

(100点満点 (40)分)

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-2\right)^2+\frac{6}{\sqrt{3}}+\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ を計算しなさい。

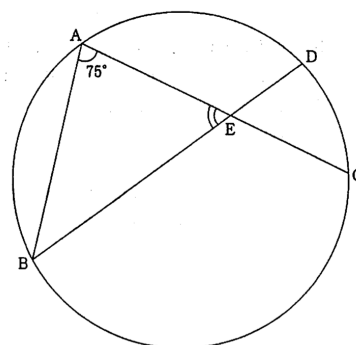
(2) $x+2y=5$ のとき, $2x^2+8xy+8y^2$ の値を求めなさい。

(3) 正 n 角形の各頂点における内角の大きさが外角の大きさより 90° 大きいとき,
 n の値を求めなさい。

- (4) 2つの同じ重さのコップ A, B に水が入っています。A から B へ 40g の水をうつすと A と B のコップを含めた重さの比は 5 : 4 から 5 : 6 へ変わり, 入っている水の量は B が A の 3 倍になりました。コップ 1 個の重さが何 g になるか求めなさい。

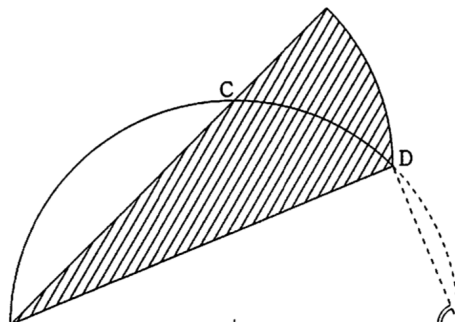
- (5) 男子 4 人, 女子 3 人の中から 2 人の代表をくじびきで選びます。代表に男女 1 人ずつが選ばれる確率を求めなさい。

- (6) 右の図のように, 同一円周上に 4 点 A, B, C, D をとり, 線分 AC と BD の交点を E とします。 $\widehat{AB} = \widehat{DA}$, $\widehat{DC} : \widehat{DA} = 1 : 2$, $\angle BAC = 75^\circ$ のとき, $\angle AEB$ の大きさを求めなさい。



2.

右の図のように、線分 AB を直径とする半円 O があります。弧 AB 上に、点 C を $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ となるようにとり、直径 AB が点 C を通るように折り返したとき、折り目を AD とします。このとき、次頁の問いに答えなさい。

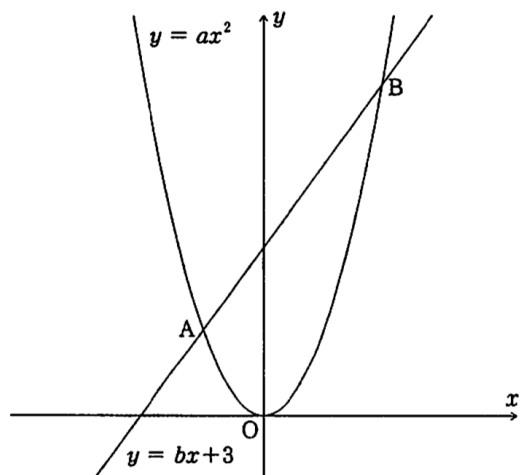


- (1) $\angle ABD$ の大きさを求めなさい。
- (2) $AB=2$ とするとき、折り返した部分（図の斜線部分）の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

3.

右の図のように、放物線 $y=ax^2$ ($a>0$) と直線 $y=bx+3$ との交点を A, B とします。このとき、次の問いに答えなさい。

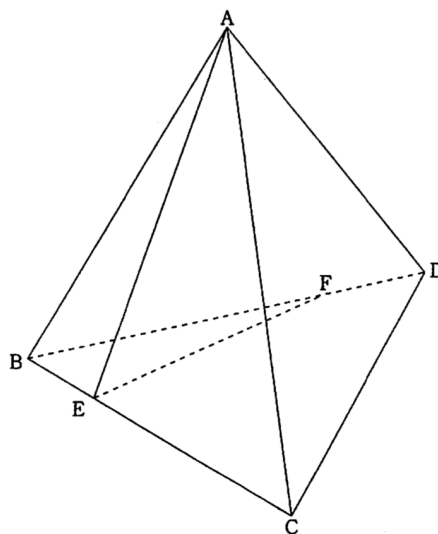
- (1) 点 A の座標が $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ のとき、 a , b の値を求めなさい。
- (2) 点 A の x 座標が -1 , 点 B の x 座標が 2 であるとき、点 B の y 座標を求めなさい。



4.

右の図のように、すべての辺の長さが4である四面体 $ABCD$ があります。辺 BC , DB 上にそれぞれ点 E , F を $EC=3BE$, $FB=3DF$ となるようにとるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 四面体 $ABCD$ の表面積を求めなさい。
- (2) 四角錐 $ACDFE$ の体積は四面体 $ABCD$ の体積の何倍になるか求めなさい。



(100点満点 (40) 分)

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-2\right)^2 + \frac{6}{\sqrt{3}} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 2 + 2^2 + \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} + \frac{1}{4} \\
 &= \frac{3}{4} - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} + \frac{1}{4} = 5 //
 \end{aligned}$$

(2) $x+2y=5$ のとき, $2x^2+8xy+8y^2$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 8xy + 8y^2 &= 2 \times 5^2 \\
 &= 2(x^2 + 4xy + 4y^2) = 50 \\
 &= 2(x+2y)^2 \\
 &\quad \uparrow \\
 x+2y &= 5 \text{ を代入} \\
 &= 2 \times 5^2 = 50 //
 \end{aligned}$$

(3) 正 n 角形の各頂点における内角の大きさが外角の大きさより 90° 大きいとき, n の値を求めなさい。● 正 n 角形の内角の和 $= 180(n-2)$ よって 1つの内角は $\frac{180(n-2)}{n}$ ● 1つの外角の大きさは $\frac{360^\circ}{n}$ なのでは

$$\frac{180(n-2)}{n} = \frac{360}{n} + 90$$

△
↓ $\times n$

$$180n - 360 = 360 + 90n$$

$$90n = 720$$

$$n = 8$$

$$n = 8$$

//

- (4) 2つの同じ重さのコップ A, B に水が入っています。A から B へ 40g の水をうつすと A と B のコップを含めた重さの比は 5:4 から 5:6 へ変わり、入っている水の量は B が A の 3 倍になりました。コップ 1 個の重さが何 g になるか求めなさい。

水入りの A の重さを x g, 水入りの B の重さを y g とする。

最初 $x:y = 5:4$ で、 $A \rightarrow B$ 140g 移動したら $5:6$ になるので

$$x - 40 : y + 40 = 5 : 6$$

$$\begin{cases} x:y = 5:4 \\ x - 40 : y + 40 = 5:6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 4y \\ 6(x - 40) = 5(y + 40) \end{cases}$$

$$\Delta (x, y) = (220, 176)$$

コップの重さを z g とすると

$$3(220 - 40 - z) = 176 + 40 - z$$

$$z = 162 \quad \underline{162g}$$

- (5) 男子 4 人, 女子 3 人の中から 2 人の代表をくじびきで選びます。代表に男女 1 人ずつが選ばれる確率を求めなさい。男子を m_1, m_2, m_3, m_4 , 女子を f_1, f_2, f_3 とする。

$m_1 - m_2$	$m_2 - m_3$	$m_3 - m_4$	$m_4 - f_1$
m_3	m_4	f_1	f_2
m_4	f_1	f_2	f_3
f_1	f_2	f_3	
f_2	f_3		
f_3			

$$f_1 - f_2 \quad f_2 - f_3 \quad \text{全 21通り}$$

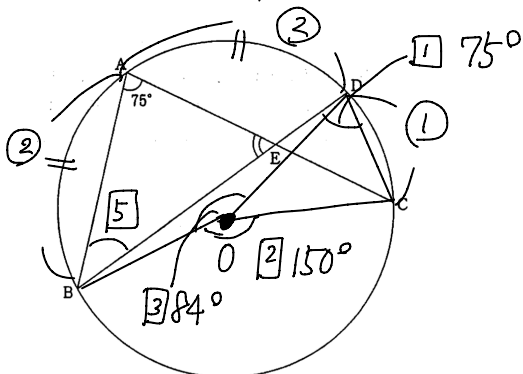
$$\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

- (6) 右の図のように、同一円周上に 4 点 A, B, C, D をとり、線分 AC と BD の交点を E とします。 $\widehat{AB} = \widehat{DA}$, $\widehat{DC} : \widehat{DA} = 1:2$, $\angle BAC = 75^\circ$ のとき、 $\angle AEB$ の大きさを求めなさい。

① $\widehat{BC}$ の円周角は等しいので
 $\angle BDC = \angle BAC = 75^\circ$

② $\angle BAC$ の中心角 $\angle BOC = 150^\circ$

③ $\widehat{BAC} = 360 - 150 = 210^\circ$
 弧の長さの比が $2:2:1$ より
 $\widehat{BAD} = 210 \times \frac{4}{5} = 168^\circ$

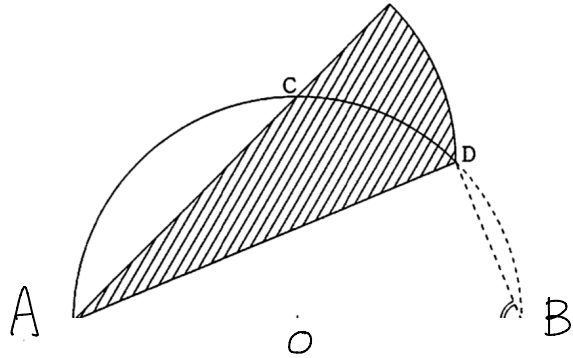


④ $\widehat{BA} = \widehat{AD}$ より $\angle APB = 84^\circ$

⑤ $\angle ABD = 42^\circ$

⑥ $\triangle ABE$ の内角の和 $= 180^\circ$
 なので $180 - 75 - 42 = 63^\circ$

右の図のように、線分 AB を直径とする半円 O があります。弧 AB 上に、点 C を $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ となるようにとり、直径 AB が点 C を通るように折り返したとき、折り目を AD とします。このとき、次頁の問いに答えなさい。



- (1) $\angle ABD$ の大きさを求めなさい。
 (2) $AB=2$ とするとき、折り返した部分（図の斜線部分）の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

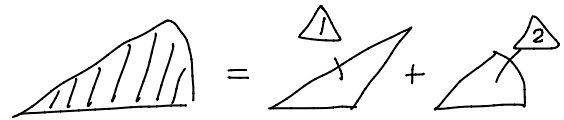
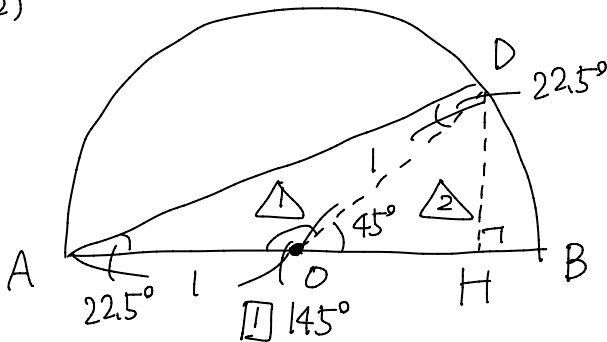
(1) $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ より $\angle COB = 90^\circ$ とわかる。

$\widehat{CD} = \widehat{BD}$ より $\angle COD = \angle DOB = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$

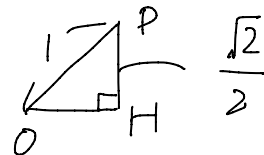
円周角は中心角の半分なので $\angle DAB = 22.5^\circ$

$\angle ADB = 90^\circ$ より $\triangle ADB$ において $180 - (90 + 22.5) = 67.5^\circ$

(2)



$$\begin{aligned} \triangle 1 &= AO \times DH \times \frac{1}{2} \\ &= 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

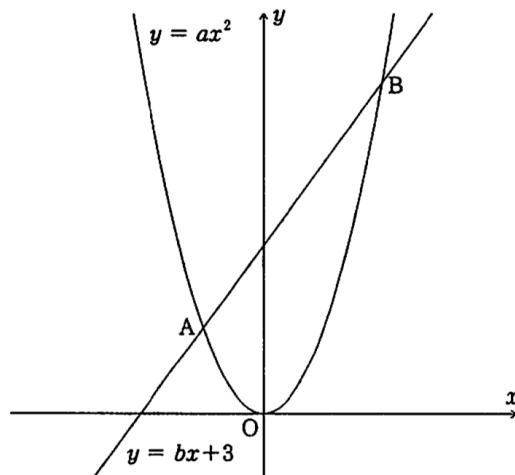


$$\begin{aligned} \triangle 2 &= 1 \times 1 \times \pi \times \frac{45}{360} \\ &= \frac{1}{8} \pi \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{8} \pi$$

3.

右の図のように、放物線 $y=ax^2 (a>0)$ と直線 $y=bx+3$ との交点を A, B とします。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 点 A の座標が $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ のとき、 a, b の値を求めなさい。

(2) 点 A の x 座標が -1 、点 B の x 座標が 2 であるとき、点 B の y 座標を求めなさい。

(1) 2つのグラフとも $A(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ を通るので代入する。

$$\frac{3}{4} = a \times (-\frac{1}{2})^2 \rightarrow a = 3 \quad // \quad \frac{3}{4} = b \times (-\frac{1}{2}) + 3 \rightarrow b = \frac{9}{2} \quad //$$

(2) $y=ax^2$ で $A(-1, \quad), B(2, \quad)$ のときの y 座標は $a, 4a$ となり $A(-1, a) B(2, 4a)$ となり。

• 同様に $y=bx+3$ 上の点でもあるので $A(-1, -b+3), B(2, 2b+3)$ となり、同じ値なので連立方程式を解いて a, b の値を求める。

$$\begin{cases} a = -b + 3 \quad \dots ① \\ 4a = 2b + 3 \quad \dots ② \end{cases}$$

① $\times 2 +$ ②

$$\begin{array}{r} 2a = -2b + 6 \\ +) 4a = 2b + 3 \\ \hline 6a = 9 \\ a = \frac{3}{2} \end{array}$$

よって B の y 座標は

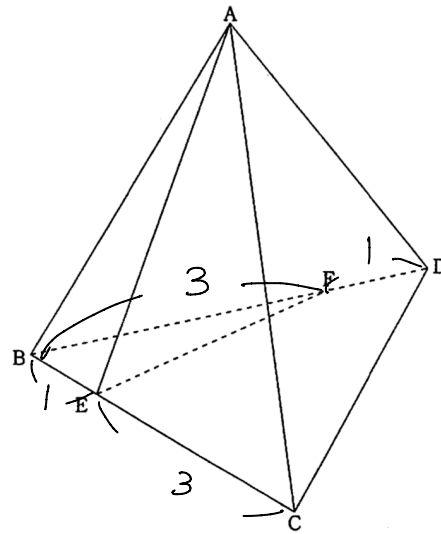
$$\begin{aligned} 4a &= 4 \times \frac{3}{2} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{6}}$$

4.

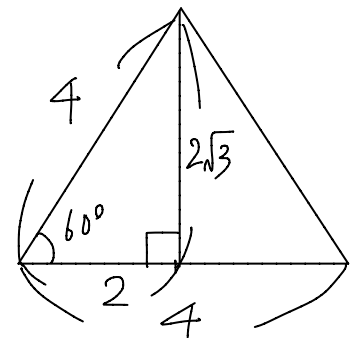
右の図のように、すべての辺の長さが4である四面体ABCDがあります。辺BC, DB上にそれぞれ点E, Fを $EC=3BE$, $FB=3DF$ となるようにとるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 四面体ABCDの表面積を求めなさい。
- (2) 四角錐ACDFEの体積は四面体ABCDの体積の何倍になるか求めなさい。

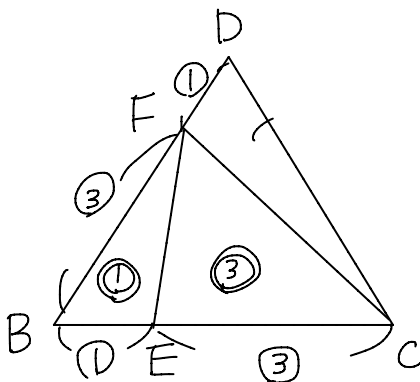


- (1) ● すべての辺の長さが4なので、この立体は正四面体。
問題文より $BE = DF = 1$,
 $EC = FB = 3$ とわかる。

- 表面積は正三角形4つの面積の和
面積 $= 4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}$
よって表面積は $4\sqrt{3} \times 4 = 16\sqrt{3}$



(2) 高さの等しい立体の体積の比 = 底面積の比



- $BE : EC = 1 : 3$ より
 $\triangle FBE : \triangle FEC = 1 : 3$

- $DF : FB = 1 : 3$ より
 $\triangle DFC : \triangle FBC = 1 : 3$

$$x : 4 = 1 : 3 \quad x = \frac{4}{3}$$

$$\triangle DBC = \frac{4}{3} + 4 = \frac{16}{3}$$

$$\square CDFE = \frac{4}{3} + 3 = \frac{13}{3}$$

$$\frac{13}{16} \text{ 倍}$$

