高校入試過去問(　東海　)(R２)年数学

（１００点満点（ 50 ）分））

１．

⑴　２次方程式 $\frac{1}{2}(x-2)(x+3)=\frac{1}{3}(x^2-3)$ の解は，$x=$ $\boxed{ア}$ である。

⑵　赤球３個，白球２個，青球２個が入っている袋がある。この袋から同時に２個球を取り出すとき，同じ色の球を取り出す確率は $\boxed{イ}$ である。

(3)　ある岩石の重さを量り，その小数第２位を四捨五入した近似値が25.7 g になった。この岩石の真の値を a g とするとき，この a の範囲を不等号を使って表すと $\boxed{\text{ウ}}$ である。

2.

n を自然数とする。3を n 回かけた数を 3^n と表す。例えば，$3^1=3$，$3^2=3\times3$，$3^3=3\times3\times3$，……である。次の表の上の段にはこれらを小さいものから順に123個並べたもの，下の段にはその上の数を5で割った余りが書かれている。

3^1	3^2	3^3	……	3^{121}	3^{122}	3^{123}
3	4	2	……	3	4	2

このとき，

⑴　下の段の数のうち最も大きい数は $\boxed{\text{エ}}$ である。

⑵　下の段の数を左端から順に足して得られる数を考える。例えば，1番目から2番目まで足した数は $3+4=7$ であり，1番目から3番目まで足した数は $3+4+2=9$ である。このとき，1番目から123番目まで足した数は $\boxed{\text{オ}}$ である。

⑶　上の段の数のうち，⑵のように下の段の数を左端から順に足して得られる122個の数7，9，……，$\boxed{\text{オ}}$ に現れないものは $\boxed{\text{カ}}$ 個ある。ただし，$\boxed{\text{オ}}$ は，⑵の $\boxed{\text{オ}}$ と同じ数である。

⑷　n は123以下の自然数とする。このとき，3^n+1 が5の倍数となる n は $\boxed{\text{キ}}$ 個ある。

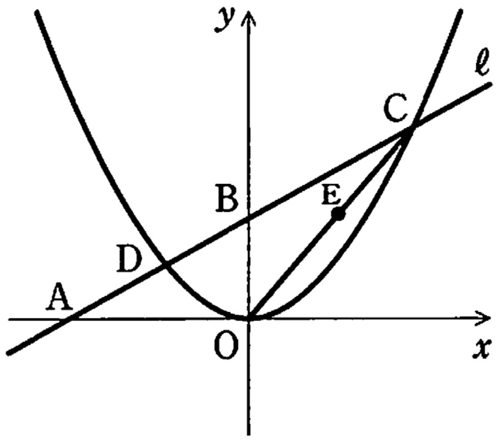
３.

図のように，x 軸上にあり x 座標が負である点Aを通り，傾き $\dfrac{3}{2}$ の直線 ℓ が，y 軸と点Bで交わっている。この直線 ℓ は，放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ と異なる２点で交わっており，x 座標の大きいものから順にそれぞれ点C，Dとする。また，線分OC上に点Eがある。AB＝BC であるとき，

⑴　点Aの座標は $\boxed{\text{ク}}$ である。

⑵　点Dの座標は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

⑶　△CODと△AECの面積が等しいとき，点Eの座標は $\boxed{\text{コ}}$ である。



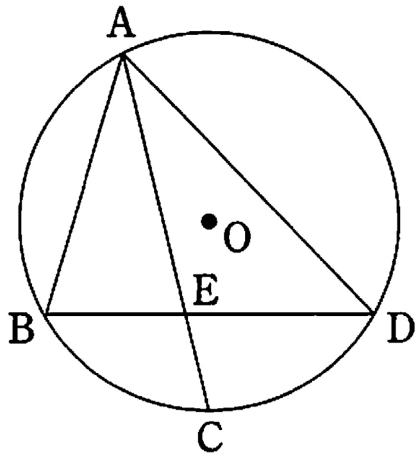
４.

図のように，円Ｏの円周上に４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄがある。ACは∠ＢＡＤの二等分線であり，ＡＣとBDの交点をＥとする。また，∠BAD＝２∠ADB，BE＝２，ED＝３ である。このとき，

⑴　EC＝ $\boxed{\text{サ}}$ である。

⑵　AB＝ $\boxed{\text{シ}}$ である。

⑶　OA＝ $\boxed{\text{ス}}$ である。

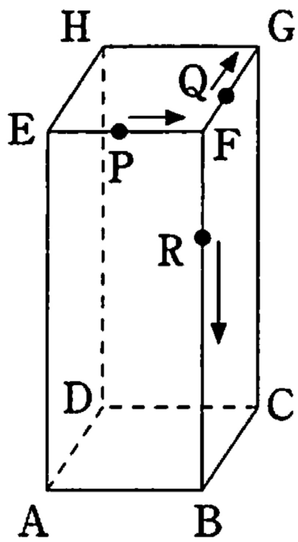


5.

図の立体ABCD－EFGHは，正方形ABCDを底面とし，AB＝４㎝，AE＝８㎝ の直方体である。図のように，辺EF上を動く点Pは，頂点Eを出発して，毎秒１㎝の速さで点Ｆに到達するまで動き，辺FG上を動く点Qは，頂点Ｆを出発して，毎秒１㎝の速さで点Gに到達するまで動き，辺FB上を動く点Rは，頂点Ｆを出発して，毎秒２㎝の速さで点Ｂに到達するまで動く。３点P，Q，Ｒが同時に出発するとき，

⑴　△PQRが二等辺三角形となるのは，$\boxed{\text{セ}}$ 秒後と $\boxed{\text{ソ}}$ 秒後である。

⑵　１秒後のときの四面体FPQRの頂点Fから底面PQRに下ろした垂線の長さは $\boxed{\text{タ}}$ ㎝である。



高校入試過去問（　東　海　）（R２）年数学

（１００点満点（ 50 ）分））

１.

⑴　２次方程式 $\frac{1}{2}(x-2)(x+3)=\frac{1}{3}(x^2-3)$ の解は，$x=$ ア である。

両辺×6

$$3(x-2)(x+3)=2(x^2-3)$$
$$3(x^2+x-6)=2x^2-6$$
$$3x^2+3x-18=2x^2-6$$
$$x^2+3x-12=0$$
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{57}}{2}$$

⑵　赤球３個，白球２個，青球２個が入っている袋がある。この袋から同時に２個球を取り出すとき，同じ色の球を取り出す確率は イ である。

R1・R2・R3・W1・W2・B1・B2

R1－R2 ○
R3 ○
W1
W2
B1
B2

R2－R3 ○
W1
W2
B1
B2

R3－W_1
W_2
B1
B2

W_1－W2 ○
B1
B2

W2－B1
B2

B1－B2 ○

全21通り中5通りなので $\frac{5}{21}$

重要

工夫よりスピードが重要なので素早く書き出せるようにしておこう！

⑶　ある岩石の重さを量り，その小数第２位を四捨五入した近似値が25.7 g になった。この岩石の真の値を a g とするとき，この a の範囲を不等号を使って表すと ウ である。

$$25.65 \leqq a < 25.75$$

2.

n を自然数とする。3を n 回かけた数を 3^n と表す。例えば，$3^1=3$，$3^2=3\times3$，$3^3=3\times3\times3$，……である。次の表の上の段にはこれらを小さいものから順に123個並べたもの，下の段にはその上の数を5で割った余りが書かれている。

3^1	3^2	3^3	……	3^{121}	3^{122}	3^{123}
3	4	2	……	3	4	2

このとき，

(1) 下の段の数のうち最も大きい数は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) 下の段の数を左端から順に足して得られる数を考える。例えば，1番目から2番目まで足した数は $3+4=7$ であり，1番目から3番目まで足した数は $3+4+2=9$ である。このとき，1番目から123番目まで足した数は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(3) 上の段の数のうち，(2)のように下の段の数を左端から順に足して得られる122個の数7，9，……，$\boxed{\text{オ}}$ に現れないものは $\boxed{\text{カ}}$ 個ある。ただし，$\boxed{\text{オ}}$ は，(2)の $\boxed{\text{オ}}$ と同じ数である。

(4) n は123以下の自然数とする。このとき，3^n+1 が5の倍数となる n は $\boxed{\text{キ}}$ 個ある。

(1) 3^n を並べると　3, 9, 27, 81, ∴3, ∴9, ∴7, ∴1

1の位 → $\underbrace{3\quad 9\quad 7\quad 1}$ このくり返し

5で割った余り → 3, 4, 2, 1

∴ 最大は 4

---

(2) 123番目までに　このかたまりがいくつあるかを数えると

$123 \div 4 = 30 \cdots 3$

[3,4,2,1の4つの数]　30コのかたまり　3,4,2の3コ

和 $= (3+4+2+1)\times 30 + (3+4+2)$

$= 300+9 = 309$

規則性を見つけるために，
いくつか書き出す必要がある！

(3) 上の段の数のうち，(2)のように下の段の数を左端から順に足して得られる122個の数7，9，……，$\boxed{オ}$ に現れないものは $\boxed{カ}$ 個ある。ただし，$\boxed{オ}$ は，(2)の $\boxed{オ}$ と同じ数である。

下段の和は，7，9，10，13，17，19，20，23，27，…，309

上段　　は　3^1 3^2 3^3 3^4 3^5 3^6

　　　　　　= = = = = =

　　　　　　3 9 27 81 243 $\boxed{?}$

5で割った余り　3 4 2 1 3

309を超えるので この先を考えなくてよい。

⊘ 81について

3，4，2，1 のかたまりの和 = 10

その次の数は3なので $81 = 80 + \underset{\sim}{1}$ は ×

⊘ 243について

10の倍数 + 3 は OK なので 243 は ○

以上より　9，27，243　の 3コ

∴ $123 - 3 = 120$ コ //

---

(4) n は123以下の自然数とする。このとき，3^n+1 が5の倍数となる n は $\boxed{キ}$ 個ある。

⊘ 3^n の一の位 … 3 4 2 1

3^n+1 〃 … 4 5 3 2

のくり返し。

⊘ 一の位が5のとき 5の倍数であり

4つのかたまりの 2番目が5の倍数となるので

$123 \div 4 = 30 \cdots 3$

30コかたまり　4，5，3

1コある

以上より 31コ //

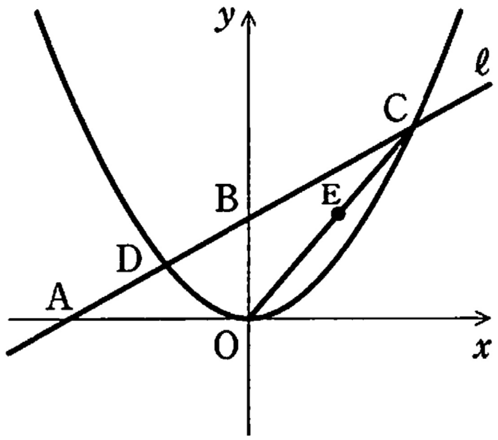
３．

図のように，x 軸上にあり x 座標が負である点Aを通り，傾き $\frac{3}{2}$ の直線 ℓ が，y 軸と点Bで交わっている。この直線 ℓ は，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と異なる２点で交わっており，x 座標の大きいものから順にそれぞれ点C，Dとする。また，線分OC上に点Eがある。AB＝BC であるとき，

(1) 点Aの座標は $\boxed{ク}$ である。

(2) 点Dの座標は $\boxed{ケ}$ である。

(3) △CODと△AECの面積が等しいとき，点Eの座標は $\boxed{コ}$ である。



(1) Aのx座標 を $-t$ とすると

$A(-t, 0)$，$C(t, \frac{1}{2}t^2)$　ℓの傾き $\frac{3}{2}$ と ACの傾きは等しいので

$\frac{3}{2} = \frac{\frac{1}{2}t^2}{t-(-t)}$　　$t^2-6t=0$　$t(t-6)=0$　$t \neq 0$より $t=6$

$\therefore$ $A(-6, 0)$ //

---

(2) (1)より $\ell: y=\frac{3}{2}(x+6)$ と $y=\frac{1}{2}x^2$の交点 を求める。

$\frac{1}{2}x^2 = \frac{3}{2}(x+6)$　　$x^2-3x-18=0$　　$(x-6)(x+3)=0$

Dのx座標 <0 なので $x=-3$　　$\therefore$ $D(-3, \frac{9}{2})$ //

---

(3) $DC : AC = 9:12 = 3:4$

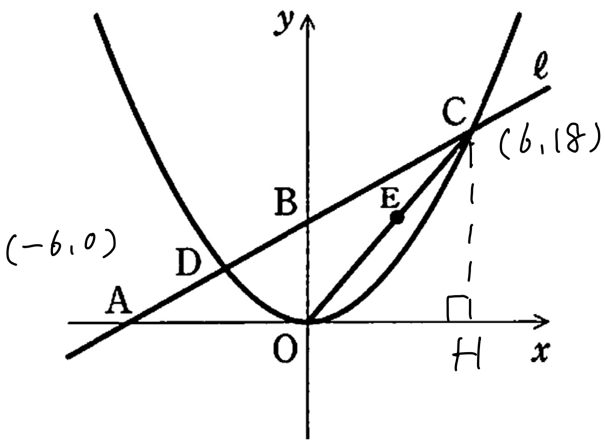
$\triangle COD : \triangle AOC = 3:4$

$\triangle COD = \frac{3}{4}\triangle AOC$

$\triangle AEC = \frac{3}{4}\triangle AOC$

$EC : OC = 3:4$

$\therefore$ EはCの$\frac{1}{4}$　$E(\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ //



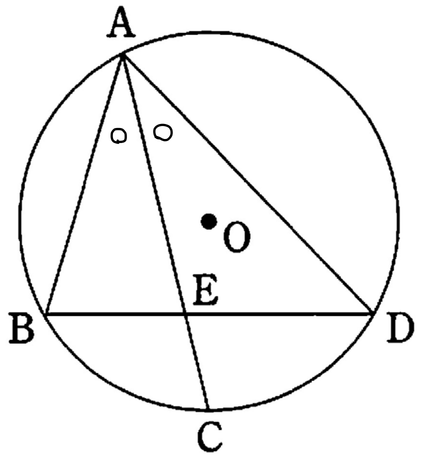
4.

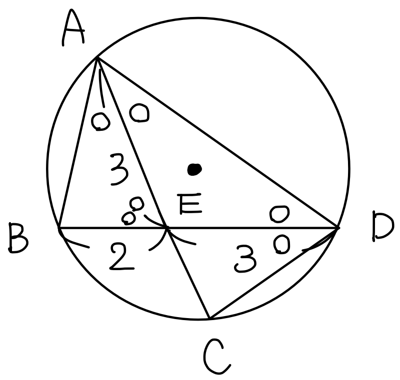
図のように，円Oの円周上に4点A，B，C，Dがある。ACは∠BADの二等分線であり，ACとBDの交点をEとする。また，∠BAD＝2∠ADB，BE＝2，ED＝3 である。このとき，

(1) EC＝ $\boxed{サ}$ である。

(2) AB＝ $\boxed{シ}$ である。

(3) OA＝ $\boxed{ス}$ である。





(1)

① ∠BAD＝2∠ADB より
∠ADB＝○となり，

△EAD は EA＝ED＝3
の二等辺三角形となる。

② CDを引くと，△CDEができ
∠BAE＝∠CDE＝○

∴ △BAE ∽ △CDE となり
AE：DE＝EB：EC
3：3＝2：EC
EC＝2 //

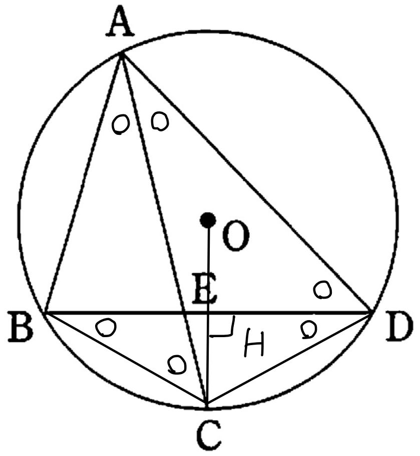
(2) △AED の外角の性質
より ∠AEB＝2○

∴ △ABD ∽ △EBA
EB：AB＝AB：DB
2：AB＝AB：5
$AB^2=10$
$AB=\sqrt{10}$ //

Point

図に違和感がある
(∠ADB＝○に見えない)
場合，書き直す必要
あり！

(3) OA＝ $\boxed{ス}$ である。



・ 円周角の定理より

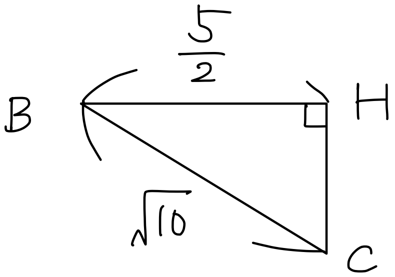
$\angle BDC = \angle BAC$

$\angle CBD = \angle CAD$ となり

$\triangle BCD$ は二等辺三角形

なので $OC \perp BD$ となる。

・ $OC \perp BD$ の交点をHとすると



$\angle BCA = \angle BDA$ より

$\triangle BCA$ は二等辺三角形

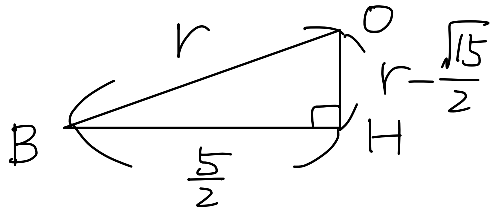
となり

$BC = AB = \sqrt{10}$

∴ 三平方の定理より

$$HC = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{10 - \frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$



・ 半径＝rとすると

$OH = OC - CH$

$= r - \frac{\sqrt{15}}{2}$

・ 三平方の定理より

$$r^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(r - \frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2$$

$$r^2 = \frac{25}{4} + r^2 - \sqrt{15}r + \frac{15}{4}$$

$$\sqrt{15}r = 10$$

$$r = \frac{10}{\sqrt{15}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

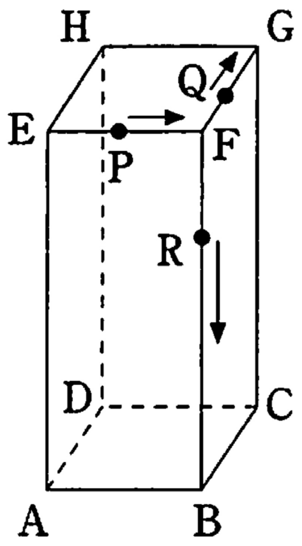
以上より $OA = 半径r = \underline{\frac{2\sqrt{15}}{3}}$ //

5.

図の立体ABCD－EFGHは，正方形ABCDを底面とし，AB＝4㎝，AE＝8㎝ の直方体である。図のように，辺EF上を動く点Pは，頂点Eを出発して，毎秒1㎝の速さで点Fに到達するまで動き，辺FG上を動く点Qは，頂点Fを出発して，毎秒1㎝の速さで点Gに到達するまで動き，辺FB上を動く点Rは，頂点Fを出発して，毎秒2㎝の速さで点Bに到達するまで動く。3点P，Q，Rが同時に出発するとき，

(1) △PQRが二等辺三角形となるのは，$\boxed{セ}$ 秒後と $\boxed{ソ}$ 秒後である。

(2) 1秒後のときの四面体FPQRの頂点Fから底面PQRに下ろした垂線の長さは $\boxed{タ}$ ㎝である。



(1) 二等辺三角形になる場合

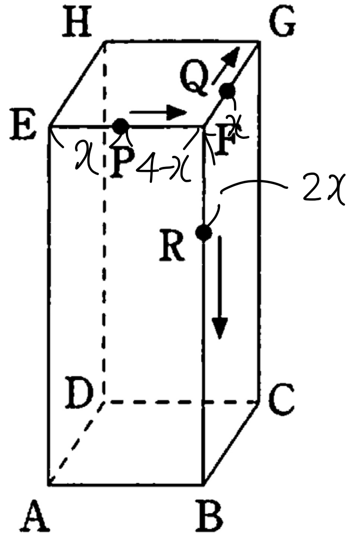
(i) PF ＝ FQ のとき

(ii) PQ ＝ PR のとき

(iii) PQ ＝ RQ のとき

(iv) PR ＝ QR のとき

出発して x 秒後
として考える。



(i) PF ＝ FQ のとき

$4-x = x$

$x = 2$　　2秒後

(ii) PQ ＝ PR のとき

$PQ = \sqrt{PF^2 + FQ^2}$

$= \sqrt{(4-x)^2 + x^2}$ …①

$PR = \sqrt{PF^2 + FR^2}$

$= \sqrt{(4-x)^2 + (2x)^2}$ …②

①,② を2乗して ＝ でつなぐ。

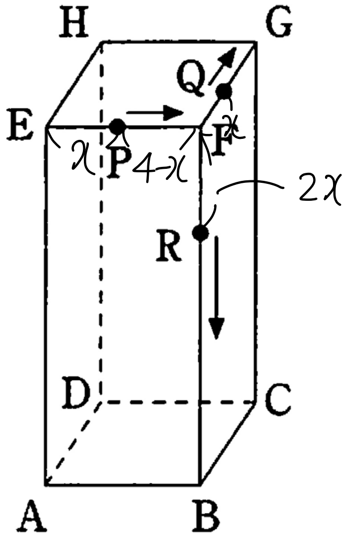
$(\cancel{4-x})^2 + x^2 = (\cancel{4-x})^2 + 2x^2$

$0 = 3x^2$

$x = 0$ となり 不適

(iii) は次ページ →

(iii) PQ = RQ のとき



$$PQ = \sqrt{(4-x)^2 + x^2}$$

$$RQ = \sqrt{x^2 + (2x)^2}$$

(ii) 同様にして

$$(4-x)^2 + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + (2x)^2$$

$$16 - 8x + x^2 = 4x^2$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 3 \times (-16)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-8 \pm 16}{6} = -4,\ \frac{4}{3} \qquad \therefore\ \frac{4}{3}\text{秒後}$$

(iv) PR = RQ のとき

$$PR = \sqrt{(4-x)^2 + (2x)^2}, \quad RQ = \sqrt{x^2 + (2x)^2}$$

$$(4-x)^2 + \cancel{(2x)^2} = x^2 + \cancel{(2x)^2}$$

$$16 - 8x + x^2 = x^2$$

$$x = 2 \qquad \therefore\ 2\text{秒後}$$

以上より $\frac{4}{3}$秒後，2秒後 //