

( 愛知工業大学名電 ) 高等学校 H(27) 数学

(100点満点 (40)分)

1. 次の問いに答えなさい。

---

(1)  $(\sqrt{7}+\sqrt{2})^2(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2-5(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$  を計算しなさい。

(2)  $xy+z-xz-y$  を因数分解しなさい。

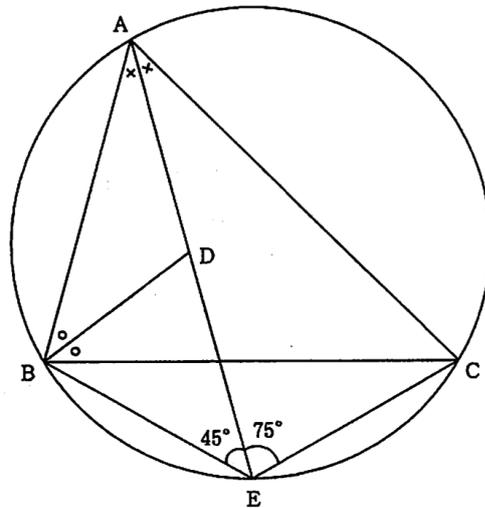
(3) 2次方程式  $(x-1)(3x+1)=(x-1)(x-2)$  を解きなさい。

(4) 税抜き価格が1個320円のケーキと、1個120円のシュークリームを合わせて20個買いました。消費税が8%になったため、消費税が5%のときに比べ、税込みで支払う金額は120円増えました。買ったケーキの個数を求めなさい。

- (5) 赤玉, 青玉, 黄玉が合わせて 500 個はっている箱があります。この箱から標本として 20 個の玉を無作為に取り出して, それぞれの色の玉の個数を数えてもとに戻しました。この作業を 5 回繰り返した結果が下の表です。赤玉はおよそ何個と推測されるかを求めなさい。

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目
赤	7	9	5	6	3
青	5	5	4	7	9
黄	8	6	11	7	8

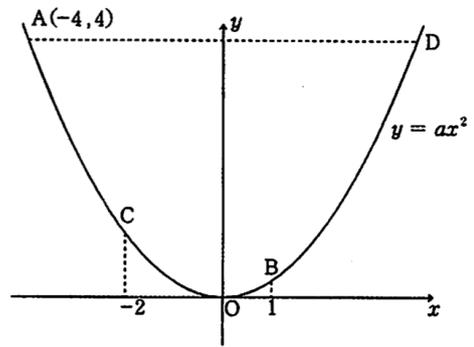
- (6) 右の図のように,  $\triangle ABC$  の  $\angle A$  の二等分線と  $\angle B$  の二等分線の交点を  $D$  とします。さらに, 3 点  $A, B, C$  を通る円と直線  $AD$  との交点のうち, 点  $A$  でない方を  $E$  とします。  $\angle AEB = 45^\circ$ ,  $\angle AEC = 75^\circ$  であるとき,  $\angle DBE$  の大きさを求めなさい。



2.

右の図のように、点  $A(-4, 4)$  を通る放物線  $y = ax^2$  があります。この放物線上に、 $x$  座標が  $1$  である点  $B$  と、 $x$  座標が  $-2$  である点  $C$  をとります。また、 $y$  軸について点  $A$  と対称な点  $D$  をとります。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1)  $a$  の値を求めなさい。
- (2) 直線  $AB$  の式を求めなさい。
- (3)  $\triangle ACB$  と  $\triangle ABD$  の面積比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

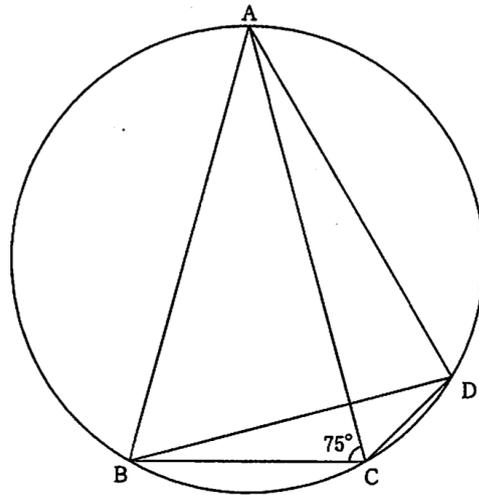


3.

---

右の図のように、円周上に3点A, B, Cを  
 $AB=AC=4$ ,  $\angle ACB=75^\circ$ となるようにと  
ります。また  $\widehat{BC}=2\widehat{CD}$ となるように、点B  
を含まない弧AC上に点Dをとります。こ  
のとき、次の問いに答えなさい。

- (1)  $\angle ABD$ の大きさを求めなさい。
- (2) 四角形ABCDの面積を求めなさい。

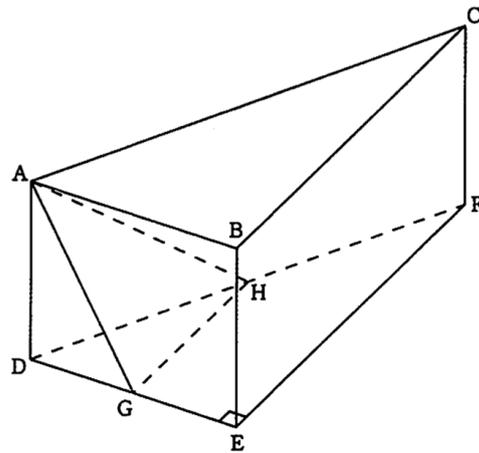


4.

---

右の図のように、 $\angle E=90^\circ$ の直角三角形DEFを底面とする三角柱ABCDEFがあります。辺DE, DFの中点をそれぞれG, Hとすると、次の問いに答えなさい。

- (1) 三角錐ADGHと三角柱ABCDEFの体積比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (2)  $DE=5$ ,  $DF=13$ ,  $AD=6$ とします。点Dから $\triangle AGH$ に垂線をひくとき、この垂線の長さを求めなさい。



(愛知工業大学名電) 高等学校 H(27) 数学

(100点満点 (40) 分)

1. 次の問いに答えなさい。

(1)  $(\sqrt{7}+\sqrt{2})^2(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2-5(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$  を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &= 25 - 5(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 \\ &= 25 - 5(3+2\sqrt{6}+2) \\ &= 25 - 15 - 2\sqrt{6} - 10 \\ &= \underline{\underline{-2\sqrt{6}}} \end{aligned}$$

•  $\sqrt{7}+\sqrt{2}=a, \sqrt{7}-\sqrt{2}=b$  とおくと  
 $ab = (\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})$   
 $= 7-2=5$   
 $(\sqrt{7}+\sqrt{2})^2(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2 = a^2b^2$   
 $= (ab)^2 = 5^2 = 25$

(2)  $xy+z-xz-y$  を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} &= xy - xz - y + z \\ &= x(y-z) - (y-z) \\ &= \underline{\underline{(y-z)(x-1)}} \end{aligned}$$

交換  
三項式  
y-zが  
共通  
因数

普通展開してもいいです。  
 $(7+2\sqrt{7}+2)(7-2\sqrt{7}+2)$   
 $= (9+2\sqrt{14})(9-2\sqrt{14})$   
 $= 81-56 = 25$

(3) 2次方程式  $(x-1)(3x+1)=(x-1)(x-2)$  を解きなさい。

$$\begin{aligned} 3x^2 + x - 3x - 1 &= x^2 - 3x + 2 \\ 3x^2 - x^2 - 2x + 3x - 1 - 2 &= 0 \\ 2x^2 + x - 3 &= 0 \\ (2x+3)(x-1) &= 0 \quad x = -\frac{3}{2}, 1 \end{aligned}$$

ここからの攻め方

最終形は  
 $(ax+b)(cx+d)$  の形で  
 $(2x \bigcirc)(x \bigcirc)$  と作り  
 ここを考える。  
 ヒートは  $\underline{\quad}$  のところ

(4) 税抜き価格が1個320円のケーキと、1個120円のシュークリームを合わせて20個買いました。消費税が8%になったため、消費税が5%のときに比べ、税込みで支払う金額は120円増えました。買ったケーキの個数を求めなさい。

買ったケーキの個数を  $x$  個とし、支払った額を表すと。

$$\begin{aligned} \textcircled{5\%} & \{ 320x + 120(20-x) \} \times 1.05 \\ \textcircled{8\%} & \{ 320x + 120(20-x) \} \times 1.08 \end{aligned}$$

Xとおく

(\*) 計算をまちがいに  
おと大変な  
たまたまの  
でまじめられた。

$$\begin{aligned} (*) \quad 1.08X - 1.05X &= 120 \\ X(1.08 - 1.05) &= 120 \\ X &= \frac{120}{0.03} = 4000 \\ 320 + 120(20-x) &= 4000 \\ 200x &= 1600 \end{aligned}$$

8個

- (5) 赤玉、青玉、黄玉が合わせて500個はっている箱があります。この箱から標本として20個の玉を無作為に取り出して、それぞれの色の玉の個数を数えてもとに戻しました。この作業を5回繰り返した結果が下の表です。赤玉はおよそ何個と推測されるかを求めなさい。

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目
赤	7	9	5	6	3
青	5	5	4	7	9
黄	8	6	11	7	8

1回目を考える。

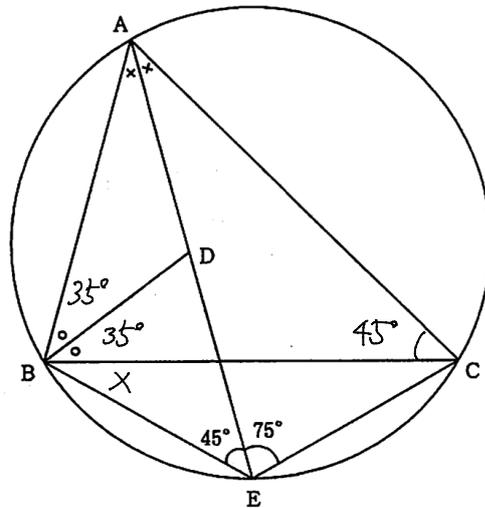
→  $7 \times \frac{500}{20}$  ← これも500個の中に入っている赤玉の推測される個数

2~5回目でも考え、その平均をこの答。

$$\begin{aligned} & \left( 7 \times \frac{500}{20} + 9 \times \frac{500}{20} + 5 \times \frac{500}{20} + 6 \times \frac{500}{20} + 3 \times \frac{500}{20} \right) \div 5 \\ & = (7+9+5+6+3) \times \frac{500}{20} \div 5 \quad \leftarrow \frac{500}{20} \text{を共通因数} \\ & = 30 \times \frac{500}{20} \div 5 = 150 \end{aligned}$$

150個

- (6) 右の図のように、 $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と $\angle B$ の二等分線との交点をDとします。さらに、3点A, B, Cを通る円と直線ADとの交点のうち、点Aでない方をEとします。 $\angle AEB = 45^\circ$ ,  $\angle AEC = 75^\circ$ であるとき、 $\angle DBE$ の大きさを求めなさい。



- $\widehat{AC}$ の円周角は等しいので

$$\angle AEC = \angle ABC$$

$\angle B$ の二等分線より

$$\angle ABD = \angle DBC = 35^\circ$$

- $\widehat{AB}$ の円周角は等しいので

$$\angle AEB = \angle ACB = 45^\circ$$

- $\triangle ABC$ で  $20 + 2x + 45^\circ = 180^\circ$

$$0 + x = 67.5^\circ$$

- $\widehat{EC}$ の円周角は等しいので

$$\angle EAC = \angle EBC = x$$

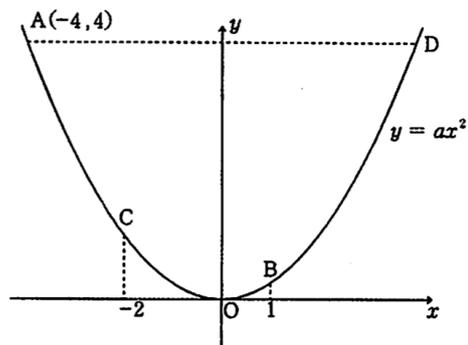
よってより

$$\angle DBE = 0 + x \text{ なので}$$

$$\angle DBE = 67.5^\circ$$

2.

右の図のように、点A(-4, 4)を通る放物線  $y=ax^2$  があります。この放物線上に、x座標が1である点Bと、x座標が-2である点Cをとります。また、y軸について点Aと対称な点Dをとります。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1)  $a$ の値を求めなさい。
- (2) 直線ABの式を求めなさい。
- (3)  $\triangle ACB$ と $\triangle ABD$ の面積比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

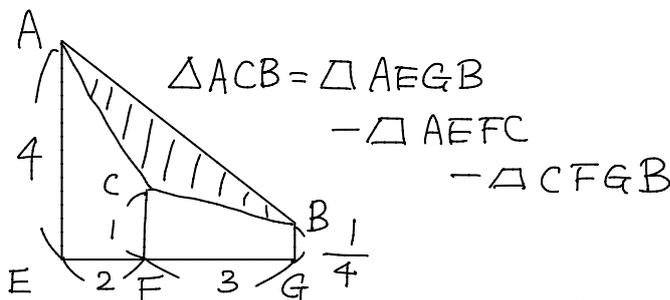
(1)  $y=ax^2$  の比例定数は通る1点を代入すればよい。  
 $(-4, 4)$  を代入。  $4 = a \times (-4)^2, 4 = 16a, a = \frac{1}{4}$  //

(2)  $y = \frac{1}{4}x^2$  で B の x座標が 1 なので  $B(1, \frac{1}{4})$

ABの傾き =  $\frac{\frac{1}{4} - 4}{1 - (-4)} = -\frac{15}{4} \div 5 = -\frac{3}{4}, y = -\frac{3}{4}x + b$   
 $(-4, 4)$  を代入し,  $4 = -\frac{3}{4} \times (-4) + b$

$b = 1 \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 1$  //

(3)

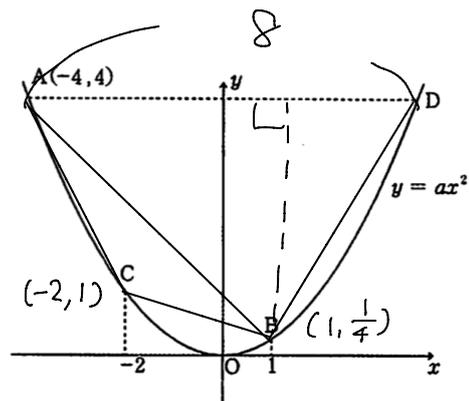


$\triangle ACB = \triangle AEFGB$   
 $- \triangle AEF$   
 $- \triangle CFB$

$$= (\frac{1}{4} + 4) \times 5 \times \frac{1}{2} - (1 + 4) \times 2 \times \frac{1}{2}$$

$$- (\frac{1}{4} + 1) \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{85}{8} - \frac{40}{8} - \frac{15}{8} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$



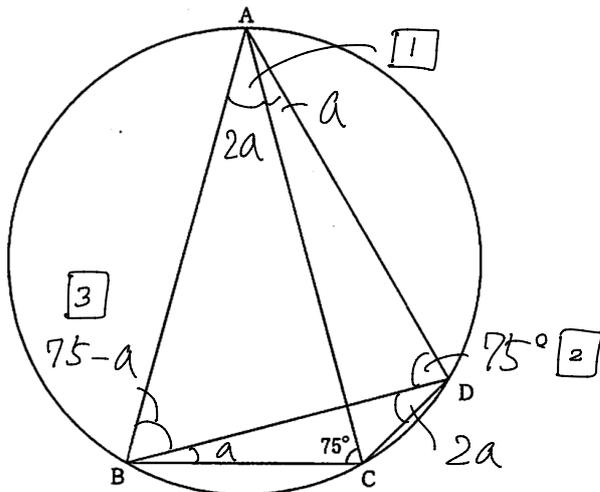
$\triangle ABD = 8 \times (4 - \frac{1}{4}) \times \frac{1}{2} = \frac{60}{4}$

$\triangle ACB : \triangle ABD = \frac{15}{4} : \frac{60}{4}$   
 $= 1 : 4$  //

3.

右の図のように、円周上に3点A, B, Cを  
 $AB=AC=4$ ,  $\angle ACB=75^\circ$ となるようにと  
 ります。また  $\widehat{BC}=2\widehat{CD}$ となるように、点B  
 を含まない弧AC上に点Dをとります。こ  
 のとき、次の問いに答えなさい。

- (1)  $\angle ABD$ の大きさを求めなさい。  
 (2) 四角形ABCDの面積を求めなさい。



(1) ( $\widehat{CD}$ の円周角  $\angle DBC$ )

□  $\widehat{CD}$ の円周角  $\angle CAD = a$  とおくと

$\widehat{BC}$  //  $\angle BAC = 2a$  とおる。  $= \angle BDC$

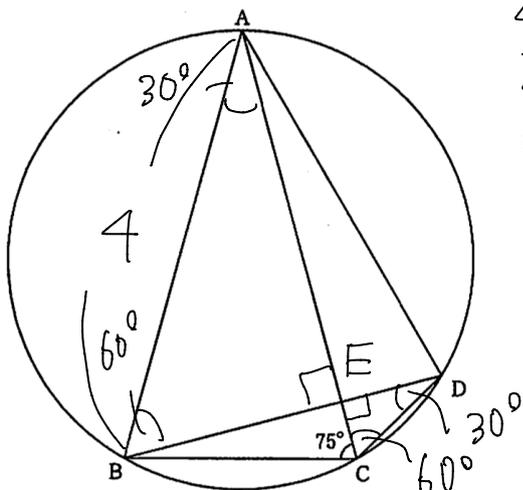
□  $\widehat{AB}$ の円周角は等しいので  $\angle BCA = \angle BDA = 75^\circ$

□  $\triangle ABC$ は  $AB=AC$  の二等辺三角形 なのて  $\angle ABC = \angle ACB = 75^\circ$   
 なのて  $\angle ABD = 75 - a$

$\triangle ABD$ の内角の和は  $180^\circ$  なのて  $3a + (75 - a) + 75 = 180$

$$\angle ABD = 75 - 15 = 60^\circ \quad \leftarrow a = 15^\circ$$

(2)



$\triangle ABE$  と  $\triangle DCE$  は  $60^\circ, 30^\circ, 90^\circ$  の  
 直角三角形 なのて  $BE, AE, CE, DE$   
 の長さも求まる。

$$AB=4 \text{ なのて } BE=2, AE=2\sqrt{3}$$

$$AC=4 \text{ より } EC=AC-AE = 4-2\sqrt{3}$$

$$DE = \sqrt{3}(4-2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}-6$$

以上より

$$\bullet \quad BD = BE + DE = 2 + (4\sqrt{3} - 6)$$

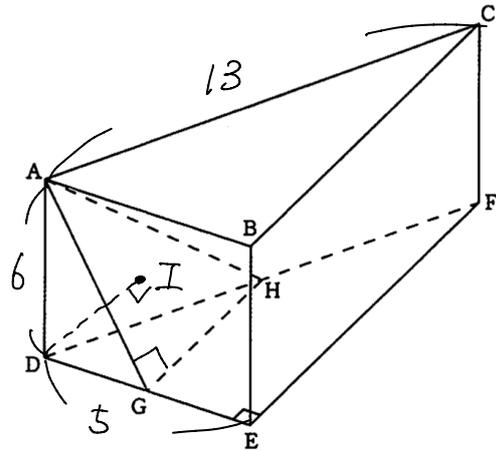
$$\leftarrow \quad = 4\sqrt{3} - 4$$

$$\bullet \quad AC = 4 \text{ なのて}$$

$$\square ABCD = AC \times BD \times \frac{1}{2} = 4(4\sqrt{3}-4) \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}-8 //$$

4.

右の図のように、 $\angle E=90^\circ$ の直角三角形DEFを底面とする三角柱ABCDEFがあります。辺DE, DFの中点をそれぞれG, Hとすると、次の問いに答えなさい。



- (1) 三角錐ADGHと三角柱ABCDEFの体積比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (2)  $DE=5, DF=13, AD=6$ とします。点Dから $\triangle AGH$ に垂線をひくとき、この垂線の長さを求めなさい。

(1) G, HはDE, DFは中点なので

$$\text{面積比は } \triangle DGH : \triangle DEF = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

$$\bullet A-DGH = 1 \times AD \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}AD$$

$$\bullet \text{三角柱} = 4 \times AD = 4AD$$

$$\frac{1}{3}AD : 4AD = 1 : 12 //$$

(2)  $A-DGH = \text{三角柱} \times \frac{1}{12}$   $\triangle$  12が9の大きさ

$$= (5 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 6) \times \frac{1}{12} = 15$$

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 12$$

$$A-DGH = \text{底面} \triangle AGH \times \text{高さ(垂線DI)} \times \frac{1}{3}$$

$$15 = (AG \times GH \times \frac{1}{2}) \times DI \times \frac{1}{3}$$

$$15 = \frac{13}{2} \times 6 \times \frac{1}{2} \times DI \times \frac{1}{3}$$

$$DI = \frac{30}{13} //$$

$$AG = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6^2} = \frac{13}{2}$$

$$GH = \frac{1}{2}EF = 6$$