【　二次関数　グラフ無し（文字の値や範囲）　】

$\boxed{1}$ 2つの関数 $y=ax^2$ と $y=-5x+3$ において，x の値が $\frac{1}{5}$ から $\frac{14}{5}$ まで増加するときの変化の割合が等しくなる。このとき，定数 a の値を求めよ。

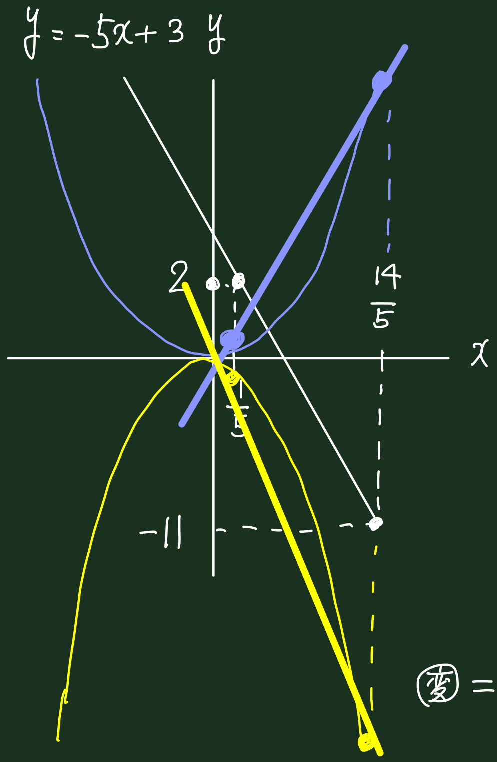
$\boxed{2}$ 関数 $y=-2x^2$ について，x の変域を $-2 \leqq x \leqq a$ とするとき，y の変域が $-8 \leqq y \leqq 0$ となるような a のとりうる値の範囲を求めなさい。

$\boxed{3}$ 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq a$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 3a+4$ となるような定数 a の値をすべて求めなさい。

$\boxed{4}$ 2つの関数 $y=ax-6$，$y=bx^2$ は x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域が一致する。a，b の値の組を求めよ。

$\boxed{1}$ 2つの関数 $y=ax^2$ と $y=-5x+3$ において，x の値が $\frac{1}{5}$ から $\frac{14}{5}$ まで増加するときの変化の割合が等しくなる。このとき，定数 a の値を求めよ。

（アプローチ1） 図形的理解



(i) $a>0$

傾きが異なるので不適。

(ii) $a<0$

傾きが同じになるのでOK。

y	$\frac{1}{25}a \rightarrow \frac{196}{25}a$
x	$\frac{1}{5} \rightarrow \frac{14}{5}$

$$\text{変} = \frac{\frac{196}{25}a - \frac{1}{25}a}{\frac{14}{5}-\frac{1}{5}} = 3a = -5$$

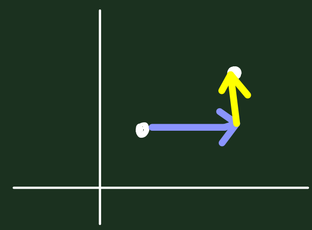
$$a = -\frac{5}{3}$$

Point

変化の割合 は、2点を結ぶ直線の傾き

$$\| $$

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$



この先の流れ

2点の傾き $= -5$

を解いて aを求める

$\boxed{1}$ 2つの関数 $y=ax^2$ と $y=-5x+3$ において，x の値が $\frac{1}{5}$ から $\frac{14}{5}$ まで増加するときの変化の割合が等しくなる。このとき，定数 a の値を求めよ。

（アプローチ2）方程式的理解

$y=ax^2$ の変 $=$ $y=-5x+3$ の変

y	$\frac{1}{25}a \rightarrow \frac{196}{25}a$
x	$\frac{1}{5} \rightarrow \frac{14}{5}$

$$\text{変} = \frac{\frac{196}{25}a - \frac{1}{25}a}{\frac{14}{5}-\frac{1}{5}} = 3a$$

一次関数の変化の割合は傾きと等しい。

-5

$3a=-5$

$a=-\frac{5}{3}$ //

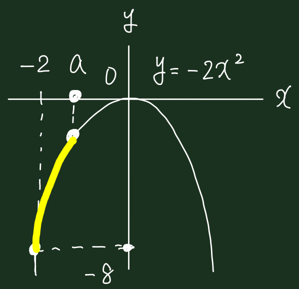
公式で時短！

$a\left(\frac{1}{5}+\frac{14}{5}\right)=-5$

関数の問題なのに，
図もなく解けても…。
何やってるかわからん…。

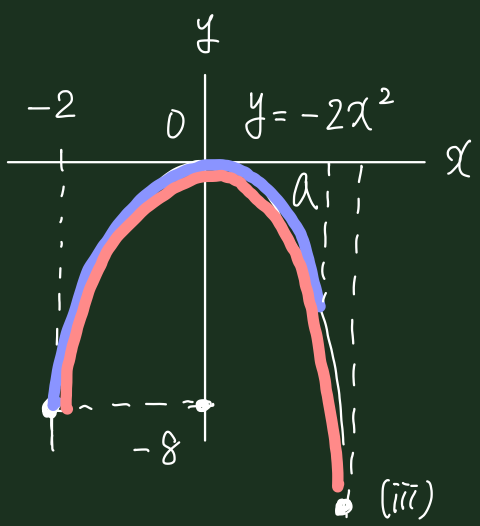
→ グラフで理解しよう！
（アプローチ1）

$\boxed{2}$ 関数 $y=-2x^2$ について，x の変域を $-2\leqq x\leqq a$ とするとき，y の変域が $-8\leqq y\leqq 0$ となるような a のとりうる値の範囲を求めなさい。



(i) $-2<a<0$ のとき

$x=a$ のとき y の最大値が 0 にならないので不適。



(ii) $0\leqq a\leqq 2$ のとき

$x=0$ で y は最大値 0 をとるので適する。

(iii) $2<a$ のとき

$x=a$ で y は最小値をとり -8 より小さくなるので不適。

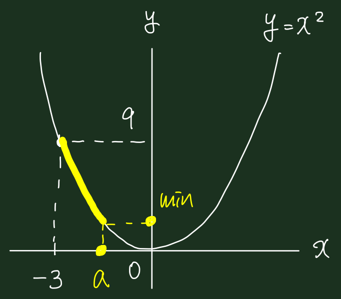
Point

- 具体的な情報で整理！
- x の変域の最大値 a によって y の最大値が変わってくる。
- 場合分けは場面分け。

よって

$0\leqq a\leqq 2$ //

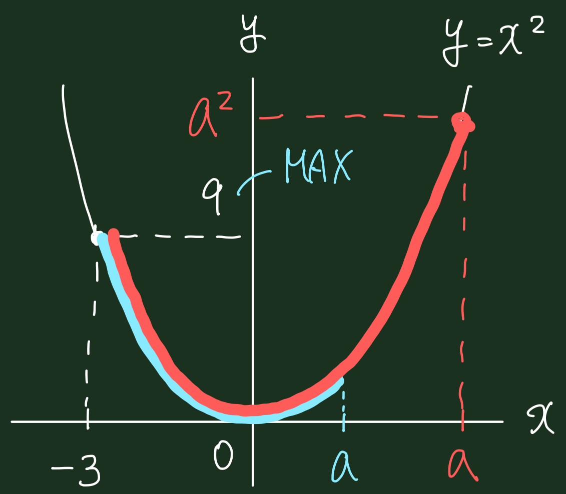
$\boxed{3}$ 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq a$ のとき，y の変域が $0\leqq y\leqq 3a+4$ となるような定数 a の値をすべて求めなさい。



(i) $-3<a<0$ のとき y の最小値が
0にならないので不適。

(ii) $0\leqq a\leqq 3$ のとき
y の最大値 9は $3a+4$ に等しい。

$3a+4=9$
$a=\frac{5}{3}$



(iii) $3<a$ のとき

$a^2=3a+4$
$(a-4)(a+1)=0$
$a=4,\ -1$
$3<a$ より $a=4$

Point

◎ y の値 ＝ y の変域の最大値での立式。

◎ 方程式の解 a が正しいかどうか check!

以上より

$a=\frac{5}{3},\ 4$ //

$\boxed{4}$ 2つの関数 $y=ax-6$, $y=bx^2$ は x の変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のとき, y の変域が一致する。
a, b の値の組を求めよ。

① $a<0$ (右下がり) なので

$x=-3$ のとき y は最大値 $-3a-6$

$x=2$ のとき y は最小値 $2a-6$

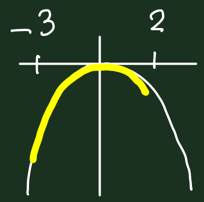
$$2a-6 \leqq y \leqq -3a-6$$

② $a>0$ (右上がり) なので

$$-3a-6 \leqq y \leqq 2a-6$$

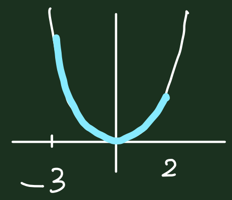
③ $b<0$ (上に凸) なので

$(x=-3)$ $9b \leqq y \leqq 0$ $(x=0)$



④ $b>0$ (下に凸) なので

$(x=0)$ $0 \leqq y \leqq 9b$ $(x=-3)$



方針 解く流れの組み立て

① $a<0$　　③ $b<0$

② $a>0$　　④ $b>0$

① ─ ③　　② ─ ③

　 └ ④　　　└ ④

の4通りを考える。

$\boxed{4}$ 2つの関数 $y=ax-6$, $y=bx^2$ は x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域が一致する。a, b の値の組を求めよ。

① $2a-6 \leqq y \leqq -3a-6$　　③ $ab \leqq y \leqq 0$

② $-3a-6 \leqq y \leqq 2a-6$　　④ $0 \leqq y \leqq ab$

方針　解く流れの組み立て

① $a<0$　　③ $b<0$

② $a>0$　　④ $b>0$

① = ③　　② = ③

　＼④　　　＼④

の4通りを考える。

① = ③ $\begin{cases} 2a-6 = 9b \\ -3a-6 = 0 \end{cases} \rightarrow (a,b)=\left(-2, -\frac{10}{9}\right)$

① = ④ $\begin{cases} 2a-6 = 0 \\ -3a-6 = 9b \end{cases} \rightarrow (a,b)=\left(3, -\frac{5}{3}\right)$

② = ③ $\begin{cases} -3a-6 = 9b \\ 2a-6 = 0 \end{cases} \rightarrow (a,b)=\left(3, -\frac{5}{3}\right)$

② = ④ $\begin{cases} -3a-6 = 0 \\ 2a-6 = 9b \end{cases} \rightarrow (a,b)=\left(-2, -\frac{10}{9}\right)$

以上より　$(a,b)=\left(-2, -\frac{10}{9}\right)\left(3, -\frac{5}{3}\right)$ //