高校入試過去問(滝　推薦　帰国子女) (R3)年数学

（１００点満点（50　）分））

１．

(1)　$36x^2-48xy+16y^2$ を因数分解せよ。

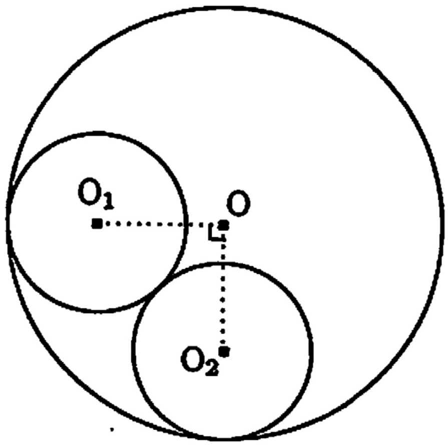
(2)　大中小 3 個のサイコロを同時に投げたとき，出た目の和が 7 になる場合は何通りあるか。

(3)　6 個のデータの値を小さい順に左から並べると，次のようになった。

7　40　a　100　130　135

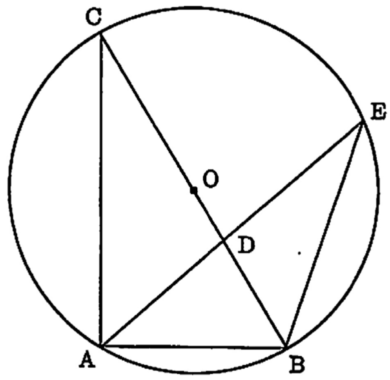
このデータの平均値と中央値が等しくなるような a の値を求めよ。

(4) 右図のように，半径 r の円 O と半径 $\sqrt{2}$ の 2 つの円 O_1，O_2 がある。2 円 O_1，O_2 は外接し，さらにこの 2 円は円 O に内接する。$\angle O_1OO_2 = 90^\circ$ のとき，r の値を求めよ。



2.

右図のように，半径 6 の円 O があり，弦 AB の長さは 6 である。直径 BC 上に BD : DC ＝ 1 : 2 となる点 D をとり，直線 AD と円 O の交点のうち，A でない方の点を E とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) △DAB の面積を求めよ。

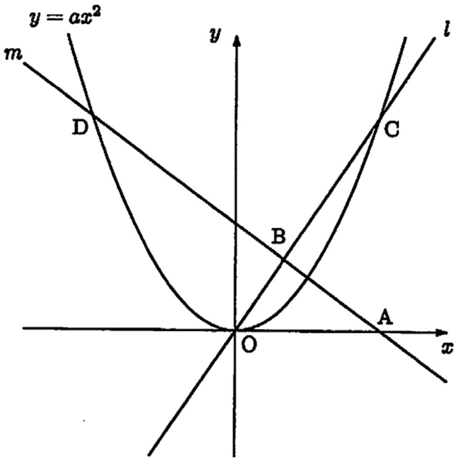
(2) D から AB に引いた垂線を DH とする。DH の長さを求めよ。

(3) AD の長さを求めよ。

(4) DE の長さを求めよ。

3.

右図のように，原点を通る直線 l と，点 A(4, 0) を通る直線 m が点 B(1, 2) で交わっている。また，直線 l 上に点 C，直線 m 上に点 D がある。C と D は y 軸に関して対称であり，関数 $y = ax^2$ のグラフ上の点でもある。このとき，次の各問いに答えよ。ただし，$a > 0$ とする。



(1) 2 直線 l, m の式を求めよ。

(2) C の x 座標を求めよ。

(3) 直線 m と関数 $y = ax^2$ のグラフの交点のうち，D でない方の点を E とする。E の座標を求めよ。

(4) △ODE の面積を求めよ。

4.

3 つの食塩水 A，B，C がある。濃度は A が 10 %，B が 15 %，C が 20 %である。C 100 g に A を加えて 12 %の濃度の食塩水を作りたかったが，誤って A を予定より x g 多く入れてしまった。そこで C を y g 追加して 12 %の濃度にした。このとき，次の各問いに答えよ。

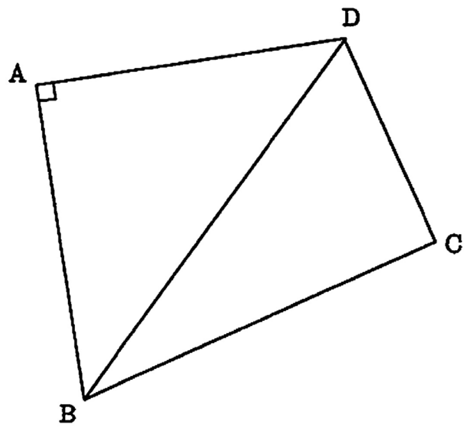
(1) 12 %の濃度の食塩水を作るために，A を何 g 加える予定だったか。

(2) y を x で表せ。

(3) C を y g 追加するかわりに，B を z g 追加して 12 %の濃度にした。$x:y:z$ を最も簡単な整数の比で求めよ。

5.

　右図のように，$\angle \mathrm{BAD} = 90^\circ$，$\mathrm{AB} = \mathrm{AD} = 2$，$\mathrm{BC} = \sqrt{6}$，$\mathrm{CD} = \sqrt{2}$ である四角形 ABCD がある。また，A から BD に引いた垂線を AH とする。$\triangle\mathrm{ABD}$ と $\triangle\mathrm{BCD}$ が垂直になるように BD で折り曲げて三角錐 A−BCD を考える。このとき，次の各問いに答えよ。



(1)　三角錐 A−BCD の体積 V を求めよ。

(2)　CH の長さを求めよ。

(3)　三角錐 A−BCD の辺 AC の長さを求めよ。

(4)　三角錐 A−BCD の面 ABC を底面としたときの高さ h を求めよ。

高校入試過去問(滝 推薦 帰国子女)(R3)年数学

(１００点満点 (50) 分))

１．

(1) $36x^2-48xy+16y^2$ を因数分解せよ。

$= (6x-4y)^2$

$= 4(3x-2y)^2$ //

重要

$(6x-4y)(6x-4y)$

$= 2(3x-2y) \times 2(3x-2y)$

$= 4(3x-2y)^2$

(2) 大中小 3 個のサイコロを同時に投げたとき，出た目の和が 7 になる場合は何通りあるか。

大・中・小 のサイコロの 出目 を a, b, c とすると、

$(a, b, c) = (1,1,5)\ (1,2,4)\ (1,3,3)\ (1,4,2)\ (1,5,1)$
$(2,1,4)\ (2,2,3)\ (2,3,2)\ (2,4,1)$
$(3,1,3)\ (3,2,2)\ (3,3,1)$
$(4,1,2)\ (4,2,1)\ (5,1,1)$

15 通り //

(3) 6 個のデータの値を小さい順に左から並べると，次のようになった。

7　40　a　100　130　135

このデータの平均値と中央値が等しくなるような a の値を求めよ。

・平均値 … $\dfrac{7+40+a+100+130+135}{6} = \dfrac{412+a}{6}$

・中央値 … $\dfrac{a+100}{2}$

平均値 と 中央値が 等しいので

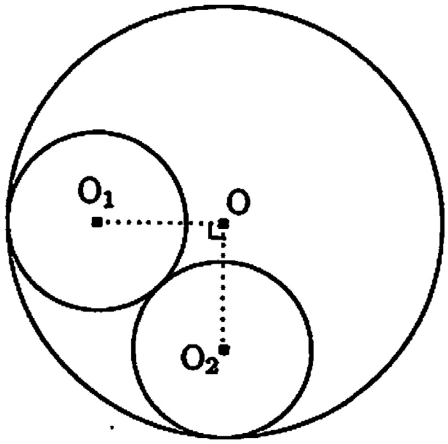
$\dfrac{412+a}{6} = \dfrac{a+100}{2}$

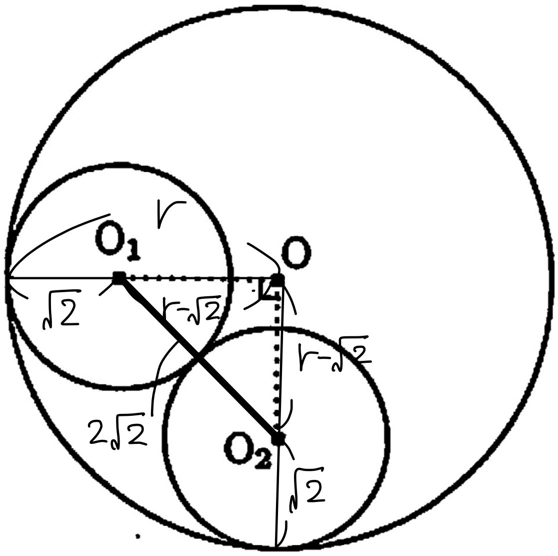
$412+a = 3a+300$

$112 = 2a$

$a = 56$ //

(4) 右図のように，半径 r の円 O と半径 $\sqrt{2}$ の 2 つの円 O_1，O_2 がある。2 円 O_1，O_2 は外接し，さらにこの 2 円は円 O に内接する。$\angle O_1OO_2 = 90°$ のとき，r の値を求めよ。



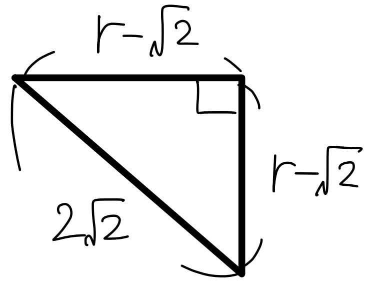


◎ Oの半径 r , O_1, O_2 の半径 $\sqrt{2}$ より

$OO_1 = OO_2 = r-\sqrt{2}$

O_1O_2 は 円O_1, O_2 が接しているので

$O_1O_2 = 2\sqrt{2}$



◎ △OO_1O_2 で三平方の定理を用いて

$$(r-\sqrt{2})^2+(r-\sqrt{2})^2=(2\sqrt{2})^2$$

$$(r^2-2\sqrt{2}r+2)\times 2 = 8$$

$$r^2-2\sqrt{2}r-2=0$$

$$r = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{(2\sqrt{2})^2+8}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}+4}{2} = \underline{\sqrt{2}+2}$$ //

2.

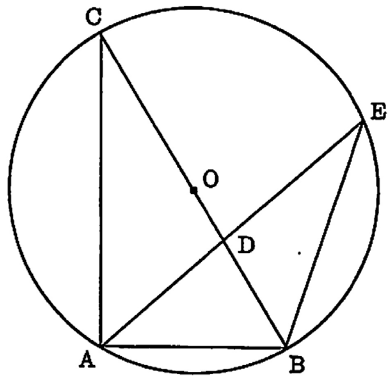
右図のように，半径 6 の円 O があり，弦 AB の長さは 6 である。直径 BC 上に BD : DC ＝ 1 : 2 となる点 D をとり，直線 AD と円 O の交点のうち，A でない方の点を E とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) △DAB の面積を求めよ。

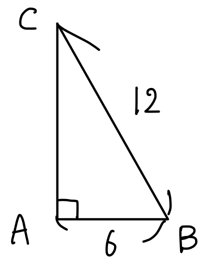
(2) D から AB に引いた垂線を DH とする。DH の長さを求めよ。

(3) AD の長さを求めよ。

(4) DE の長さを求めよ。

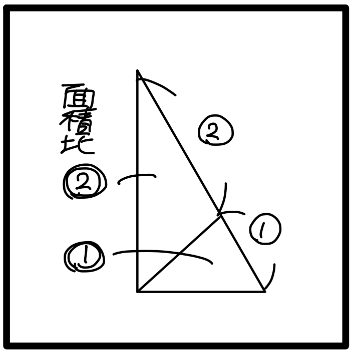


(1)



直径を含む三角形は、
直角三角形で 長さが
1 : 2 : $\sqrt{3}$ となるので CA = $6\sqrt{3}$。

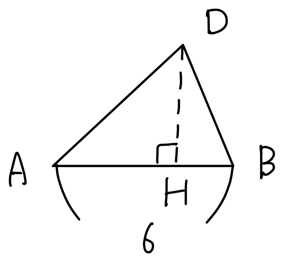
$\triangle ABC = AB \times CA \times \frac{1}{2}$
$= 6 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{3}$



△DAB と △DAC は 高さの等しい三角形 なので
面積比は 底辺比に等しい。

底辺について BD : DC = 1 : 2 なので
面積比も 1 : 2 となり $18\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = 6\sqrt{3}$ //

(2)



・△DAB は (1) より $6\sqrt{3}$

・また、底辺AB と 高さDH を用いた場合。

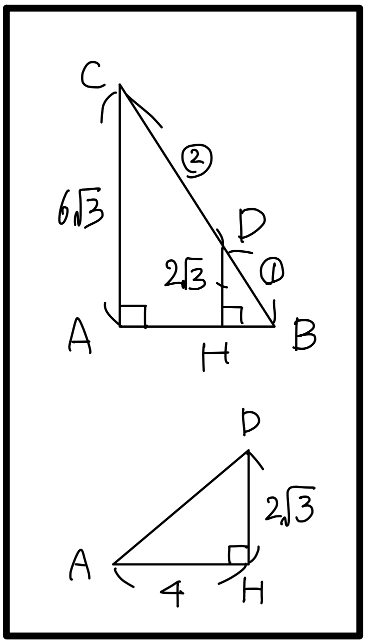
$\triangle DAB = AB \times DH \times \frac{1}{2}$

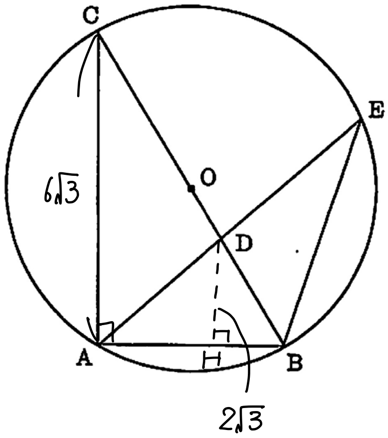
$6\sqrt{3} = 6 \times DH \times \frac{1}{2}$　　DH = $2\sqrt{3}$ //

底辺 × 高さ × $\frac{1}{2}$ = 面積 のうち，2つの値がわかれば
残り1つが求まる。

(3) ADの長さを求めよ。

- △ADH で三平方の定理を用いて AD を求める。
- △CAB ∽ △DHB の相似比で考える。





$$CB : DB = BA : BH$$
$$3 : 1 = 6 : BH$$
$$BH = 2$$
$$\therefore AH = AB - BH = 6 - 2 = 4$$

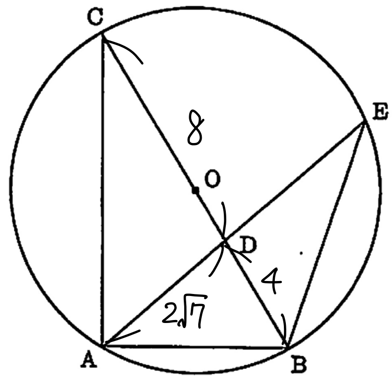
$$AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{16 + 12} = \sqrt{28} = \underline{2\sqrt{7}}$$

---

(4) DEの長さを求めよ。

△ADC ∽ △BDE により

$$DC : DE = AD : BD$$
$$8 : DE = 2\sqrt{7} : 4$$
$$2\sqrt{7}\,DE = 32$$
$$DE = \frac{16}{\sqrt{7}} = \underline{\frac{16\sqrt{7}}{7}}$$



長さの求め方

- 面積 や 体積 から。 (2)
- 三平方の定理 (3)
- 相似比 (4)

重要な流れなので様々な問題で用いて考えれるようにしておこう!

3.

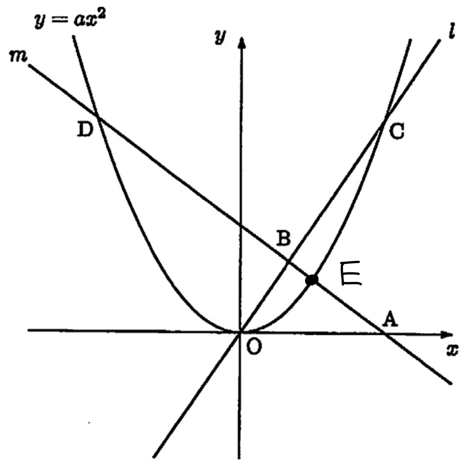
右図のように，原点を通る直線 l と，点 A(4, 0) を通る直線 m が点 B(1, 2) で交わっている。また，直線 l 上に点 C，直線 m 上に点 D がある。C と D は y 軸に関して対称であり，関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点でもある。このとき，次の各問いに答えよ。ただし，$a>0$ とする。

(1) 2 直線 l, m の式を求めよ。

(2) C の x 座標を求めよ。

(3) 直線 m と関数 $y=ax^2$ のグラフの交点のうち，D でない方の点を E とする。E の座標を求めよ。

(4) △ODE の面積を求めよ。



(1) 直線 m は A(4.0) B(1.2) を通るので

$y=\frac{2-0}{1-4}x+b \to y=-\frac{2}{3}x+b \to$ (4.0) を代入し $y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ //

直線 l は B(1.2) を通るので $y=2x$ //

---

(2) C は l と $y=ax^2$ の交点

交点は $ax^2=2x$

$ax^2-2x=0$

$x(ax-2)=0$

$x=0,\ \frac{2}{a}$

$C\left(\frac{2}{a},\frac{4}{a}\right)$

D は m と $y=ax^2$ の交点

$ax^2=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$

$3ax^2=-2x+8$

$3ax^2+2x-8=0$

$x=\frac{-2\pm\sqrt{4+96a}}{6a}=\frac{-1\pm\sqrt{1+24a}}{3a}$

y軸対称

◎ D の x 座標が等しいことで等式を作る。 ($\frac{-1+\sqrt{1+24a}}{3a}$ が E の x 座標)

$-\frac{2}{a}=\frac{-1-\sqrt{1+24a}}{3a}$

両辺 ×3a

$-6=-1-\sqrt{1+24a}$

$\sqrt{1+24a}=5$

両辺 2乗

$1+24a=25$

$a=1$

$\therefore\ C\left(\frac{2}{a},\frac{4}{a}\right)$ なので $C(2,4)$

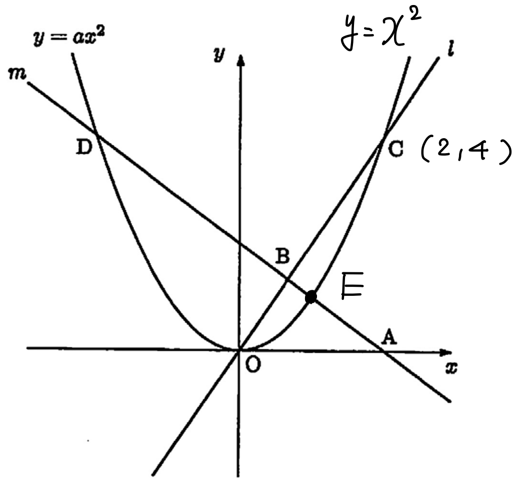
C の x 座標は 2 //

(3) 直線 m と関数 $y=ax^2$ のグラフの交点のうち，D でない方の点を E とする。E の座標を求めよ。

(2) より $a=1$ なので $y=x^2$, C$(2,4)$

E の x 座標が $\dfrac{-1+\sqrt{1+24a}}{3a}$ なので $a=1$

を代入して, E$\left(\dfrac{4}{3}, \dfrac{16}{9}\right)$

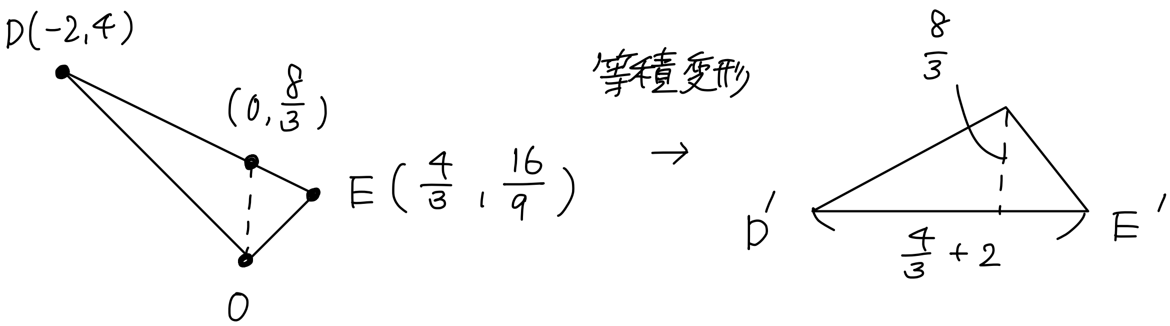


---

(4) △ODE の面積を求めよ。

(3) 同様にして

D の x 座標が $\dfrac{-1-\sqrt{1+24a}}{3a}$ なので $a=1$ を代入して, D$(-2,4)$



$$\triangle ODE = \left(\frac{4}{3}+2\right)\times\frac{8}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{40}{9}$$

(2) のように、座標を文字で表すことで解決へ進む。

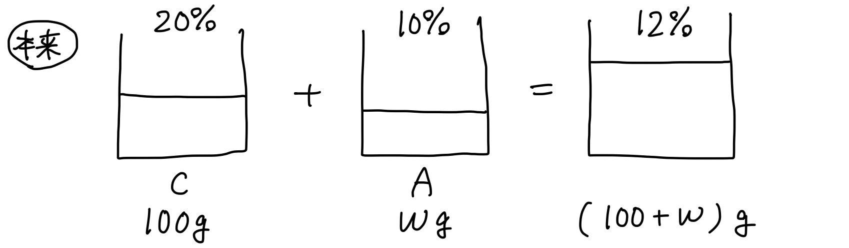
4.

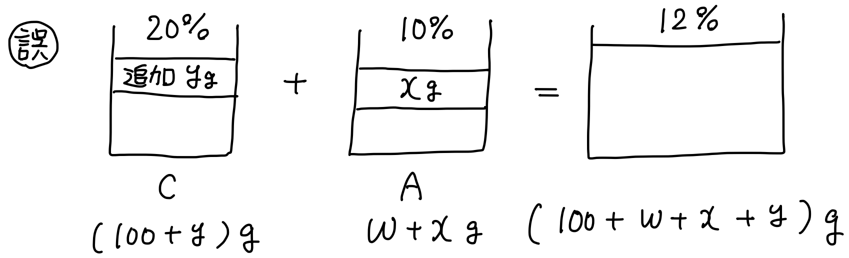
3つの食塩水A，B，Cがある。濃度はAが10％，Bが15％，Cが20％である。C 100 gにAを加えて12％の濃度の食塩水を作りたかったが，誤ってAを予定より x g多く入れてしまった。そこでCを y g追加して12％の濃度にした。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 12％の濃度の食塩水を作るために，Aを何g加える予定だったか。

(2) y を x で表せ。

(3) Cを y g追加するかわりに，Bを z g追加して12％の濃度にした。$x:y:z$ を最も簡単な整数の比で求めよ。





(1)

本来加える予定だったAを w g とする。

食塩量についての等式を作る。

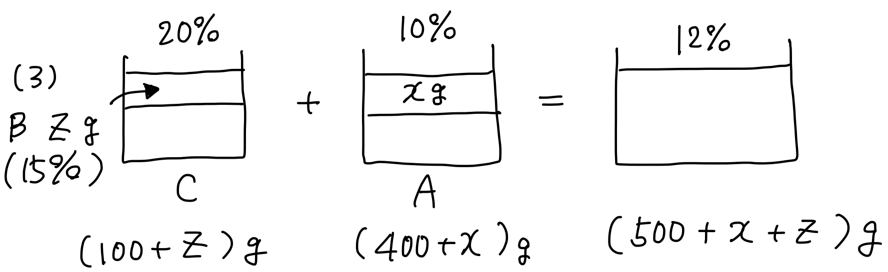
$$100\times\frac{20}{100}+w\times\frac{10}{100}=(100+w)\times\frac{12}{100}$$

解くと　$w=400$　　$\underline{400\text{g}}$ //

(2)　$w=400$ を 誤 に代入して立式する。

$$(100+y)\times\frac{20}{100}+(400+x)\times\frac{10}{100}=(500+x+y)\times\frac{12}{100}$$

整理して　$\underline{y=\frac{1}{4}x}$ //



$$100\times\frac{20}{100}+z\times\frac{15}{100}+(400+x)\times\frac{10}{100}=(500+x+z)\times\frac{12}{100}$$

整理して　$z=\frac{2}{3}x$

図をかくと
式が作りやすい！

$$\therefore\ x:y:z=x:\frac{1}{4}x:\frac{2}{3}x$$

↓ ×12 ÷x

$$=\underline{12:3:8}\ /\!/$$

5.

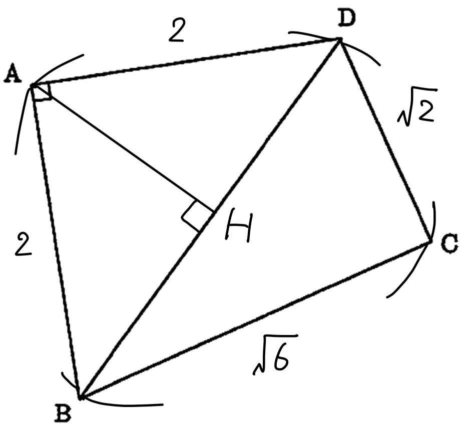
右図のように，$\angle BAD = 90°$，$AB = AD = 2$，$BC = \sqrt{6}$，$CD = \sqrt{2}$ である四角形 ABCD がある。また，A から BD に引いた垂線を AH とする。△ABD と △BCD が垂直になるように BD で折り曲げて三角錐 A–BCD を考える。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 三角錐 A–BCD の体積 V を求めよ。

(2) CH の長さを求めよ。

(3) 三角錐 A–BCD の辺 AC の長さを求めよ。

(4) 三角錐 A–BCD の面 ABC を底面としたときの高さ h を求めよ。



(1) V ＝底面△BCD × 高さAH × $\frac{1}{3}$ で求める。

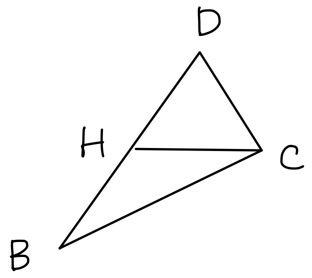
・AHは△ABHが $1:1:\sqrt{2}$ の直角二等辺三角形なので $AH=\sqrt{2}$
加えて、$BD = 2\times BH = 2\times AH = 2\sqrt{2}$ となる。

・△BCD の各辺の比をみると、$1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形だとわかる。

・$V = \left(\sqrt{6}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\right)\times\sqrt{2}\times\frac{1}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ //

---

(2)



(1)より $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形なので
△HCDは1辺$\sqrt{2}$の正三角形となる。

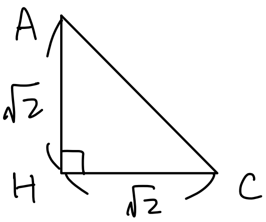
$CH=\sqrt{2}$ //

---

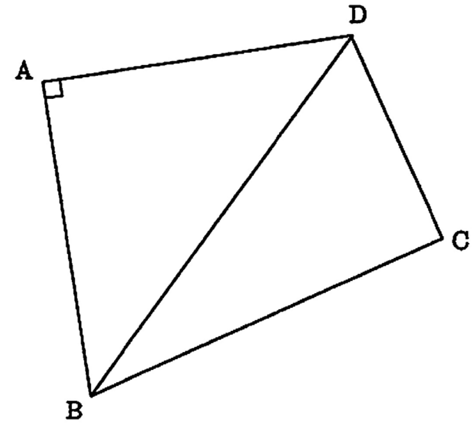
(3) $\angle AHC = 90°$ となるように折り曲げているので △AHCは
$AH=HC=\sqrt{2}$ の直角二等辺三角形。

∴ △AHCで三平方の定理を用いて

$AC = \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2} = 2$ //



(4) 三角錐 A–BCD の面 ABC を底面としたときの高さ h を求めよ。



方針

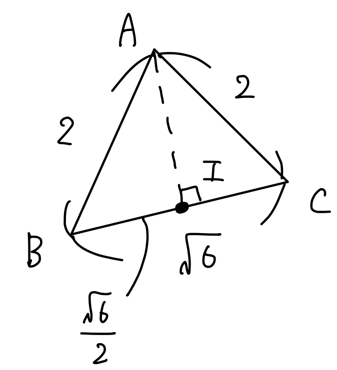
三角錐 A−BCD の体積を2通りで表す。

(i) 底面を△BCD，高さを AH として計算する体積 V_1

(ii) 底面を△ABC，高さを h として計算する体積 V_2

(i) V_1 は(1)で求めた体積なので $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ …①

(ii) 底面△ABC は(3)より右図となる。



△ABI で三平方の定理を用いて

$$AI = \sqrt{2^2 - \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{4 - \frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\therefore \triangle ABC = \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{10}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{15}}{2} \quad \cdots ②$$

①，②より

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{15}}{2} \times h \times \frac{1}{3}$$

$$h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{6}{\sqrt{15}}$$

$$= \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

//

Point

高さは間接的に求まる！今回のように。