高校入試過去問(名古屋高校) (H27)年数学

１００点満点（50 ）分

１.

（1） $(-6x^2y^3)^2 \div \left(-\dfrac{1}{2}x^7y^4\right) \times \dfrac{1}{8}x^3$ を計算せよ。

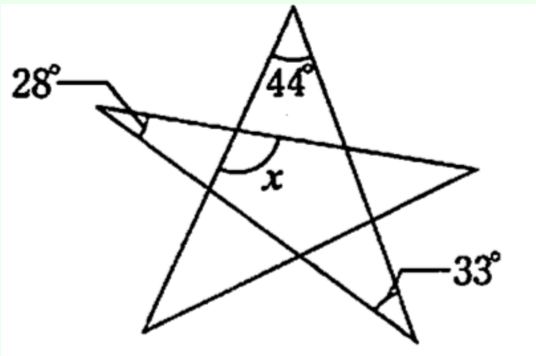
（2） $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{10}$, $y=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{10}$ のとき，$x^2+2xy+y^2$ の値を求めよ。

（3） 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{xy}=5 \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}=6 \end{cases}$ を解け。

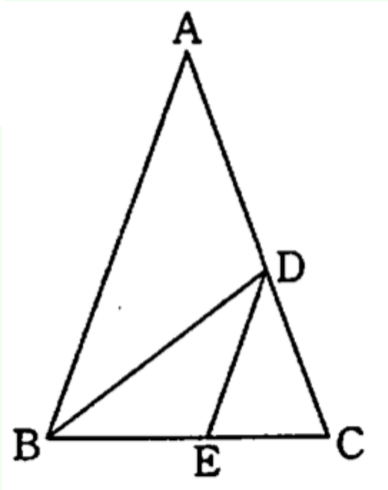
（4） $\dfrac{35}{24}$，$\dfrac{25}{18}$のどちらにかけても自然数となるような分数のうち，最小のものを求めよ。

（5） 1から6までの目が出る大，小の2つのさいころを同時に投げる。大きいさいころの出た目の数をa，小さいさいころの出た目の数をbとするとき，$a+b$が素数である確率を求めよ。ただし，どちらのさいころも1から6までの目が出る確率はすべて等しいものとする。

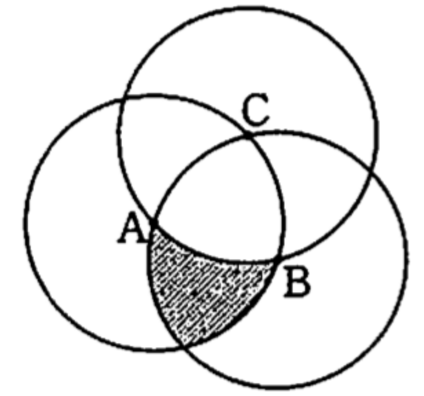
（6） 右の図において，∠x の大きさを求めよ。



（7） 右の図は，AB＝AC である二等辺三角形 ABC である。点 D は辺 AC 上にあり，点 E は辺 BC 上にある。AB＝6cm，BC＝4cm，BC＝BD，DC＝DE であるとき，線分 CE の長さを求めよ。



（８） 右の図は，半径 5cm の 3 つの円が交わり，交点 A，B，C がそれぞれの円の中心になっている図である。このとき，影をつけた部分の面積を求めよ。



２.

1 辺の長さが 2cm である正八面体がある。このとき，次の問いに答えよ。

（1）　正八面体の辺の数を答えよ。
（2）　正八面体の表面積を求めよ。
（3）　正八面体の体積を求めよ。

３.

容器の中に，濃度 12%の食塩水が 30g 入っている。容器から xg の食塩水を取り出し，そのかわりに容器に xg の水を入れてよくかき混ぜた。さらに容器から $3x$g の食塩水を取り出し，そのかわりに容器に $3x$g の水を入れてよくかき混ぜたところ，容器には 5%の食塩水ができた。このとき，次の問いに答えよ。

（1） 最初に食塩水を取り出したとき，容器に残っている食塩水に溶けている食塩の重さを x を使った文字式で表せ。

（2） x の値を求めよ。

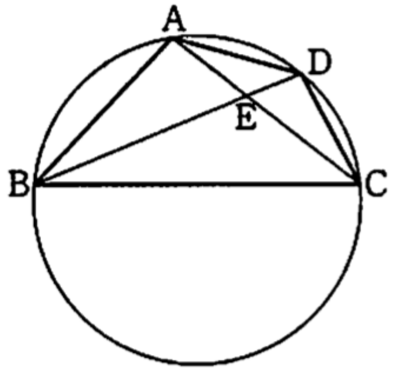
4.

右の図は，円に内接する四角形ABCDであり，AB＝3cm，AD＝CD＝2cm，BC＝5cmである。また，点Eは線分ACと線分BDの交点である。このとき，次の問いに答えよ。

（1） 図において，△ABEと相似であり合同ではない三角形をすべて答えよ。

（2） BE：EDを最も簡単な整数の比で答えよ。

（3） △ABE：△DBCを最も簡単な整数の比で答えよ。



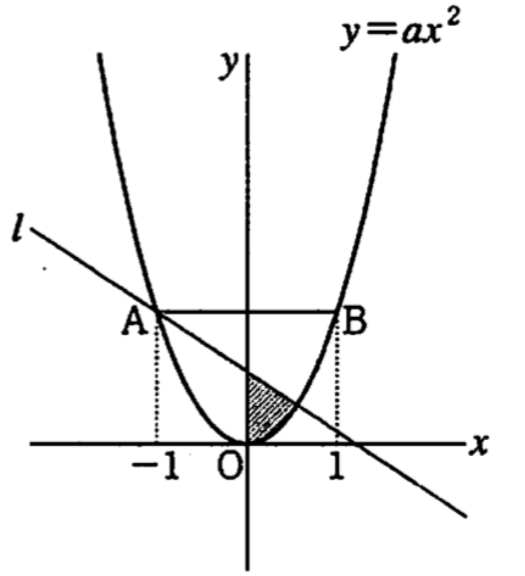
5.

右の図のように，関数 $y=ax^2(a>0)$ のグラフ上に，2点A，Bをとり，その x 座標をそれぞれ-1，1とする。直線 l は，点Aを通り，関数 $y=ax^2$ のグラフと線分ABに囲まれた部分の面積を2等分する。直線 l の傾きを $b(b<0)$ とするとき，次の問いに答えよ。ただし，a，b を用いた式で表してよい。

（1） 点Aの座標を求めよ。

（2） 直線 l の式を求めよ。

（3） 直線 l と y 軸と関数 $y=ax^2$ のグラフに囲まれた部分のうち，図の斜線部分の面積を求めよ。



高校入試過去問(名古屋高校) (H27)年数学

１００点満点（50 ）分

１．

（１） $(-6x^2y^3)^2 \div \left(-\dfrac{1}{2}x^7y^4\right) \times \dfrac{1}{8}x^3$ を計算せよ。

$$= 36x^4y^6 \times \left(-\frac{2}{x^7y^4}\right) \times \frac{x^3}{8}$$

$$= -9y^2 \quad //$$

Point

指数法則

$(x^a)^b = x^{a\times b}$

（２） $x = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{10}$, $y = \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{10}$ のとき，$x^2+2xy+y^2$ の値を求めよ。

$$x^2+2xy+y^2 = (x+y)^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{10} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{10}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} \quad //$$

Point

式の整理

→ 値の代入

（３） 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{xy} = 5 \\ \dfrac{4}{x} - \dfrac{3}{y} = 6 \end{cases}$ を解け。

$\dfrac{1}{x} = A$, $\dfrac{1}{y} = B$ とおくと

$$A + B = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = 5$$

$$\frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 4\times\frac{1}{x} - 3\times\frac{1}{y} = 4A - 3B = 6$$

$$\begin{cases} A + B = 5 \\ 4A - 3B = 6 \end{cases}$$

解くと $(A, B) = (3, 2)$

$$\frac{1}{x} = 3, \quad \frac{1}{y} = 2$$

$$\therefore \ x = \frac{1}{3}, \ y = \frac{1}{2} \quad //$$

Point

分数の対称式

$\dfrac{1}{x}$, $\dfrac{1}{y}$ を文字において進める!

（4） $\frac{35}{24}$, $\frac{25}{18}$のどちらにかけても自然数となるような分数のうち，最小のものを求めよ。

⊘ 分母・分子を「 素因数分解 」する。

$$\frac{35}{24} = \frac{5\times7}{2^3\times3} \quad , \quad \frac{25}{18} = \frac{5^2}{2\times3^2}$$

⊘ 分母の 2^3 と 3^2 両方を約分する必要があるので $2^3\times3^2$
分子の 5 が 1つ約分すれば、 $2^3\times3^2$ を $\frac{2^3\times3^2}{5}$ に小さく
できる。 $\frac{2^3\times3^2}{5} = \underline{\frac{72}{5}}$ //

自然数問題
「 素因数分解 」がカギ！

（5） 1から6までの目が出る大，小の2つのさいころを同時に投げる。大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，$a+b$ が素数である確率を求めよ。ただし，どちらのさいころも1から6までの目が出る確率はすべて等しいものとする。

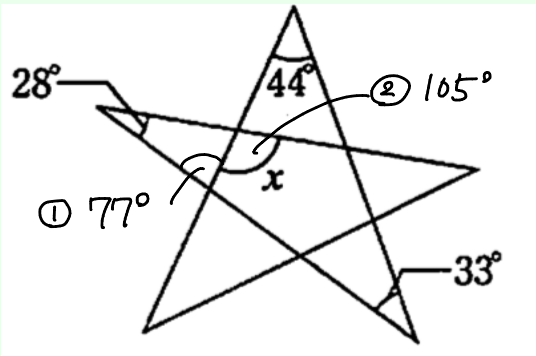
$2 \leqq a+b \leqq 12$ の素数は 2、3、5、7、11

⊘ 素数 = 2 … (1, 1)
= 3 … (1, 2) (2, 1)
= 5 … (1, 4) (4, 1) (2, 3) (3, 2)
= 7 … (1, 6) (6, 1) (2, 5) (5, 2) (3, 4) (4, 3)
= 11 … (5, 6) (6, 5)　　以上 15通り

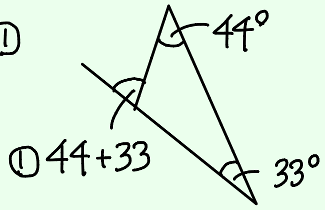
2つのさいころの出目は 36通り なので $\frac{15}{36} = \underline{\frac{5}{12}}$ //

条件を満たす組み合わせを
順番に整理して挙げていく！

（6） 右の図において，∠x の大きさを求めよ。

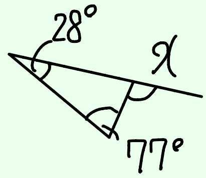


①



外角の性質

②



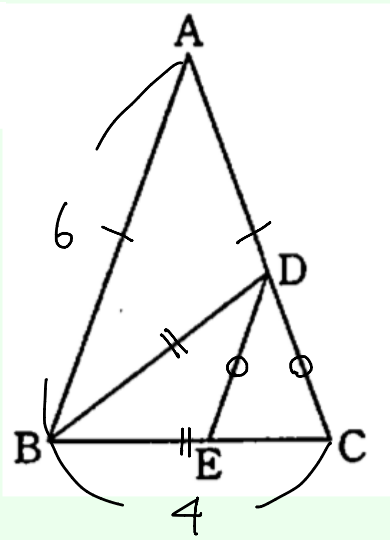
外角の性質

$x = 28 + 77$
$= 105°$

Point

外角の性質
使う場面がとても多い！

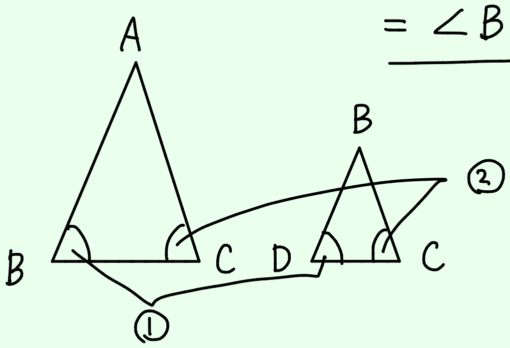
（7） 右の図は，AB＝AC である二等辺三角形 ABC である。点 D は辺 AC 上にあり，点 E は辺 BC 上にある。AB＝6cm，BC＝4cm，BC＝BD，DC＝DE であるとき，線分 CE の長さを求めよ。



◎ 相似な三角形を見つける。

$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$

$\angle ABC = \angle ACB = \angle BCD$ ②
$= \angle BDC$ ①



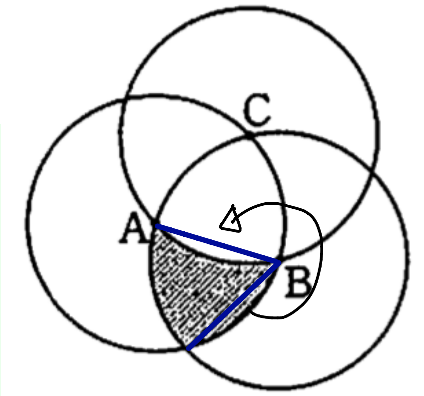
$AB : BC = BC : DC$
$6 : 4 = 4 : DC$
$DC = \frac{8}{3}$ cm

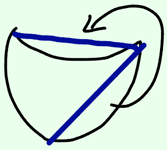
$\triangle BDC \backsim \triangle DEC$
$BC : DC = DC : EC$
$4 : \frac{8}{3} = \frac{8}{3} : EC$
$EC = \frac{16}{9}$ cm

Point

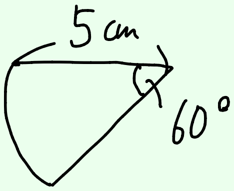
この流れは，
よく使う流れ！

（8） 右の図は，半径 5cm の 3 つの円が交わり，交点 A，B，C がそれぞれの円の中心になっている図である。このとき，影をつけた部分の面積を求めよ。





切り取り、上につけると、
半径 5cm，中心角 60°の
おうぎ形になる。



$$\therefore \text{おうぎ形の面積} = \text{半径} \times \text{半径} \times \pi \times \frac{\text{中心角}}{360°}$$

$$= 5^2\pi \times \frac{60}{360} = \underline{\frac{25}{6}\pi \ (cm^2)}$$

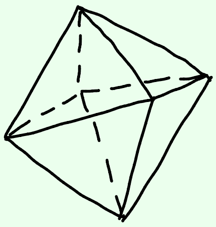
斜線部問題は、
形を変形する
工夫が多い！

2.

1辺の長さが2cmである正八面体がある。このとき，次の問いに答えよ。

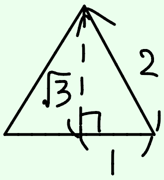
（1） 正八面体の辺の数を答えよ。
（2） 正八面体の表面積を求めよ。
（3） 正八面体の体積を求めよ。

(1) 正三角形 8つでできる立体。



上4本
中4本 の 12本 //
下4本

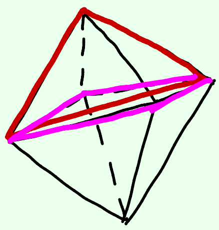
(2)

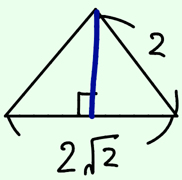


1つの正三角形の面積

$= 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}$ cm² 8面で $8\sqrt{3}$ cm² //

(3)





高さ $= \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2}$
$= \sqrt{2}$

$$\left(底面積 \times 高さ \times \frac{1}{3} \right) \times 2 = \left(2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{3} \right) \times 2$$
$$= \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3 \quad //$$

他の4つの正多面体の知識

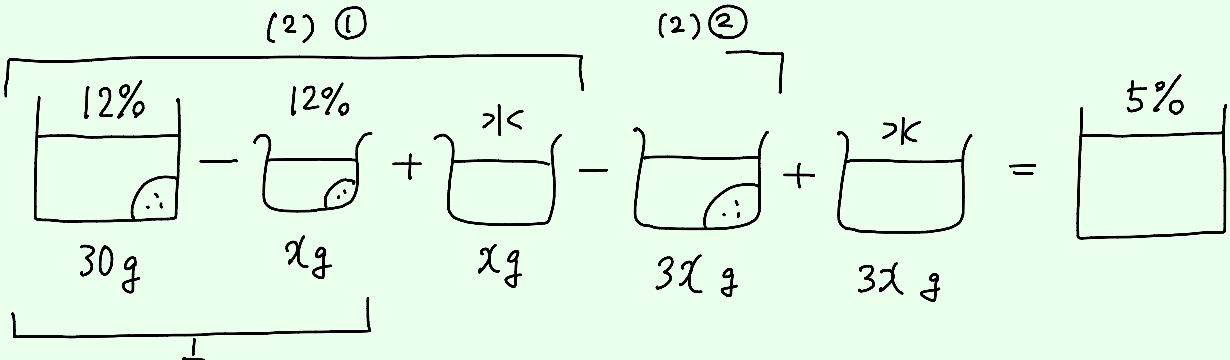
- 正三角形 — 3こ = 正四面体
  - 8こ = 正八面体
  - 20こ = 正二十面体
- 正方形 — 6こ = 立方体
- 正五角形 — 12こ = 正十二面体

3.

容器の中に，濃度 12%の食塩水が 30g 入っている。容器から xg の食塩水を取り出し，そのかわりに容器に xg の水を入れてよくかき混ぜた。さらに容器から $3x$g の食塩水を取り出し，そのかわりに容器に $3x$g の水を入れてよくかき混ぜたところ，容器には 5%の食塩水ができた。このとき，次の問いに答えよ。

（1） 最初に食塩水を取り出したとき，容器に残っている食塩水に溶けている食塩の重さを x を使った文字式で表せ。

（2） x の値を求めよ。



(1)
$$(30-x)\times\frac{12}{100}=\frac{90-3x}{25}\ (g)$$

(2) 最終的な食塩水は $30-x+x-3x+3x=30g$

① 食塩水 $=30g$
食塩 $=\dfrac{90-3x}{25}g$ より 濃度 $=\dfrac{\frac{90-3x}{25}}{30}$

② 食塩水 $=30-3x$ 以上より 左辺の食塩量は、

$$(30-3x)\times\frac{\frac{90-3x}{25}}{30}=30\times\frac{5}{100}$$

右辺の食塩量

$$(10-x)(30-x)=125$$
$$x^2-40x-175=0$$
$$(x-5)(x-35)=0$$

$x<30$ より $x=5$

Point

食塩水問題は、食塩の量が両辺で等しい式を立てることがとても多い！

重要

図をかくと情報整理しやすい！

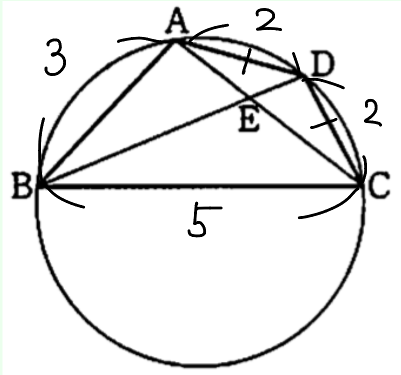
4.

右の図は，円に内接する四角形ABCDであり，AB＝3cm，AD＝CD＝2cm，BC＝5cmである。また，点Eは線分ACと線分BDの交点である。このとき，次の問いに答えよ。

（1） 図において，△ABEと相似であり合同ではない三角形をすべて答えよ。

（2） BE：EDを最も簡単な整数の比で答えよ。

（3） △ABE：△DBCを最も簡単な整数の比で答えよ。



(1) ① $\triangle ABE \backsim \triangle DCE$

・ $\overset{\frown}{AD}$ の円周角が等しいので，$\angle ABE = \angle ECD$
・ 対頂角が等しいので，$\angle AEB = \angle DEC$

② $\triangle ABE \backsim \triangle DBC$

・ $\angle BAC = \angle BDC = 90°$
・ $\angle ABE = \angle DBC$ （$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$ の円周角）

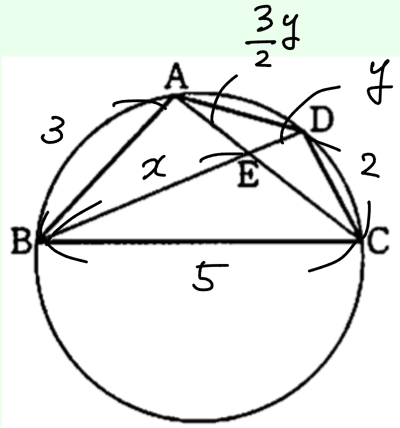
---

(2) $BE = x$，$ED = y$ とおく。

$\triangle ABE \backsim \triangle DCE$ より

$AB : DC = 3 : 2 = AE : ED$ (y)

$AE = \frac{3}{2}y$



・ $\triangle ABE \backsim \triangle DBC$ で

$AB : BD = AE : DC$

$3 : x+y = \frac{3}{2}y : 2$ …①

$AB : BE = BD : BC$

$3 : x = x+y : 5$ …②

$$\begin{cases} \frac{3}{2}y(x+y) = 6 & \cdots ① \\ x(x+y) = 15 & \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = \frac{4}{y} \\ x+y = \frac{15}{x} \end{cases}$$

$\frac{4}{y} = \frac{15}{x}$

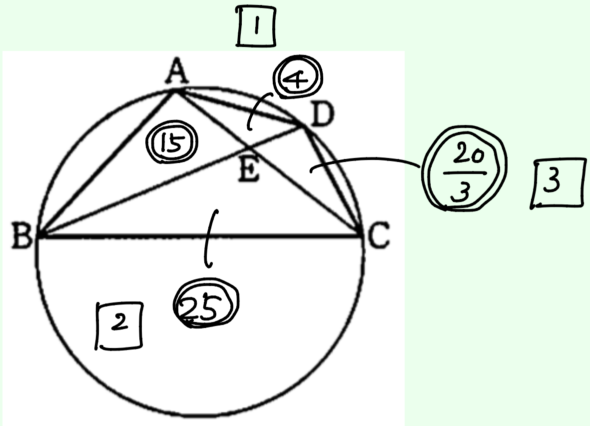
$4x = 15y$

$x = BE$
$y = ED$ より

$BE : ED = 15 : 4$ //

4.

（3）　△ABE：△DBC を最も簡単な整数の比で答えよ。



$\boxed{1}$ (2) で $BE : ED = 15 : 4$ より

$\triangle ABE : \triangle AED = 15 : 4$

$\boxed{2}$ $\angle ABE = \angle EBC$ より

$AB : BC = AE : EC = 3 : 5$

$\triangle ABE : \triangle EBC = AE : EC$

$15 : \triangle EBC = 3 : 5$

$\triangle EBC = 25$

$\boxed{3}$ (2) で $BE : ED = 15 : 4$ より

$\triangle BEC : \triangle EDC = 15 : 4$

$25 : \triangle EDC = 15 : 4$

$\triangle EDC = \dfrac{20}{3}$

以上より　$\triangle ABE = 15$

$\triangle DBC = 25 + \dfrac{20}{3} = \dfrac{95}{3}$

$\triangle ABE : \triangle DBC = 15 : \dfrac{95}{3} = 45 : 95 = \underline{9 : 19}$ //

Point

高さが等しい三角形の「面積比」＝「底辺比」

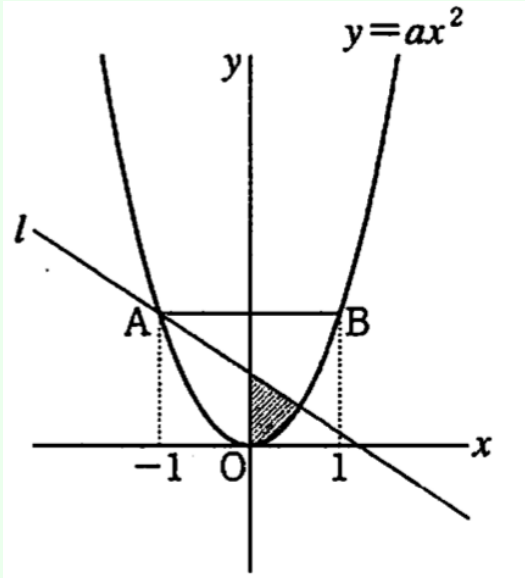
5.

右の図のように，関数 $y=ax^2(a>0)$ のグラフ上に，2点A，Bをとり，その x 座標をそれぞれ -1，1とする。直線 l は，点Aを通り，関数 $y=ax^2$ のグラフと線分ABに囲まれた部分の面積を2等分する。直線 l の傾きを $b(b<0)$ とするとき，次の問いに答えよ。ただし，a，b を用いた式で表してよい。

（1） 点Aの座標を求めよ。

（2） 直線 l の式を求めよ。

（3） 直線 l と y 軸と関数 $y=ax^2$ のグラフに囲まれた部分のうち，図の斜線部分の面積を求めよ。



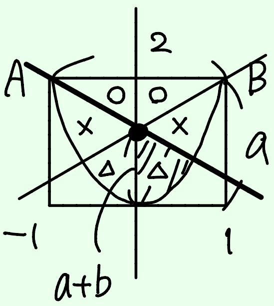
(1) Aのx座標が -1 なので

$y=a\times(-1)^2=a$　　$A(-1,a)$ //

(2) $l: y=bx+b'$ とおく。l は $(-1,a)$ を通るので代入。

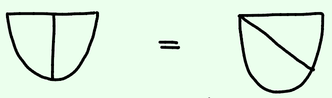
$a=-b+b' \rightarrow b'=a+b$　　$\therefore\ y=bx+a+b$ //

(3)



面積二等分を
2通りで表す。

$\times+\bigcirc+\triangle = \times+\triangle+\triangle$



どちらも半分

よって

$\bigcirc=\triangle$

$\triangle=\bigcirc$

$\triangle = 1\times(-b)\times\frac{1}{2} = -\frac{b}{2}$ //

○の面積