(愛知工業大学名電)高等学校　　H(25)数学

（１００点満点　（40　）分）

１．次の問いに答えなさい。

---

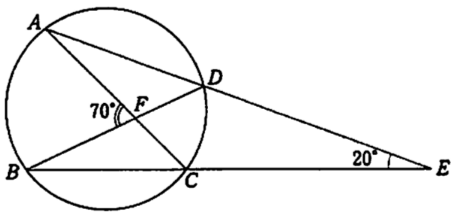
(1)　$3\sqrt{10}\times\sqrt{5}+\dfrac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{98}$ を計算しなさい。

(2)　$2x(y-2)+6-3y$ を因数分解しなさい。

(3)　$x=-\dfrac{1}{2}$，$y=\dfrac{3}{4}$ のとき，$x^2y^3\div(xy^2)^3\times y^4$ の値を求めなさい。

(4)　十の位の数と一の位の数の差が２である２けたの自然数があります。十の位の数と一の位の数の積と，もとの数との和が 50 のとき，もとの数をすべて求めなさい。

(5) 右の図のように，点 A，B，C，D は同一円周上にあります。線分 AD の D 側への延長線と，線分 BC の C 側への延長線の交点を E とします。また，線分 AC と BD の交点を F とします。$\angle AFB = 70°$，$\angle AEB = 20°$ のとき，$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{DC}$ を最も簡単な整数比で表しなさい。



(6) 白玉だけがたくさんはいっている箱に600個の赤玉を入れてよくかきまぜます。その箱から無作為に50個の玉を取り出し，赤玉の数を調べたところ15個でした。もともと箱にはいっていた白玉の個数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。

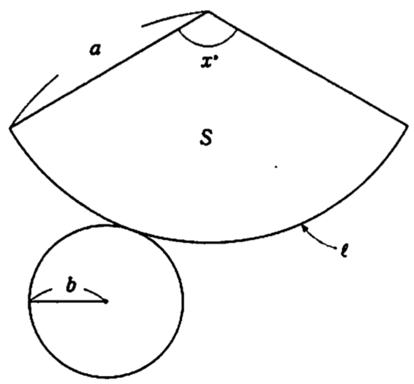
2.

右の図のように，母線の長さがa，底面の半径がbである円錐の展開図があります。この展開図のおうぎ形の面積をS，弧の長さをℓ，中心角の大きさをx°とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率をπとします。

(1) Sを，aとxを用いて表しなさい。

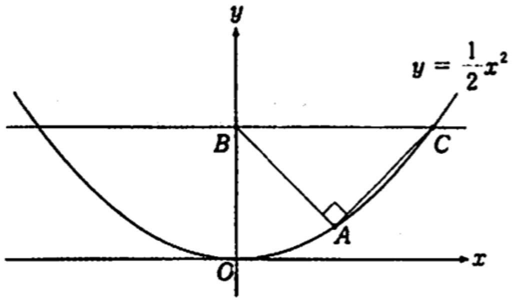
(2) ℓを，aとxを用いて表しなさい。

(3) Sを，aとbを用いて表しなさい。



3.

右の図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上に x 座標が正である点 A があります。点 A より上側に x 軸と平行な直線を引き，直線と y 軸との交点を B，放物線との交点で x 座標が正である点を C とします。△ABC が∠$A=90°$ の直角二等辺三角形であるとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率を π とします。



(1) 点 A の座標を求めなさい。

(2) △ABC を y 軸の周りに一回転させてできる立体の体積を求めなさい。

4.

座標平面上に，3点$A(0,\ a)$，$B(2,\ 3)$，$D(8,\ 0)$があります。四角形$ABCD$が平行四辺形となるように点Cをとるとき，次の問いに答えなさい。

(1) 点Cのy座標をaを用いて表しなさい。

(2) 平行四辺形$ABCD$の面積が30のとき，aの値を求めなさい。ただし，$a>0$とします。

(愛知工業大学名電)高等学校　　H(25)数学

（１００点満点　（40　）分）

１．次の問いに答えなさい。

(1) $3\sqrt{10}\times\sqrt{5}+\dfrac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{98}$ を計算しなさい。

$= 3\sqrt{50} + 2\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

$= 15\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

$= 10\sqrt{2}$ //

(2) $2x(y-2)+6-3y$ を因数分解しなさい。

$= 2xy - 4x + 6 - 3y$

$= 2xy - 3y - 4x + 6$

$= y(2x-3) - 2(2x-3)$

$= yM - 2M = M(y-2)$

$= (2x-3)(y-2)$ //

(3) $x=-\dfrac{1}{2}$, $y=\dfrac{3}{4}$ のとき，$x^2y^3 \div (xy^2)^3 \times y^4$ の値を求めなさい。

$\dfrac{x^2y^3 \times y^4}{x^3y^6} = \dfrac{y}{x}$

$x=-\frac{1}{2}$, $y=\frac{3}{4}$ を代入。

$\frac{3}{4} \div \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$ //

← どっちが大きいか２通り求める。先に $a>b$

(4) ①十の位の数と一の位の数の差が２である２けたの自然数があります。②十の位の数と一の位の数の積と，もとの数との和が50のとき，もとの数をすべて求めなさい。

十の位を a，一の位を b とする。

$$\begin{cases} a = b+2 & \cdots ① \\ ab + (10a+b) = 50 & \cdots ② \end{cases}$$

①を②に代入

$b(b+2) + (10(b+2)+b) = 50$

$b^2 + 13b - 30 = 0$

$(b-2)(b+15) = 0$

$b = 2, -15$

$b>0$ より　$b=2$

①に代入し　$a=4$

よって　42 //

$b = a+2$ の場合

代入し

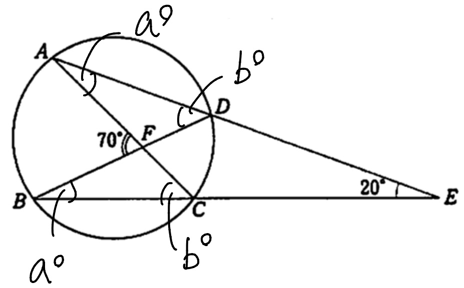
$a^2 + 13a - 48 = 0$

$(a-3)(a+16) = 0$

$a=3$, $b=5$

35 //

(5) 右の図のように，点A，B，C，Dは同一円周上にあります。線分ADのD側への延長線と，線分BCのC側への延長線の交点をEとします。また，線分ACとBDの交点をFとします。$\angle AFB = 70°$，$\angle AEB = 20°$のとき，$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{DC}$を最も簡単な整数比で表しなさい。



- 円周角の定理より $\angle FAD = a°$ とおくと $\angle FBC = a°$
  同様に $\angle FDA = b°$ とおくと $\angle FCB = b°$

- △AFDで外角の性質より $a + b = 70°$
  △AECで 〃 より $a + 20° = b$
  $\Big\}$ $(a, b) = (45, 25)$

- 円周角の大きさは弧の長さに比例するので
  $45 : 25 = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{DC} = \underline{9 : 5}$ //

(6) 白玉だけがたくさんはいっている箱に600個の赤玉を入れてよくかきまぜます。その箱から無作為に50個の玉を取り出し，赤玉の数を調べたところ15個でした。もともと箱にはいっていた白玉の個数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。

をx個とすると

$$50 : 15 = (x + 600) : 600$$

$$15(x + 600) = 30000$$

$$x + 600 = 2000$$

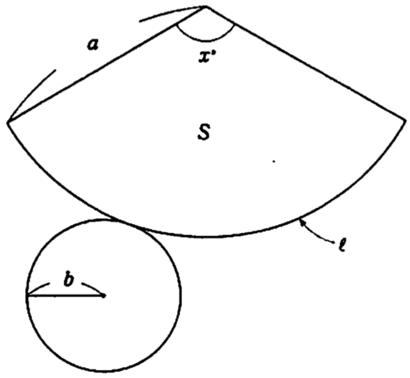
$$x = 1400$$

$\underline{1400個}$ //

2.

右の図のように，母線の長さがa，底面の半径がbである円錐の展開図があります。この展開図のおうぎ形の面積をS，弧の長さをℓ，中心角の大きさをx°とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率をπとします。

(1) Sを，aとxを用いて表しなさい。
(2) ℓを，aとxを用いて表しなさい。
(3) Sを，aとbを用いて表しなさい。



(1) おうぎ形の面積 $=$ (おうぎ形の半径$)^2 \times \pi \times \dfrac{中心角}{360}$

$$S = a^2\pi \times \frac{x}{360} = \frac{\pi a^2 x}{360} \qquad \underline{S = \frac{\pi a^2 x}{360}} \text{//}$$

(2) おうぎ形の弧の長さ $= 2 \times \pi \times$ おうぎ形の半径 $\times \dfrac{中心角}{360}$

$$\ell = 2\pi a \times \frac{x}{360} = \frac{\pi a x}{180} \qquad \underline{\ell = \frac{\pi a x}{180}} \text{//}$$

(3) • 底面の円周の長さ ＝ おうぎ形の弧の長さ なので

$$\ell = 2\pi b$$

• おうぎ形の面積 $= \dfrac{1}{2} \times$ 弧の長さ $\times$ 半径 なので

$$S = \frac{1}{2}\ell a$$

代入

$$S = \frac{1}{2} \times 2\pi b \times a \rightarrow \underline{S = \pi a b} \text{//}$$

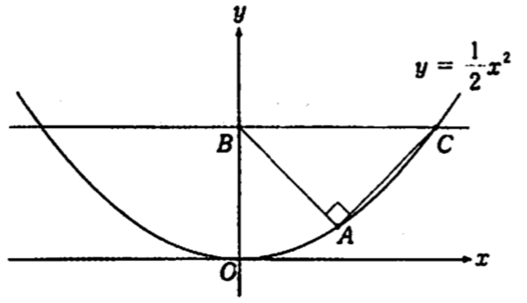
Point
(3)で出た式は
公式として覚えておくと良い

3.

右の図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上に x 座標が正である点 A があります。点 A より上側に x 軸と平行な直線を引き，直線と y 軸との交点を B，放物線との交点で x 座標が正である点を C とします。$\triangle ABC$ が $\angle A=90°$ の直角二等辺三角形であるとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率を π とします。

(1) 点 A の座標を求めなさい。

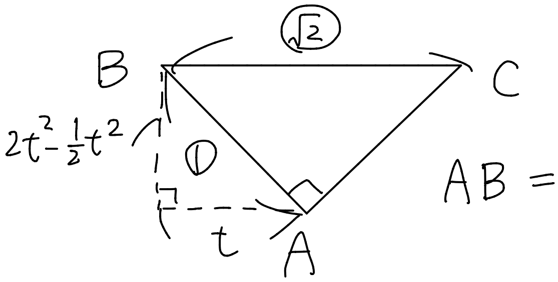
(2) $\triangle ABC$ を y 軸の周りに一回転させてできる立体の体積を求めなさい。



(1) $\triangle BAC=90°$ の直角二等辺三角形 で $BC \parallel x$軸 なので

A の x 座標 を t とすると $A(t, \frac{1}{2}t^2)$ となり C の x 座標は

$2t$ となる。 よって $C(2t, 2t^2)$ ， $B(0, 2t^2)$ となる。



三平方の定理より $AB:BC=1:\sqrt{2}$

$$AB=\sqrt{t^2+\left(2t^2-\frac{1}{2}t^2\right)^2}=\sqrt{t^2+\frac{9}{4}t^4}$$

$$AB:BC=1:\sqrt{2}=\underbrace{\sqrt{t^2+\frac{9}{4}t^4}:2t}$$

$$2t=\sqrt{2}\times\sqrt{t^2+\frac{9}{4}t^4}$$

2乗

$$4t^2=2\left(t^2+\frac{9}{4}t^4\right)$$

$$t^2\left(\frac{9}{2}t^2-2\right)=0$$ ， $t>0$ より $\div t^2$

$$\frac{9}{2}t^2-2=0$$

$$\frac{9}{2}t^2=2$$

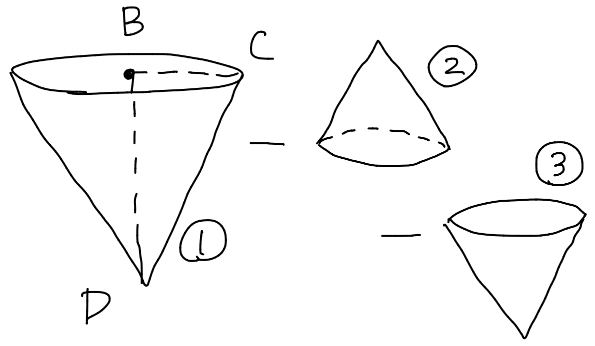
$$9t^2=4 \qquad t=\frac{2}{3}$$

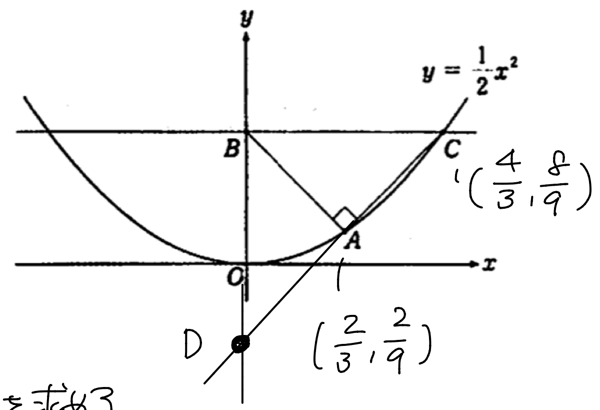
$t=\frac{2}{3}$ を $A(t, \frac{1}{2}t^2)$ に代入すると

$$A\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{9}\right)$$

//

(2) $\triangle ABC$ を y 軸の周りに一回転させてできる立体の体積を求めなさい。





• CAの延長線とy軸との交点Dを求める。

CA：傾き $= \dfrac{\frac{8}{9}-\frac{2}{9}}{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}} = \dfrac{\frac{6}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{6}{9} \div \frac{2}{3} = \frac{6}{9} \times \frac{3}{2} = 1$

$(\frac{2}{3}, \frac{2}{9})$ を通るので　$\frac{2}{9} = 1 \times \frac{2}{3} + b$　$b = -\frac{4}{9}$　$y = x - \frac{4}{9}$

よって $D(0, -\frac{4}{9})$

• ① $= \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \pi \times \frac{12}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{81}\pi$

② $= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \pi \times \frac{6}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{81}\pi$

③ $= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \pi \times \frac{6}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{81}\pi$

① − ② − ③ $= \frac{64}{81}\pi - \frac{8}{81}\pi - \frac{8}{81}\pi$

$= \frac{48}{81}\pi$

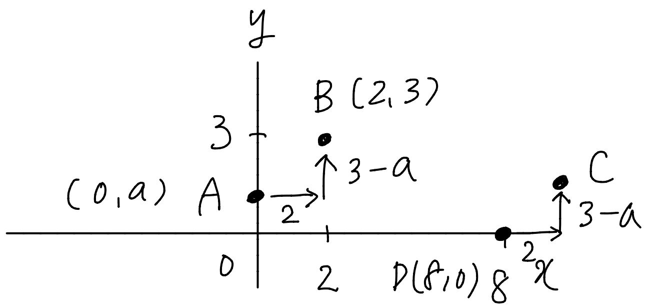
$= \frac{16}{27}\pi$ //

4.

座標平面上に，3点$A(0,\ a)$，$B(2,\ 3)$，$D(8,\ 0)$があります。四角形$ABCD$が平行四辺形となるように点Cをとるとき，次の問いに答えなさい。

(1) 点Cのy座標をaを用いて表しなさい。

(2) 平行四辺形$ABCD$の面積が30のとき，aの値を求めなさい。ただし，$a>0$とします。



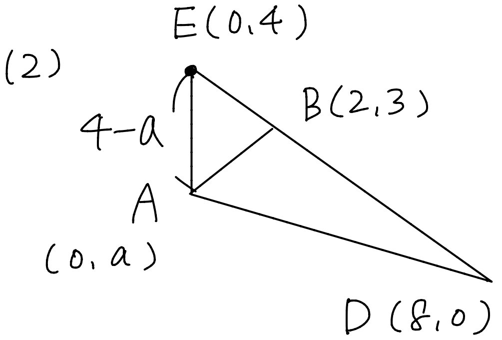
(1) AからBまでは

x方向に2，y方向に$3-a$

よって Cのy座標は

$3-a$ //

(2)



BD：$y=-\frac{1}{2}x+4$

$\triangle ABD = \triangle AED - \triangle AEB$

$= (4-a)\times 8\times\frac{1}{2}$

$\quad - (4-a)\times 2\times\frac{1}{2}$

$= 16-4a-4+a$

$= -3a+12$

$\triangle ABD = \frac{1}{2}\,▱ABCD$

なので $\frac{1}{2}\times 30 = 15$

$-3a+12 = 15$

$a = -1$ ？

これはaが4より小さい場合

なのでそれだと$a>0$と

ならず不適。

$EA = a-4$ となるので

$(a-4)\times 8\times\frac{1}{2} - (a-4)\times 2\times\frac{1}{2} = 15$

$4a-16-a+4 = 15$

$3a = 27$

$a=9$ //