{2} = \frac{3}{2}$

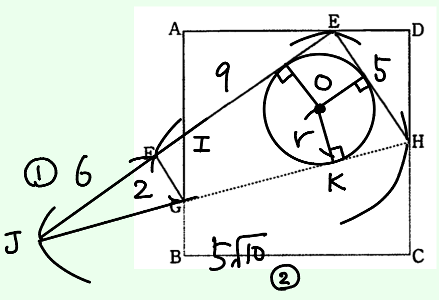
△AIE ∽ △FIG より

$\frac{9}{2} : \frac{3}{2} = 6 : FG$

$FG = 2 = BG$ //

---

(3)



① △JFG ∽ △JEH

JE : JF = EH : FG

JF + 9 : JF = 5 : 2

5JF = 2(JF + 9)　　JF = 6

② △JEHで三平方。

$JH = \sqrt{15^2 + 5^2} = 5\sqrt{10}$

③ △JEHの面積を2通りで求める。
(半径r)

$5 \times 15 \times \frac{1}{2} = (5\sqrt{10} + 5 + 15) \times r \times \frac{1}{2}$

$15 = r(\sqrt{10} + 4)$

$r = \frac{15}{\sqrt{10} + 4}$

$r = \frac{15(\sqrt{10} - 4)}{(\sqrt{10} + 4)(\sqrt{10} - 4)}$

$= \frac{15\sqrt{10} - 60}{-6} = \frac{20 - 5\sqrt{10}}{2}$ (cm) //

n を整数とする。次の問いに答えよ。

(1) $\sqrt{\dfrac{2000}{n}}$ が整数となる n は何個あるか。

(2) 1 以上 100 以下の整数 m に対して，$\sqrt{\dfrac{m}{n}}$ が整数となる n の個数を $<m>$ で表すものとする。

① $<m> = 3$ となる最小の m を求めよ。

② $<m> = 4$ となる m は全部で何個あるか。

(1) $2000 = 2^4 \times 5^3$ より $\dfrac{2^4 \times 5^3}{n}$ が 整数の2乗 になればよい。

$\dfrac{2^2 \times 2^2 \times 5^2 \times 5}{n}$

$n = 5,\ 5 \times 2^2,\ 5 \times 2^2 \times 2^2$

$= 5 \times 2^2 \times 5^2,\ 5 \times 5^2$

$= 5 \times 2^2 \times 2^2 \times 5^2$ の 6個 がある

分子に「2乗」が残るように選ぶ。

(2) $m = 2^2 = 4$ のとき $n = 1, 4$ で $<m> = 2$

$m = 3^2 = 9$ $\quad n = 1, 9$ $\quad <m> = 2$

$m = (2^2)^2 = 16$ $\quad n = 1, 4, 16$ $\quad <m> = 3$ よって最小の m は 16

(3) $m = (2^2)^2 \times 2 = 32$ $\quad n = 2, 8, 32$ で $<m> = 3$

$= 2^2 \times 3^2 = 36$ $\quad n = 1, 4, 9, 36$ で $<m> = 4$

$= (2^2)^2 \times 2^2 = 64$ $\quad n = 1, 4, 16, 64$ で $<m> = 4$

$= 2^2 \times 3^2 \times 2 = 72$ $\quad n = 2, 8, 18, 72$ で $<m> = 4$

$= 3^2 \times 3^2 = 81$ $\quad n = 1, 9, 81$ で $<m> = 3$

$= 2^2 \times 5^2 = 100$ $\quad n = 1, 4, 25, 100$ で $<m> = 4$

以上より $<m> = 4$ は 4個

m は 素数^2 はあてはまらない。 例 $m = 5^2, 7^2$

（ $n = 1$、素数^2 で $<m> = 2$ なので ）