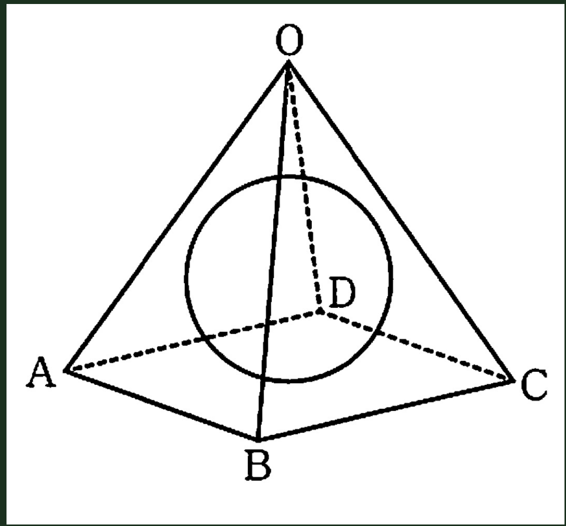
- 立体OABCD … 正四角錐
- $AB = 4\,cm$, $OA = \sqrt{29}\,cm$

(1) 立体の表面積

(2) 内接球の半径

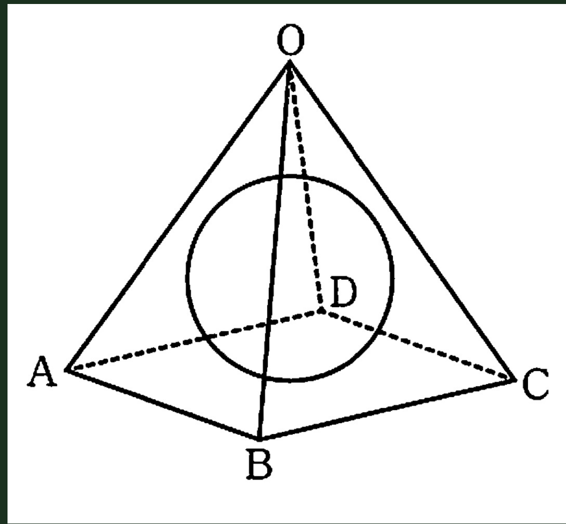


半径を
4通りで
求めよう！

- 立体OABCD … 正四角錐
- AB = 4cm ， OA = $\sqrt{29}$cm

(1) 立体の表面積

(2) 内接球の半径



アプローチ

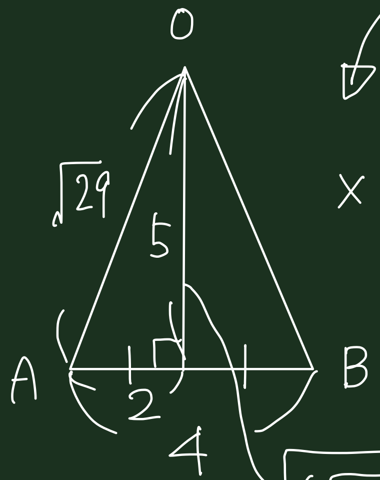
1 面積 2通りで等式へ

2 相似の利用

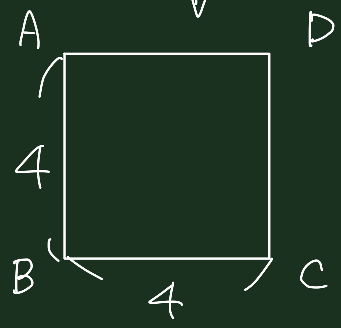
3 表面積と体積の関係

(1) 立体の表面積

$$\boxed{\text{表面積} = \text{側面積} + \text{底面積}}$$

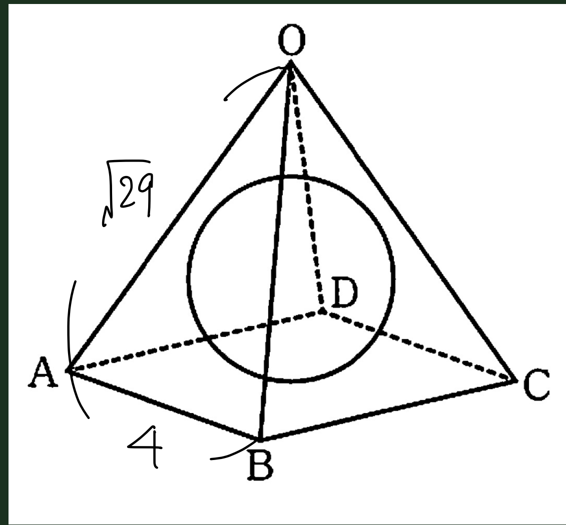


$\times 4 +$



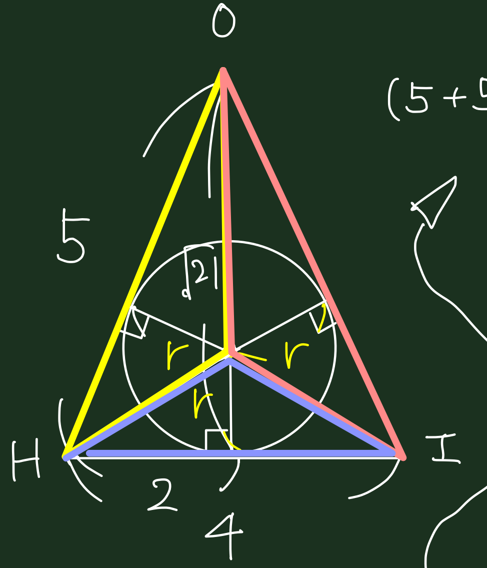
$$\sqrt{(\sqrt{29})^2-2^2}$$
$$=\sqrt{29-4}$$
$$=\sqrt{25}=5$$

$$4\times5\times\frac{1}{2}\times4+4^2$$
$$=56\ (\mathrm{cm}^2)$$



(2) 内接球の半径

(アプローチ1) 面積2通りで等式へ



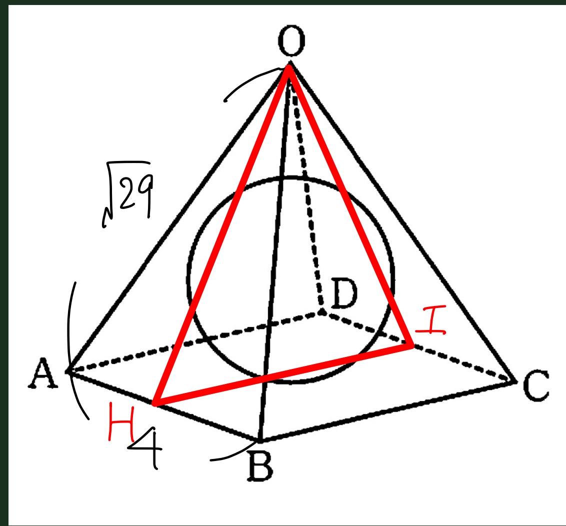
$(5+5+4)\times r\times\frac{1}{2}$

と短く表現もできる!

? なぜ△OHIの切断面で考えるの?

↓

半径を利用できるから!



$4\sqrt{21} = 5r+5r+4r$

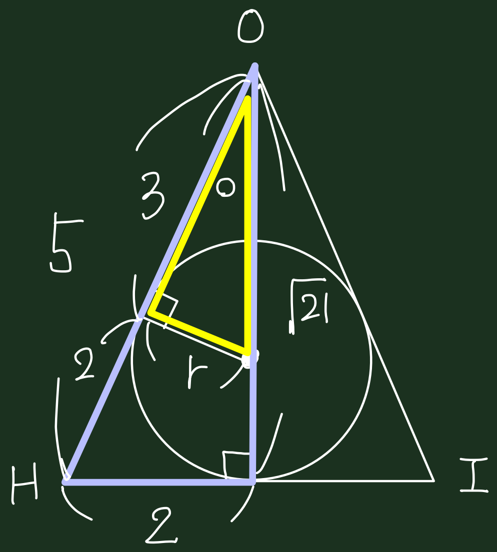
$14r = 4\sqrt{21}$

$r = \frac{2\sqrt{21}}{7}$ //

$$4\times\sqrt{21}\times\frac{1}{2} = \underline{5\times r\times\frac{1}{2}} + \underline{5\times r\times\frac{1}{2}} + \underline{4\times r\times\frac{1}{2}}$$

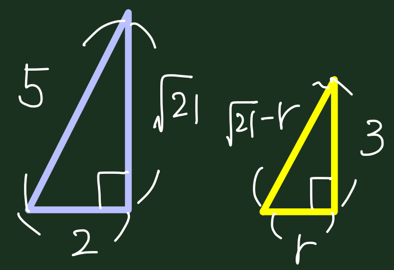
(2) 内接球の半径

（アプローチ2） 相似の利用

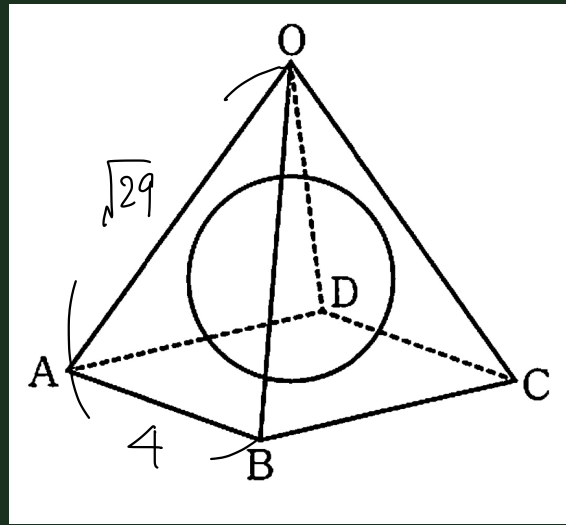


? 相似な2つの図形の見つけ方？

└▷ 求めたい辺を含む三角形！



三平方でも解ける！



$$2 : r = \sqrt{21} : 3$$

$$\sqrt{21}\,r = 6$$

$$r = \frac{6}{\sqrt{21}} = \frac{6 \times \sqrt{21}}{\sqrt{21} \times \sqrt{21}} = \frac{6\sqrt{21}}{21} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

$$(\sqrt{21} - r)^2 = 3^2 + r^2$$

$$21 - 2\sqrt{21}\,r + \cancel{r^2} = 9 + \cancel{r^2}$$

$$12 = 2\sqrt{21}\,r$$

同じ $r = \dfrac{6}{\sqrt{21}}$

アプローチ3

(2) 内接球の半径

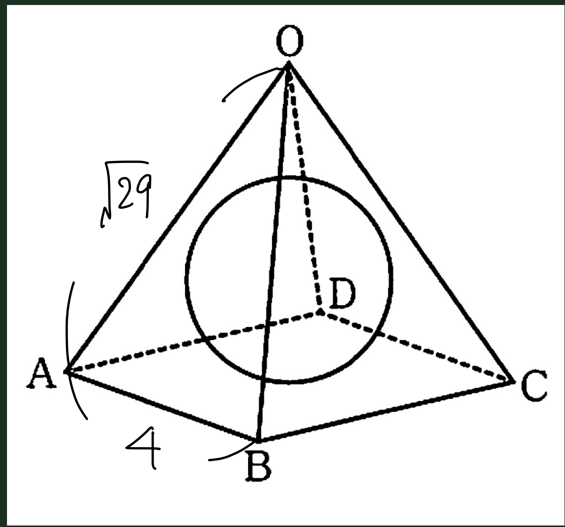
$\boxed{\text{表面積 と 体積 の 関係}}$

$\boxed{\text{体積} = \text{表面積} \times \text{内接球の半径} \times \frac{1}{3}}$

$$4 \times 4 \times \sqrt{21} \times \cancel{\frac{1}{3}} = 56 \times r \times \cancel{\frac{1}{3}}$$

$$r = \frac{16\sqrt{21}}{56} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

結論



? なんでこの式が
成り立つの？

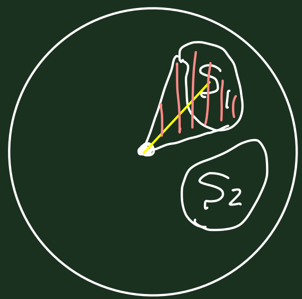
次のページ

$$\boxed{\text{体積} = \text{表面積} \times \text{内接球の半径} \times \frac{1}{3}}$$

が成り立つわけ。

○ 球の表面積 $S = 4\pi r^2$

○ 〃 体積 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$



球

$$S_1 + S_2 + \cdots + S_n = S$$

$$\left(S_1 \times r \times \frac{1}{3}\right) + \left(S_2 \times r \times \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(S_n \times r \times \frac{1}{3}\right) = V$$

$$\underbrace{(S_1 + S_2 + \cdots + S_n)}_{= S} \times r \times \frac{1}{3} = V$$

$$V = S \times r \times \frac{1}{3}$$

$\boxed{\text{体積} = \text{表面積} \times \text{内接球の半径} \times \frac{1}{3}}$

$\triangle OAB \times r \times \frac{1}{3}$

$+ \triangle OBC \times r \times \frac{1}{3}$

$+ \triangle OCD \times r \times \frac{1}{3}$

$+ \triangle ODA \times r \times \frac{1}{3}$

$= 4 \times 4 \times \sqrt{21} \times \frac{1}{3}$

$\underbrace{(\triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA)}_{\overset{\parallel}{(1)\ S}} \times r \times \frac{1}{3} = \underset{(V)(2)}{\frac{16\sqrt{21}}{3}}$

? この立体の場合どうやって考えるの？

└▷ 1つの側面が S_1, S_2, S_3, S_4

底面が S_5

と考えられる！