高校入試過去問(　東　邦　　　)（R2)年数学

（１００点満点（40 ）分))

1．

(1) $\left(\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)\times(-12)-(-3)^3$ を計算せよ。

(2) $(a+b)^2-4(a+b)+4$ を因数分解せよ。

(3) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$ を計算せよ。

⑷　２つの直線 $y = 2x - 3$，$y = -x - 1$ の交点の座標を求めよ。

⑸　方程式 $3x^2 + 5x + 1 = 0$ を解け。

２.

⑴　３点P（３，－２），Q（６，10），R（－２，a）が一直線上にあるとき，aの値を求めよ。

⑵　nは１ケタの自然数とする。$\sqrt{72(n-1)}$ が自然数になるとき，nにあてはまる自然数をすべて求めよ。

⑶　ある数 x を，２乗しなければいけないところを間違えて２倍したため，計算結果は正しい値よりも35小さくなった。x を求めよ。

⑷　２つのさいころを同時に投げるとき，出た目の２つの数の積が奇数である確率を求めよ。

(5) 映画館でポップコーンを注文するとサイズはＳ，Ｍ，Ｌの３つあり，相似な円柱の形の箱に入っている。Ｍサイズは600円で直径８㎝，高さ16㎝，Ｓサイズは300円で直径，高さともにＭサイズの0.75倍，Ｌサイズは1100円で直径，高さともにＭサイズの1.25倍である。この日はキャンペーン中でＳサイズを４つ買うと１割増量。Ｍサイズは２つ買うと10％値引きしてくれる。このとき，100円あたりのポップコーンの量が一番多いのはどれか。次の中から最も適するものを１つ選び記号で答えよ。

(ア) Ｓサイズを４つ　　(イ) Ｍサイズを２つ　　(ウ) Ｌサイズを１つ

３.

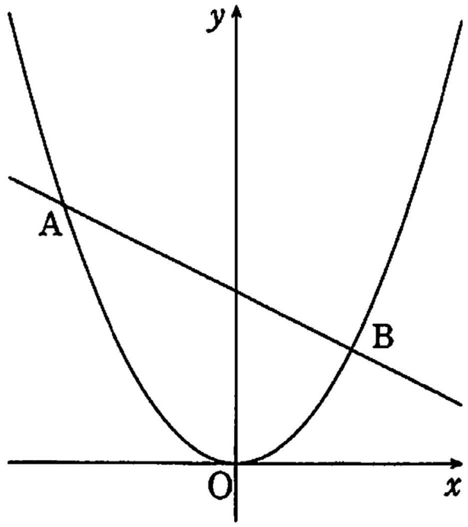
図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=-\frac{1}{2}x+3$ との交点のうち，x 座標が負であるものをA，x 座標が正であるものをBとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点A，Bの座標をそれぞれ求めよ。

(2) △OABの面積を求めよ。

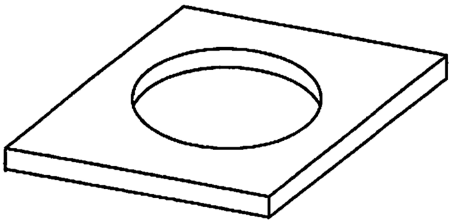
(3) 点Aを通り，△OABの面積を２等分する直線の式を求めよ。

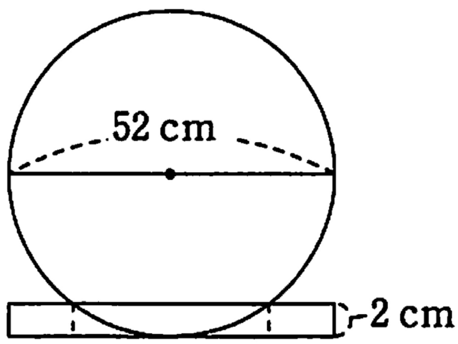
(4) x 軸上に点P(t, 0)をとる。ただし，$t<6$ とする。△APBの周の長さが最も小さくなる t の値を求めよ。



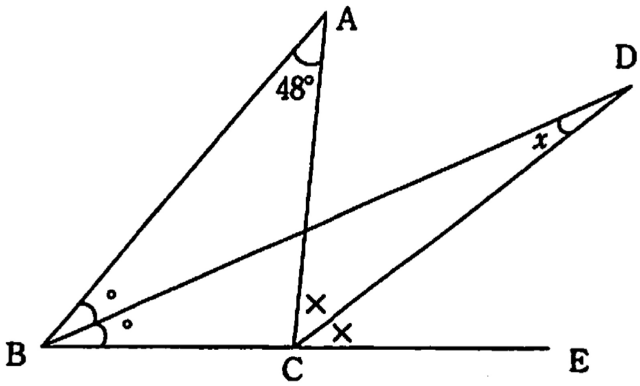
4.

(1)　直径が52㎝のバランスボールを安定させるために，次のような台を作る。厚さ２㎝の板から円を切り抜いて穴を開ける。ボールが円形の穴のふちと床面にちょうどふれるような穴の大きさにする。このとき，切り抜く円の半径を求めよ。

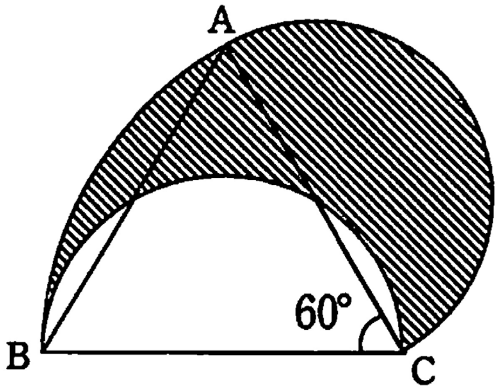




(2)　右の図において，∠ABCの二等分線と∠ACEの二等分線の交点をDとする。∠xの大きさを求めよ。



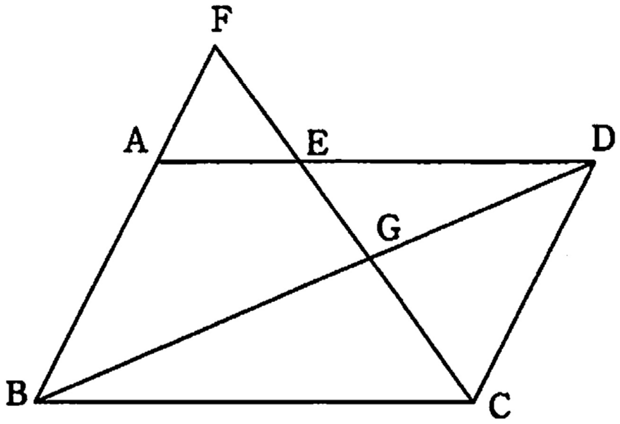
⑶　右の図の△ABCは一辺６㎝の正三角形である。BCおよびACを直径とする半円とおうぎ形CABが重なってできる図の斜線部分の面積を求めよ。



⑷　右の図の平行四辺形ABCDで，点Ｅは辺ADを　２：３　に分ける点である。また，点Ｆは，BAとCEをそれぞれ延長した直線の交点，点Gは，BDとCFの交点である。

①　EG：GC を求めよ。

②　△AEFと△DCGの面積比を求めよ。



高校入試過去問(東 邦) (R2)年数学

（１００点満点（40 ）分））

1.

(1) $\left(\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)\times(-12)-(-3)^3$ を計算せよ。

$= \frac{1}{6}\times(-12)-\frac{3}{4}\times(-12)-(-27)$

$= -2+9+27$

$= \underline{34}$ //

(2) $(a+b)^2-4(a+b)+4$ を因数分解せよ。

重要

$a+b=M$ とおくと、

M^2-4M+4

$=(M-2)^2$

$M=a+b$ を戻すと

$\underline{(a+b-2)^2}$ //

普通に展開しても

$a^2+2ab+b^2-4a-4b+4$

となり 手詰まり … 。

置き換え が 必要な流れ に慣れておこう！

(3) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$ を計算せよ。

$\sqrt{3}+\sqrt{5}=M$
$\sqrt{3}-\sqrt{5}=N$ とおくと

M^2-N^2

$=(M+N)(M-N)$

$=\{(\sqrt{3}+\sqrt{5})+(\sqrt{3}-\sqrt{5})\}\times\{(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(\sqrt{3}-\sqrt{5})\}$

$=2\sqrt{3}\times2\sqrt{5} = \underline{4\sqrt{15}}$ //

（別アプローチ）普通に展開

$(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2-\left((\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2\right)$

$=3+2\sqrt{15}+5-(3-2\sqrt{15}+5)$

$=4\sqrt{15}$

そんなにスピード変わらないが
左の方法でないと解けない
問題が多い。

(4) 2つの直線 $y=2x-3$, $y=-x-1$ の交点の座標を求めよ。

$$
\begin{array}{rl}
 & \begin{cases} y=2x-3 \\ y=-x-1 \end{cases} \\
-) & \\
\hline
 & 0=3x-2 \\
 & x=\dfrac{2}{3}
\end{array}
$$

代入

$$y=-\frac{2}{3}-1=-\frac{5}{3}$$

$$(x,y)=\left(\frac{2}{3},-\frac{5}{3}\right)$$ //

Point

2直線のグラフの交点の座標

||

2つの方程式の共通の解

---

(5) 方程式 $3x^2+5x+1=0$ を解け。

解の公式より

$a=3$, $b=5$, $c=1$ を

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$ に代入して

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times1}}{2\times3}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$$ //

重要

Checkの流れ

$\boxed{1}$ 共通因数でくくれるか。

$\boxed{2}$ 因数分解できるか。

○ ×

解の公式

2.

(1) 3点P(3, −2), Q(6, 10), R(−2, a) が一直線上にあるとき, a の値を求めよ。

⊘ PQの傾き $= \dfrac{10-(-2)}{6-3} = \dfrac{12}{3} = 4$

⊘ PRの傾き $= \dfrac{a-(-2)}{-2-3} = \dfrac{a+2}{-5}$

$\dfrac{a+2}{-5} = 4$ 　両辺 $\times(-5)$

$a+2 = -20$

$a = -22$ //

3点が一直線上。

PQ, PR, QR のうち 2本の傾きが等しいという式を作る!

---

(2) n は1ケタの自然数とする。$\sqrt{72(n-1)}$ が自然数になるとき, n にあてはまる自然数をすべて求めよ。

⊘ $\sqrt{72(n-1)} = \sqrt{72} \times \sqrt{n-1}$

$= 6\sqrt{2} \times \sqrt{n-1}$

$= 6\sqrt{2(n-1)}$

$n = 1 \sim 9$ のとき $6\sqrt{2(n-1)}$ が自然数となる n を見つける。

$2(n-1) = k^2$ となれば $\sqrt{\ }$ が外れる。

(k : 自然数)

⊘ $\underset{n=1}{0} \leqq 2(n-1) \leqq \underset{n=9}{16}$ なので $2(n-1) = 1^2, 2^2, 3^2, 4^2$ の4通り

⊘ $2(n-1) = 1^2 \rightarrow n = \dfrac{3}{2}$ ×

$2(n-1) = 2^2 \rightarrow n = 3$ ○

$2(n-1) = 3^2 \rightarrow n = \dfrac{11}{2}$ ×

$2(n-1) = 4^2 \rightarrow n = 9$ ○

$\therefore$ $n = 3, 9$ //

(3)　ある数 x を，２乗しなければいけないところを間違えて２倍したため，計算結果は正しい値よりも35小さくなった。x を求めよ。

$$x^2 - 35 = 2x$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$(x+5)(x-7) = 0$$

$$x = -5, 7$$

---

(4)　２つのさいころを同時に投げるとき，出た目の２つの数の積が奇数である確率を求めよ。

・2つのさいころの出目の総数は　36通り。

・2つの出目の積が奇数となるのは、

2つとも奇数の場合なので

1 ― 1, 3, 5

5 ― 1, 3, 5

3 ― 1, 3, 5

の 9通り

$$\therefore \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

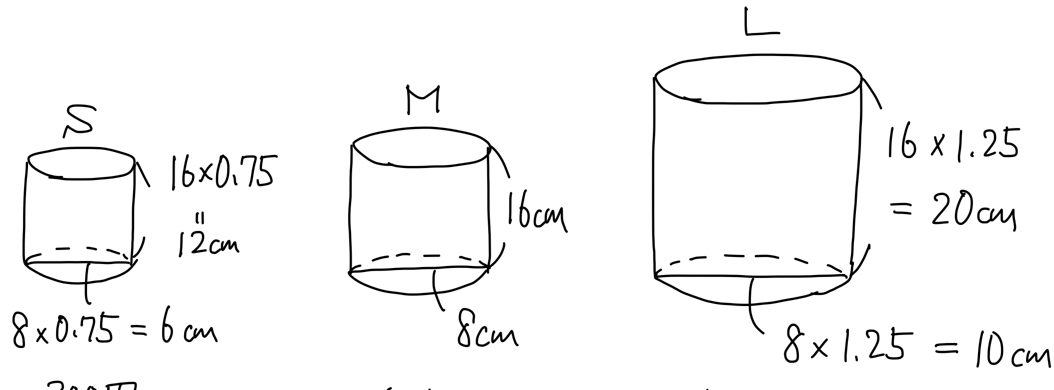
全ての36通りを樹形図で書いてもよいが、上のように、
規則性がわかっていれば、
しぼりこめるので、短い時間で解ける可能性が高まる！

⇩

高校以上は、この方法でないと、しぼりこみでないと解けない。

(5) 映画館でポップコーンを注文するとサイズはS，M，Lの３つあり，相似な円柱の形の箱に入っている。Mサイズは600円で直径８㎝，高さ16㎝，Sサイズは300円で直径，高さともにMサイズの0.75倍，Lサイズは1100円で直径，高さともにMサイズの1.25倍である。この日はキャンペーン中でSサイズを４つ買うと１割増量。Mサイズは２つ買うと10%値引きしてくれる。このとき，100円あたりのポップコーンの量が一番多いのはどれか。次の中から最も適するものを１つ選び記号で答えよ。

(ア) Sサイズを４つ　(イ) Mサイズを２つ　(ウ) Lサイズを１つ



300円　　600円　　1100円

容積

$3\times3\times\pi\times12 = 108\pi$　　$4\times4\times\pi\times16 = 256\pi$　　$5\times5\times\pi\times20 = 500\pi$

⇩ 4コ買うと1割増　　⇩ 2コ買う　　⇩ 1コのまま

$(108\pi\times4)\times\frac{11}{10} = \frac{4752}{10}\pi$　　$256\pi\times2 = \frac{5120}{10}\pi$　　$500\pi = \frac{5000}{10}\pi$

↓　↓　↓

4コなので $300円\times4 = 1200円$

2コなので $600円\times2 = 1200円$
10%引きで $1200\times\frac{90}{100} = 1080円$

1コ 1100円

100円あたりの量

$\frac{4752}{10}\pi\div1200 \fallingdotseq 0.40\pi$　　$\frac{5120}{10}\pi\div1080 \fallingdotseq 0.47\pi$　　$\frac{5000}{10}\pi\div1100 = 0.45\pi$

∴ 100円あたり量も多いのは (イ) Mサイズを2つ //

3.

図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=-\frac{1}{2}x+3$ との交点のうち，x 座標が負であるものをA，x 座標が正であるものをBとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点A，Bの座標をそれぞれ求めよ。

(2) △OABの面積を求めよ。

(3) 点Aを通り，△OABの面積を2等分する直線の式を求めよ。

(4) x 軸上に点P$(t,\ 0)$をとる。ただし，$t<6$ とする。△APBの周の長さが最も小さくなるtの値を求めよ。

(1) $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=-\frac{1}{2}x+3 \end{cases}$ の解と交点の座標が等しいので

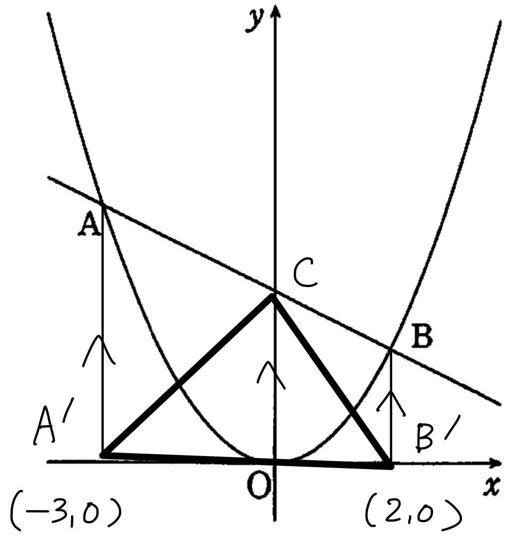
$\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{2}x+3$

$x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$ ← A, Bのx座標

$x=-3,\ 2$

$A\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)\quad B(2,\ 2)$ //



(2) 右図のように等積変形すると △OAB ＝ △OA′B′ となり
ABとy軸との交点をCとすると C(0, 3) ← $y=-\frac{1}{2}x+3$の切片。

$\therefore$ △OA′B′ ＝ A′B′ × OC × $\frac{1}{2}$

$=5\times3\times\frac{1}{2}=\frac{15}{2}$ //

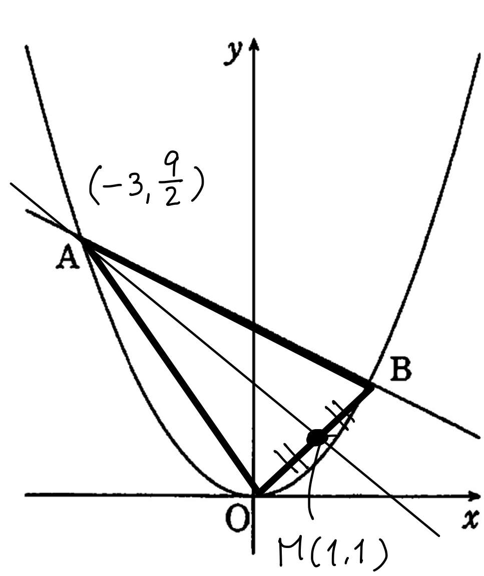
(3) 求める直線は
OBの中点MとAを
結んだ直線である。

O(0, 0) B(2, 2) より

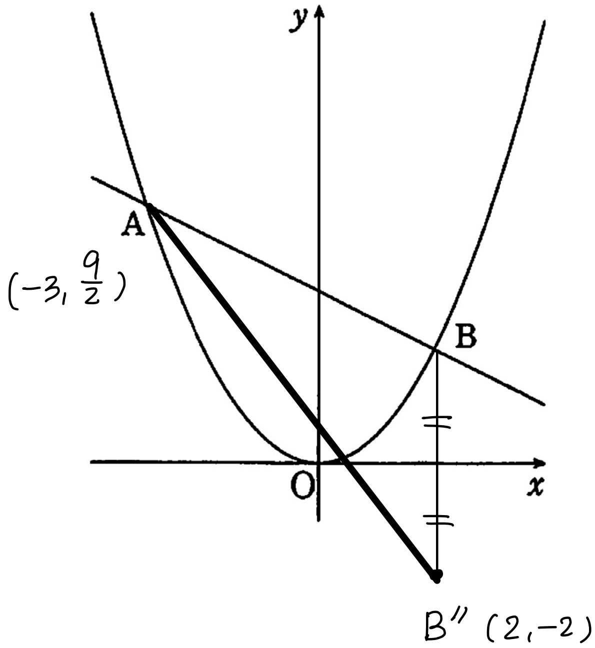
$M\left(\frac{0+2}{2},\ \frac{0+2}{2}\right)=M(1,1)$

$A\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)$, $M(1,1)$ より

$y=-\frac{7}{8}x+\frac{15}{8}$ //



(4) x軸上に点P(t, 0)をとる。ただし，$t<6$ とする。△APBの周の長さが最も小さくなるtの値を求めよ。



① Bとx軸対称の点をB″とするとB″(2, −2)

② 求めたい点Pの位置は、x軸と直線AB″の交点である。

∵ (AP+PB = AP+PB″ は，3点 A, P, B″ が直線上にあるときが最短であるから。)

③ AB″の式を求める。

A$\left(-3, \frac{9}{2}\right)$, B″(2, −2) を通るので

(3)同様に求めて $y=-\frac{13}{10}x+\frac{3}{5}$

④ x軸との交点は $y=0$ を代入すれば

よいので $0=-\frac{13}{10}x+\frac{3}{5}$ $x=\frac{6}{13}$

以上より $t=\frac{6}{13}$ //

重要

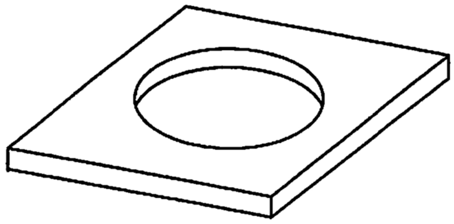
対称の点に移し，3点が一直線上であることを利用して考える問題は他にもある。

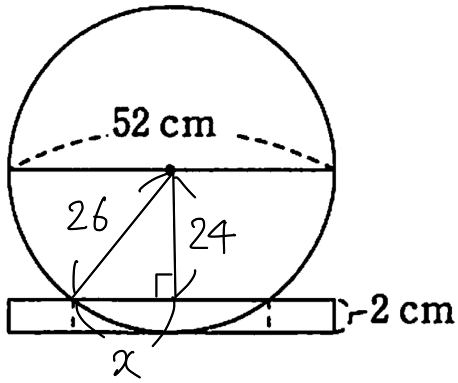
- 反射
- ビリヤードの入射角

など。

4.

(1) 直径が52㎝のバランスボールを安定させるために，次のような台を作る。厚さ2㎝の板から円を切り抜いて穴を開ける。ボールが円形の穴のふちと床面にちょうどふれるような穴の大きさにする。このとき，切り抜く円の半径を求めよ。

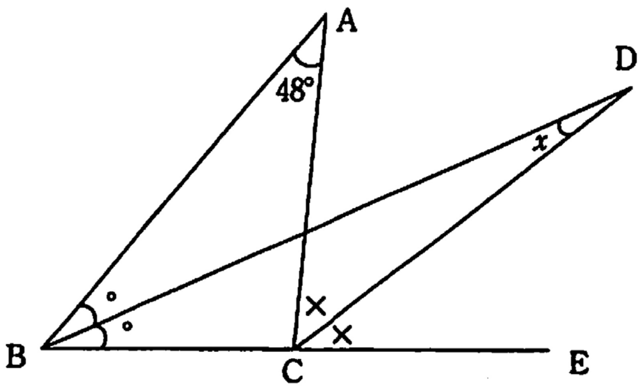




円の問題は、
半径の補助線が有効！

$$x = \sqrt{26^2 - 24^2}$$
$$= \sqrt{(26+24)(26-24)}$$
$$= \sqrt{50 \times 2} = \sqrt{100}$$
$$= 10 \text{ cm}$$

(2) 右の図において，∠ABCの二等分線と∠ACEの二等分線の交点をDとする。∠xの大きさを求めよ。



① △ABC で外角の性質を用いて

$2\bigcirc + 48^\circ = 2\times$ … ①

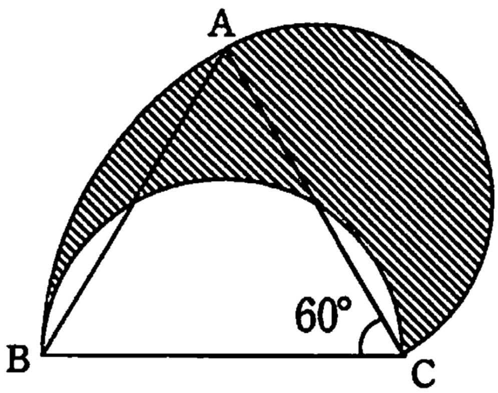
② △DBC で同様に、

$\bigcirc + x = \times$ … ②

① − ② × 2 で × を消す。

$$\begin{aligned} & 2\bigcirc + 48 = 2\times \\ -)\ & 2\bigcirc + 2x = 2\times \\ \hline & 48 - 2x = 0 \\ & x = 24 \end{aligned}$$

(3) 右の図の△ABCは一辺６㎝の正三角形である。BCおよびACを直径とする半円とおうぎ形CABが重なってできる図の斜線部分の面積を求めよ。



求める面積

= おうぎ形 ACB

+ ACを直径とする半円

− BCを直径とする半円

この2つの面積は等しいので

あわせて 0になり、

求める面積 = おうぎ形 ACB

$= 6 \times 6 \times \pi \times \frac{60}{360}$

$= 6\pi$ (cm²)

特殊な型は

組み合わせると

キレイな図に

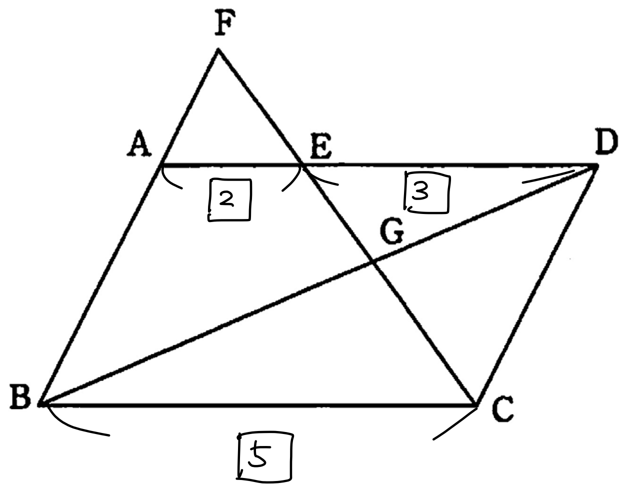
なることが多い！

---

(4) 右の図の平行四辺形ABCDで，点Eは辺ADを 2：3 に分ける点である。また，点Fは，BAとCEをそれぞれ延長した直線の交点，点Gは，BDとCFの交点である。

① EG：GC を求めよ。

② △AEFと△DCGの面積比を求めよ。



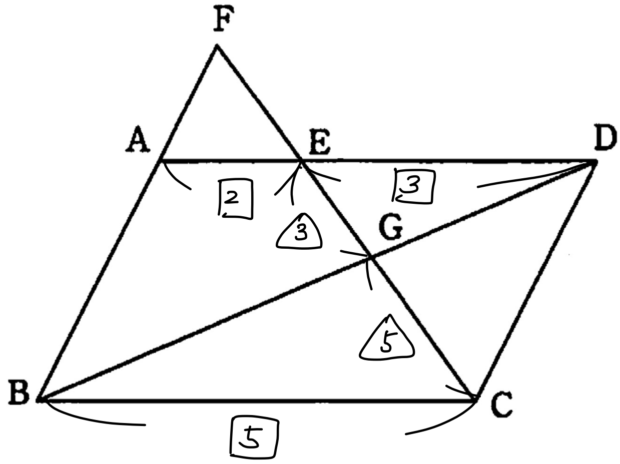
① △EGD ∽ △CGB で

BC は $\boxed{2} + \boxed{3}$ で $\boxed{5}$

∴ EG : GC = ED : CB

= 3 : 5

② △AEFと△DCGの面積比を求めよ。



AE：ED = $\boxed{2}$：$\boxed{3}$ より

△AFE ∽ △DCG で

面積比は

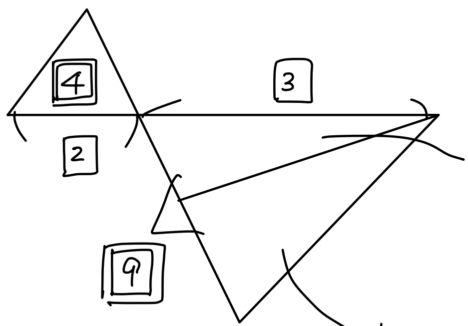
△AFE：△DCE

= $\boxed{2^2}$：$\boxed{3^2}$

= $\boxed{4}$：$\boxed{9}$

①より EG：GC は 3：5 なので

△EGD：△DCG = 3：5 となる。(面積比)



$$\boxed{9}\times\frac{3}{8}=\frac{27}{8}$$

$$\boxed{9}\times\frac{5}{8}=\frac{45}{8}$$

∴ △AEF：△DCG = $4:\frac{45}{8}$

= 32：45

Point

相似比で面積比を求める場合

底辺比で求める場合の使い分けを理解しよう！