高校入試過去問(　　東　邦　　　)(H29)年数学

（１００点満点（40　）分））

１．

---

(1)　$(-2)^4 \times 3 + (-32) \div (-2^3)$　を計算せよ。

(2)　$\sqrt{60} \times \sqrt{5} - \dfrac{6}{\sqrt{3}}$　を簡単にせよ。

(3)　$\left(\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x}{5}\right) \div \left(-\dfrac{x}{10}\right)$　を計算せよ。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}=1 \\ 2x-3y=-2 \end{cases}$ を解け。

(5) $2017^2-6\times2017\times672+9\times672^2$ の値を求めよ。

２.

(1) $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$ よりも絶対値が小さくなるような整数は何個あるか。

(2) 関数 $y=-\dfrac{3}{x}$ において，y の変域が $-3 \leqq y \leqq -1$ であるとき，x の変域を求めよ。

(3) ２，３，５，７を１つずつ書いた４枚のカードがあり，このカードをよくきってから，続けて２枚ひく。１枚目にひいたカードに書いてある数字を十の位，２枚目にひいたカードに書いてある数字を一の位として２桁の整数をつくるとき，この整数が３の倍数になる確率を求めよ。

(4) 理科実験室で，生徒を実験机１台に４人ずつ座らせると13人が座ることができず，実験机１台に５人ずつ座らせると２人分の席が余った。このとき，実験机の台数と生徒人数を求めよ。

(5) 《n》は n の正の約数のうち素数である数の個数を表すものとする。例えば６の正の約数は１，２，３，６であり，そのうち素数は２，３だから，《６》＝２となる。このとき，《n》＝《360》を満たす最小の自然数 n を求めよ。

３.

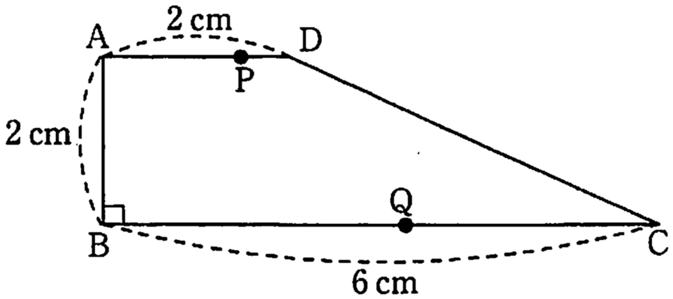
図のような台形ABCDにおいて，点Pは点Dを出発し毎秒１cmの速さで辺DA上を往復し，D→A→D→Aと移動する。点Qは点Bを出発し毎秒１cmの速さで辺BC上を点Cまで移動する。２点P，Qがそれぞれ点D，Bを同時に出発してx秒後の四角形DPQC（ただし，点Pが点D上にあるときは三角形DQC）の面積を$y$cm²とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $x=2$ のとき，yの値を求めよ。

(2) $x=3$ のとき，yの値を求めよ。

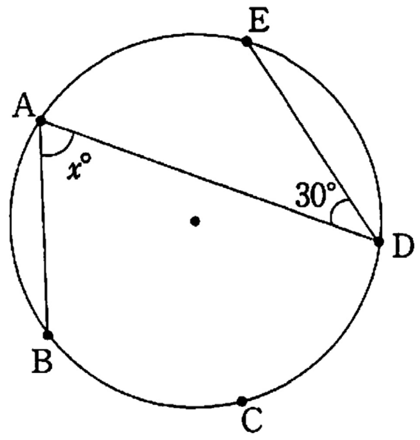
(3) $0 \leqq x \leqq 6$ のとき，xとyの関係を表すグラフをかけ。

(4) $0 \leqq x \leqq 6$ のとき，四角形DPQCの面積が台形ABCDの面積の$\frac{1}{3}$になるように，xの値を定めよ。



４.

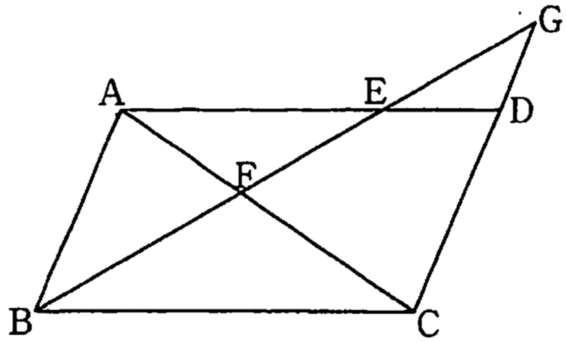
(1)　右の図において，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$ のとき，∠BADの大きさ x を求めよ。



(2)　平行四辺形ABCDにおいて，点Eは辺AD上の点であり，AE：ED＝２：１ である。線分ACと線分BEの交点をF，線分BEと線分CDをそれぞれ延長した直線の交点をGとする。BF＝４ のとき，次の問い①，②に答えよ。

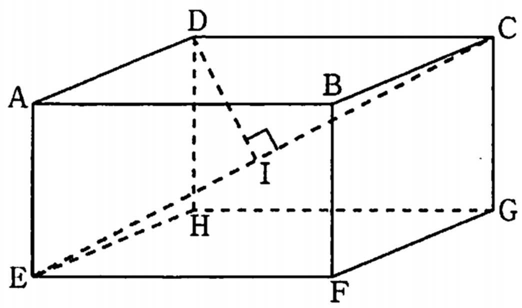
①　線分EGの長さを求めよ。

②　△ABFの面積は，平行四辺形ABCDの面積の何倍か答えよ。

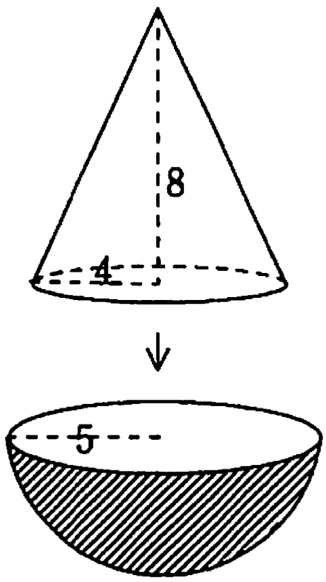


(3) 下の図はAB＝5，AD＝4，AE＝3 の直方体である。DI⊥CEとなるように，線分CE上に点Ｉをとったとき，次の線分の長さを求めよ。

① AC　② CE　③ DI



(4) 右の図のような円錐と半球の容器がある。円錐を半球の容器に，半球の切り口と平行に入れ，半球の切り口からはみ出す円錐の体積が最小となるようにする。このとき，半球の切り口からはみ出す円錐の体積を求めよ。ただし，容器の厚さは考えないものとする。



高校入試過去問(東 邦) (H29)年数学

（１００点満点（40 ）分））

１.

(1) $(-2)^4\times 3+(-32)\div(-2^3)$ を計算せよ。

$= 4\times4\times3+(-32)\div(-8)$

$= 48+4 = \underline{52}$

今回は $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ でも $c\sqrt{d}$ にしやすかったが、基本は素因数分解が先！

(2) $\sqrt{60}\times\sqrt{5}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ を簡単にせよ。

$= 2\sqrt{3}\times\underbrace{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}_{5}-\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ → $\dfrac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

$= 10\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$= \underline{8\sqrt{3}}$

(別アプローチ) 同じ

$\sqrt{300}-2\sqrt{3}$

$= 10\sqrt{3}-2\sqrt{3} = \underline{8\sqrt{3}}$

(3) $\left(\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x}{5}\right)\div\left(-\dfrac{x}{10}\right)$ を計算せよ。

$= \left(\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x}{5}\right)\times\left(-\dfrac{10}{x}\right)$

$= \dfrac{x^2}{2}\times\left(-\dfrac{10}{x}\right)-\dfrac{x}{5}\times\left(-\dfrac{10}{x}\right)$

$= \underline{-5x+2}$

(別アプローチ)

通分 → 約分の流れ

$\left(\dfrac{5x^2-2x}{10}\right)\times\left(-\dfrac{10}{x}\right)$

$= \dfrac{\cancel{x}(5x-2)}{\cancel{10}}\times\left(-\dfrac{\cancel{10}}{\cancel{x}}\right)$

$= -(5x-2)$

$= \underline{-5x+2}$

(4) 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}=1 & \cdots ① \\ 2x-3y=-2 & \cdots ② \end{cases}$ を解け。

①×6 − ②

$$\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{6}\right)\times 6 = 1\times 6$$

$$\begin{array}{rl} & 2x+y=6 \\ -) & 2x-3y=-2 \\ \hline & 4y=8 \end{array}$$

$y=2$ を ② に代入

$2x-6=-2 \rightarrow x=2$

$(x, y)=(2, 2)$ //

Point

連立方程式の計算は
途中式が長くなりがち
なので 頭の中で
係数をそろえて
から 書き始めた！

（もちろん めんどうな
計算のときは何倍かを
何回かくり返して進める
ことは必要！

---

(5) $2017^2-6\times 2017\times 672+9\times 672^2$ の値を求めよ。

$2017=a$, $672=b$ とおくと,

$$a^2-6ab+9b^2$$
$$=(a-3b)^2$$

$a=2017$, $b=672$ を戻して

$$(2017-\underbrace{3\times 672}_{2016})^2 = 1^2 = 1$$ //

Point

大きな数は 文字でおく と、
式が見やすく 、変形 に
気づきやすくなる！

2.

(1) $\frac{10}{\sqrt{5}}$ よりも絶対値が小さくなるような整数は何個あるか。

◎ $\dfrac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \dfrac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$

◎ $\underset{\substack{\parallel \\ 2}}{\sqrt{4}} < \sqrt{5} < \underset{\substack{\parallel \\ 3}}{\sqrt{9}}$ より

$\sqrt{5}$ は $2.\cdots$ の小数とわかる。

◎ $2\sqrt{5} = 2\times 2.\boxed{?}\cdots$

ここで $\sqrt{5}$ が 2.5 をこえていると $2\sqrt{5} > 5$ となり、2.5未満だと $2\sqrt{5} < 5$ となり答えが変わってくる。

◎ $\underset{\substack{\parallel \\ 6.25}}{(2.5)^2}$ と $\underset{\substack{\parallel \\ 5}}{(\sqrt{5})^2}$ を比較する。 $6.25 > 5$ つまり

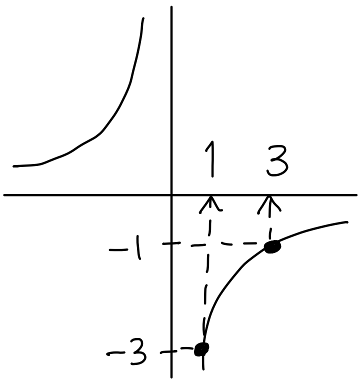
$\frac{10}{\sqrt{5}} < 5$ ∴ $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ の 9コ

Point

$\sqrt{5} \fallingdotseq 2.236$ と覚えていれば、ここへ一気に進める！

---

(2) 関数 $y=-\frac{3}{x}$ において，y の変域が $-3\leqq y\leqq -1$ であるとき，x の変域を求めよ。



① $y=-\frac{3}{x}$ をかき、y の変域から2点をとる。

② x座標を求める。

$1\leqq x\leqq 3$

---

(3) 2，3，5，7を1つずつ書いた4枚のカードがあり，このカードをよくきってから，続けて2枚ひく。1枚目にひいたカードに書いてある数字を十の位，2枚目にひいたカードに書いてある数字を一の位として2桁の整数をつくるとき，この整数が3の倍数になる確率を求めよ。

			入れ替え
2	3	23	32
	5	25	52
	7	27	72
3	5	35	53
	7	37	73
5	7	57	75

上から順に 十の位＋一の位 をすると

5, 7, 9, 8, 10, 12 が2列ともなので

すべてを3で割ってもよいが「各位の数の和が3の倍数」になれば その数全体は3の倍数となる。を利用。

12通り中、4通り $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Point

続けて2枚 → 樹形図で 2−2 のようにはならない。

(4) 理科実験室で，生徒を実験机１台に４人ずつ座らせると13人が座ることができず，実験机１台に５人ずつ座らせると２人分の席が余った。このとき，実験机の台数と生徒人数を求めよ。

台数をx台とし、座り方によって人数は変わらないことから。

$$4x+13=5x-2$$

$$x=15 \text{ (台)}$$

$$4\times15+13=73 \text{ (人)}$$

∴ 実験机 = 15台
生徒人数 = 73人 //

---

(5) 《n》はnの正の約数のうち素数である数の個数を表すものとする。例えば６の正の約数は１，２，３，６であり，そのうち素数は２，３だから，《６》＝２となる。このとき，《n》＝《360》を満たす最小の自然数nを求めよ。

① 360を素因数分解すると，$2^3\times3^2\times5$となり、
素数の約数は 2, 3, 5 の 3コ
∴ 《360》= 3

2) 360
2) 180
3) 90
3) 30
2) 10
5

② 素数の約数が3コの最小の自然数nを探す。
それは、$2\times3\times5=30$ //

素因数分解後の式からの約数の見つけ方

② ② ②
③ ③ ⑤

ここから
何個でも取り出してよく。
これらの数を掛けた数
が約数となる。

３.

図のような台形ABCDにおいて，点Ｐは点Ｄを出発し毎秒１㎝の速さで辺DA上を往復し，Ｄ→Ａ→Ｄ→Ａと移動する。点Ｑは点Ｂを出発し毎秒１㎝の速さで辺BC上を点Ｃまで移動する。２点Ｐ，Ｑがそれぞれ点Ｄ，Ｂを同時に出発して x 秒後の四角形DPQC（ただし，点Ｐが点Ｄ上にあるときは三角形DQC）の面積を y㎝^{2} とするとき，次の問いに答えよ。

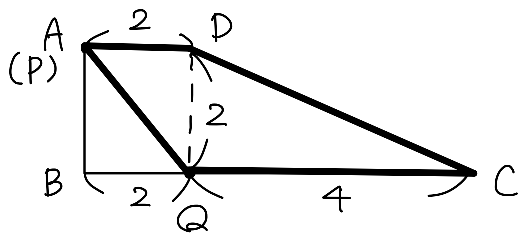
(1)　$x=2$ のとき，y の値を求めよ。

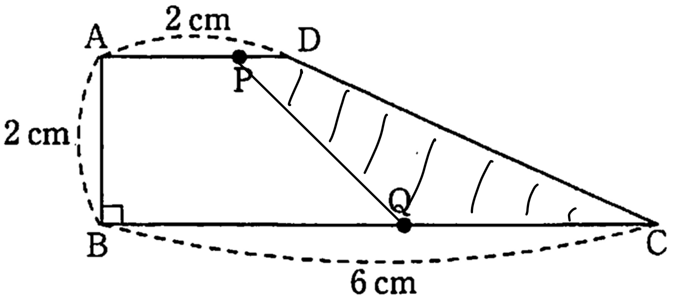
(2)　$x=3$ のとき，y の値を求めよ。

(3)　$0 \leqq x \leqq 6$ のとき，x と y の関係を表すグラフをかけ。

(4)　$0 \leqq x \leqq 6$ のとき，四角形DPQCの面積が台形ABCDの面積の $\frac{1}{3}$ になるように，x の値を定めよ。

(1)





四角形ＰＱＣＤの面積 $y$cm^2 は

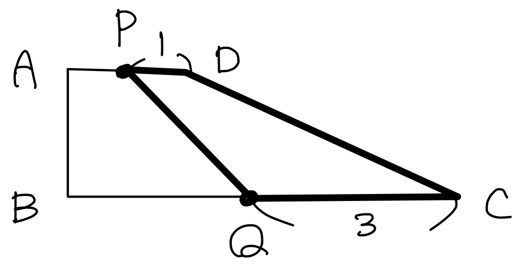
台形ＰＱＣＤの面積なので，

$y = (AD + QC) \times \underset{(AB)}{DQ} \times \frac{1}{2}$

$= (2+4) \times 2 \times \frac{1}{2} = 6$

$y = 6$ //

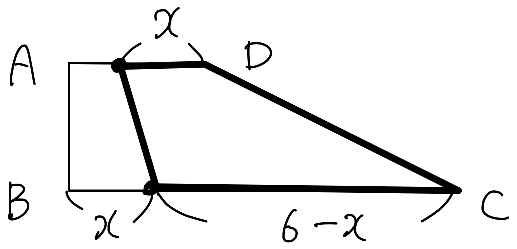
(2)



(1) 同様に　$y = (1+3) \times 2 \times \frac{1}{2}$

$= 4$ //

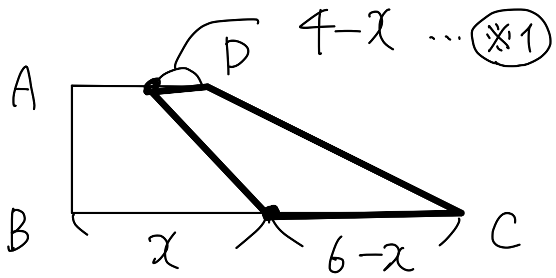
(3) (i) $0 \leqq x \leqq 2$



$y = (x + (6-x)) \times 2 \times \frac{1}{2}$

$= 6$

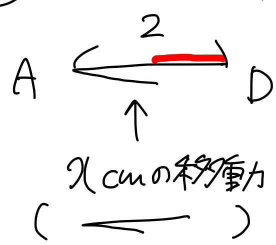
(ii) $2 \leqq x \leqq 4$



$y = \{(4-x) + (6-x)\} \times 2 \times \frac{1}{2}$

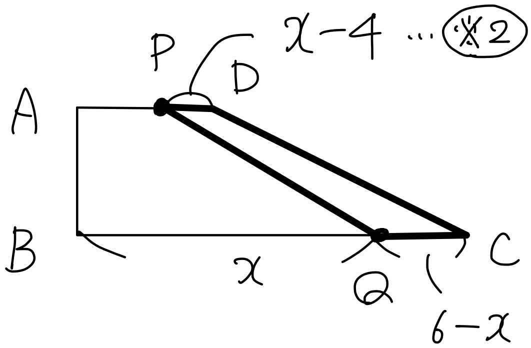
$= 10 - 2x$

※1 $4-x$ の説明



ほしいのは ── の部分の長さなので AD往復の4cmから x を引くと求まる。

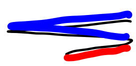
(iii) $4 \leqq x \leqq 6$



$y = \{(x-4) + (6-x)\} \times 2 \times \frac{1}{2}$

$= 2$

※2 $x-4$ の説明



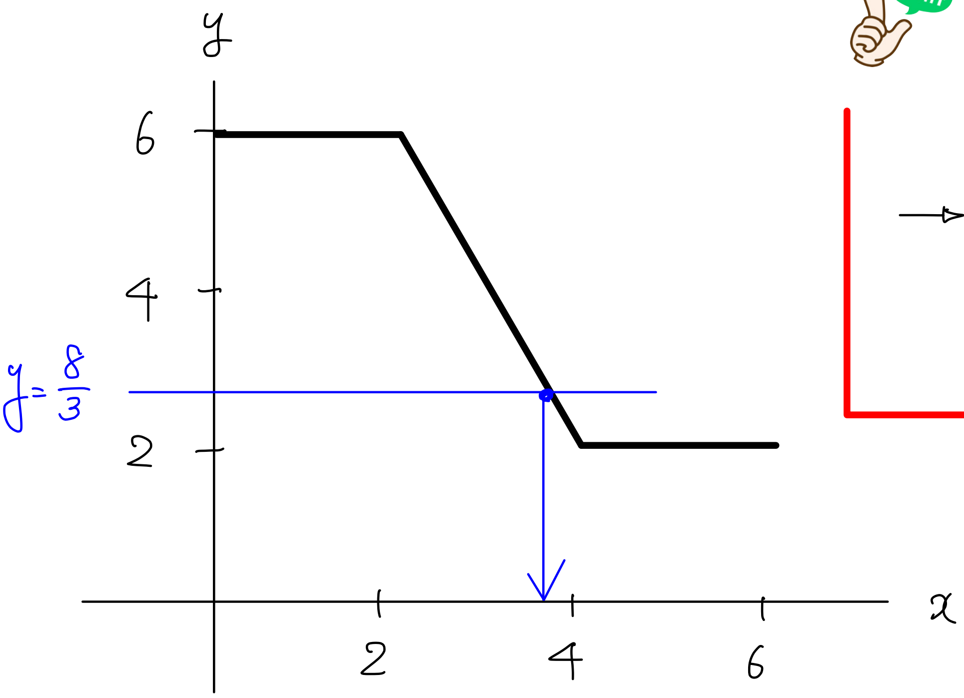
移動した x cm から AD往復分の 4cm を引くと求まる。

(3) の続き

(i) $0 \leqq x \leqq 2$ $\quad y=6$

(ii) $2 \leqq x \leqq 4$ $\quad y=10-2x$ $\quad$ をグラフに表す。

(iii) $4 \leqq x \leqq 6$ $\quad y=2$



Point

(i)(iii) をかいて
間 を結ぶと完成!

→ 面積はいきなり変化しないので 一本の線でつながっているから。

---

(4) y が もとの台形の面積 の $\frac{1}{3}$ になるので

$= (2+6) \times 2 \times \frac{1}{2} = 8$ その $\frac{1}{3}$ なので $\frac{8}{3}$

$y=\frac{8}{3}$ になるときの x を求めればよいので

$y=10-2x$ に $y=\frac{8}{3}$ を代入し、 $x=\frac{11}{3}$ //

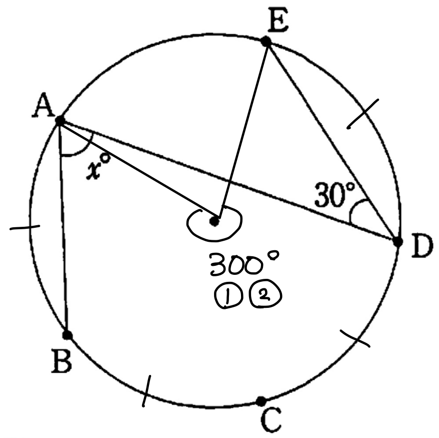
重要

(3) から解くと、(1)(2) はその具体例なので 時短 になる!

→ これは、(1)(2) でやることと、(3) でやることが同じくり返しの場合に 有効!

4.

(1) 右の図において，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$ のとき，∠BADの大きさ x を求めよ。



① $\overset{\frown}{AE}$ の中心角 $= 30° \times 2 = 60°$
その周りの角は $360° - 60° = 300°$

② 300°は $\overset{\frown}{AE}$ の中心角である。
(B,C,Dを含む側の)

③ これの4等分に対する中心角が300°
なので 2等分の中心角は半分の150°
($\overset{\frown}{BD}$)

④ $\overset{\frown}{BC}$ の中心角が150°なので円周角 x
は 75°

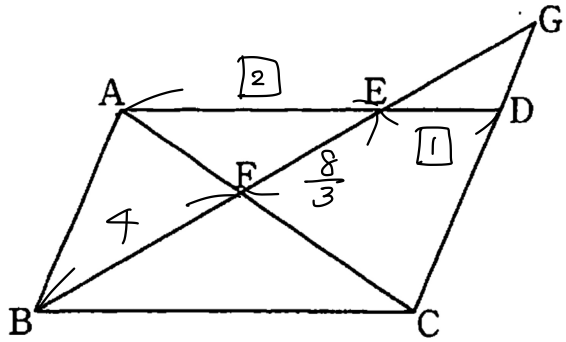
重要

等分問題は
「中心角」から考える!

(2) 平行四辺形ABCDにおいて，点Eは辺AD上の点であり，AE：ED＝2：1 である。線分ACと線分BEの交点をF，線分BEと線分CDをそれぞれ延長した直線の交点をGとする。BF＝4 のとき，次の問い①，②に答えよ。

① 線分EGの長さを求めよ。

② △ABFの面積は，平行四辺形ABCDの面積の何倍か答えよ。



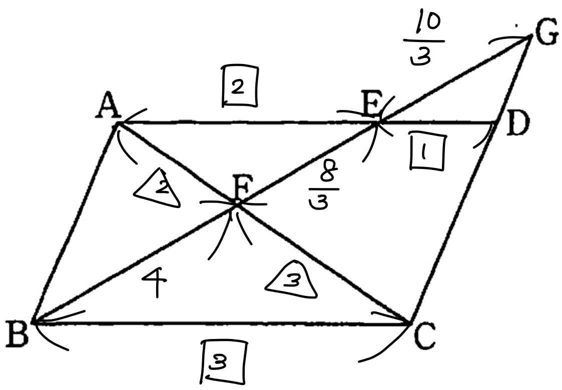
① 方針

△ABE∽△DEG の BE：GE から答えへ。

⑦ AE：ED ＝ $\boxed{2}$: $\boxed{1}$ より
BC ＝ $\boxed{2}$ ＋ $\boxed{1}$ ＝ $\boxed{3}$
△FBC∽△FEA は
FB：FE ＝ BC：EA
＝ $\boxed{3}$: $\boxed{2}$ なので
$FE = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

④ △ABE∽△DEGで
BE：GE ＝ AE：DE
＝ 2：1 …(※)
BE ＝ BF ＋ FE
$= 4 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3}$ なので
(※)より $EG = \frac{20}{3} \div 2 = \frac{10}{3}$

② △ABFの面積は，平行四辺形ABCDの面積の何倍か答えよ。



① AE：BC＝$\boxed{2}$：$\boxed{3}$ より

AF：FC＝2：3 なので

△ABFの面積比を 2

とすると，△FBCは 3 となる。

② 平行四辺形の対角線ACは

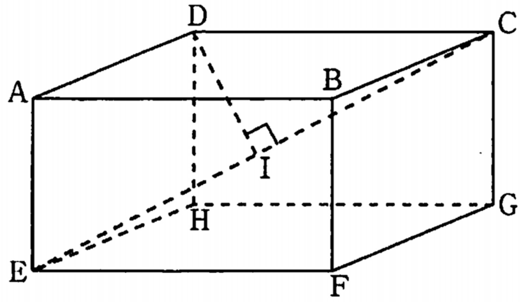
平行四辺形の面積を半分にするので

平行四辺形の面積比は △ABCの 2 ＋ 3 ＝ 5 の2倍で 10

以上より △ABF：平行四辺形 ＝ 2：10 $\frac{1}{5}$倍

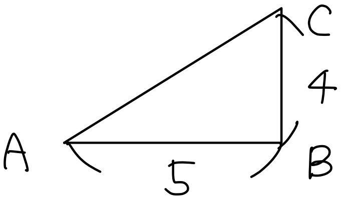
(3) 下の図はAB＝5，AD＝4，AE＝3 の直方体である。DI⊥CEとなるように，線分CE上に点Ｉをとったとき，次の線分の長さを求めよ。

① AC　② CE　③ DI



① ACを含む直角三角形を見つける。

△ABCで三平方を用いる。



$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$$

$$AC = \sqrt{41}$$ //

---

②

方針　EGを△EFGの三平方で求めて，△ECGでEGとCGからCEを求める。それを一つの式で表すと，

$$EC = \sqrt{EF^2 + FG^2 + CG^2} = \sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2} = 5\sqrt{2}$$ //

---

③

方針　直角三角形EDCの面積を2通りで表す。（底辺×高さ×$\frac{1}{2}$の利用）

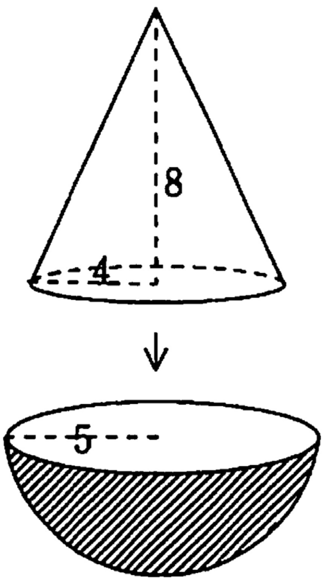
$$ED \times DC \times \frac{1}{2} = EC \times DI \times \frac{1}{2}$$

$$5 \times 5 \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{2} \times DI \times \frac{1}{2}$$

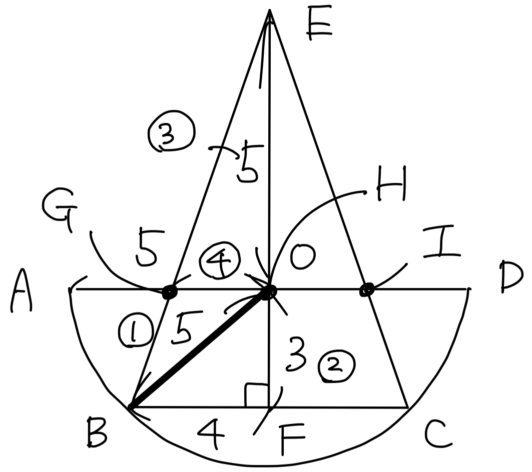
$$25 = 5\sqrt{2}\,DI$$

$$DI = \frac{25}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$ //

(4) 右の図のような円錐と半球の容器がある。円錐を半球の容器に，半球の切り口と平行に入れ，半球の切り口からはみ出す円錐の体積が最小となるようにする。このとき，半球の切り口からはみ出す円錐の体積を求めよ。ただし，容器の厚さは考えないものとする。



頂点からの切断面で考えると、
下図になる。



① 球の中心をOとすると、
半径はどこでも等しいので

$OB = OA = 5$

② △OBF で三平方を用いて

$OF = 3$

③ $EF = 8$ なので

$OE = 8 - 3 = 5$

④ △EGO ∽ △EBF

相似比は

$EH : EF = GH : BF$

$5 : 8 = GH : 4$

$8GH = 20$

$GH = \frac{5}{2}$

⑤ はみ出す円錐の体積は

$\frac{5}{2} \times \frac{5}{2} \times \pi \times 5 \times \frac{1}{3}$

$= \frac{125}{12}\pi$ //