高校入試過去問（　東海　）（R1）年数学

（１００点満点（50）分））

1．

$\sqrt{65}-5$ の整数部分を n，小数部分を t とする。このとき，

(1) $n=$ $\boxed{ア}$ である。

(2) $\frac{1}{4}t^2+4t=$ $\boxed{イ}$ である。

２.

３桁の正の整数を考える。

⑴　各位の数の和が７であり，百の位の数と一の位の数を入れかえると，もとの整数より大きくなる。このような整数は $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。

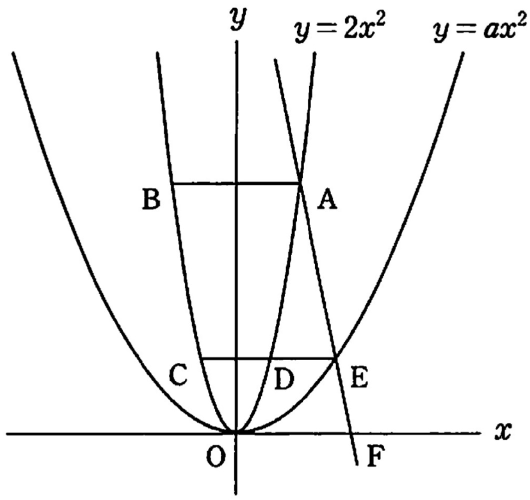
⑵　ある２つの位の数を入れかえると，もとの整数より90大きくなる。このような整数は $\boxed{\text{エ}}$ 個ある。

３.

図のように，関数$y=2x^2$のグラフ上に，４点A，B，C，Dがあり，点Aのx座標は２，線分BAと線分CDはx軸と平行である。直線CDと関数$y=ax^2$（$0<a<2$）のグラフの交点のうちx座標が正の点をEとすると，BA=CE，CD=DEである。直線AEとx軸の交点をFとする。このとき，

(1) $a=$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

(2) △BCFの面積は $\boxed{\text{カ}}$ である。

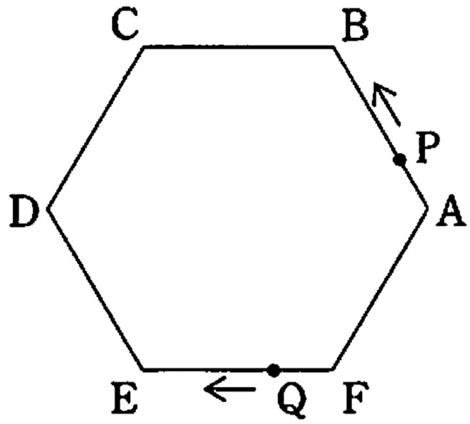


4.

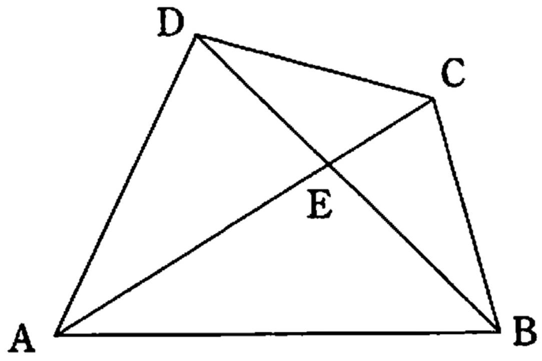
図のように，１辺の長さが２cmの正六角形ABCDEFの辺上を毎秒１cmの速さで移動する２点P，Qがある。点Pは頂点Aを出発してA，B，Cの向きに，点Qは頂点Fを出発してF，E，Dの向きに，２点P，Qが重なるまで移動する。このとき，

(1)　２秒後の△APQの面積は $\boxed{キ}$ cm²である。

(2)　△APQの面積が$\sqrt{3}$cm²となるのは，$\boxed{ク}$ 秒後と $\boxed{ケ}$ 秒後である。



図のように，4点A，B，C，Dがあり，AB＝AC，CB＝CD，∠BAC＝30°，∠BDA＝75°である。線分ACと線分BDの交点をEとする。このとき，



(1) ∠ABD＝ コ °である。

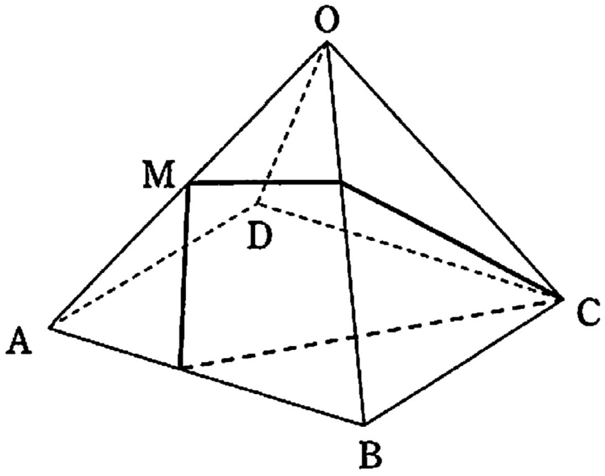
(2) △ABCの面積は，△BCEの面積の サ 倍である。

図のように，すべての辺の長さが２の正四角錐O－ABCDの表面に，辺OAの中点Mから頂点Cまで，２本のひもを，それぞれ辺OBと辺ABに交わるように，ゆるまないようにかける。ただし，ひもの太さは無視できるものとする。このとき，

(1) 線分MCの長さは $\boxed{\text{シ}}$ である。

(2) 辺OBに交わるようにかけたひもの長さは $\boxed{\text{ス}}$ である。

(3) ２本のひもで２つに分けられた正四角錐の表面のうち，点Bを含む側の面積は $\boxed{\text{セ}}$ である。



高校入試過去問（　東 海　）（R1）年数学

（100点満点（50）分））

1.

$\sqrt{65}-5$ の整数部分を n，小数部分を t とする。このとき，

(1) $n=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $\frac{1}{4}t^2+4t=$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

(1) $\sqrt{8^2}<\sqrt{65}<\sqrt{9^2}$ より $\sqrt{65}$ の整数部分は，8。

$\sqrt{8^2}=\sqrt{64}$，$\sqrt{9^2}=\sqrt{81}$

$\therefore\ n=8-5=\underline{3}$ //

---

(2) $\sqrt{65}-5$ の小数部分は $\sqrt{65}$ の小数部分と同じ。

$\therefore\ t=\sqrt{65}-8$

$$\frac{1}{4}t^2+4t=\frac{1}{4}t(t+16)=\frac{1}{4}(\sqrt{65}-8)(\sqrt{65}+8)$$

$$=\frac{1}{4}\{(\sqrt{65})^2-8^2\}$$

$$=\frac{1}{4}(65-64)=\underline{\frac{1}{4}}$$ //

$\sqrt{a}$ の整数部分と小数部分

$\sqrt{b^2}<\sqrt{a}<\sqrt{(b+1)^2}$ となる b を見つけて

$\sqrt{b^2}=b$，$\sqrt{(b+1)^2}=b+1$

- 整数部分は b，
- 小数部分は $\sqrt{a}-b$

2.

３桁の正の整数を考える。①

(1) 各位の数の和が７であり，百の位の数と一の位の数を入れかえると，もとの整数より大きくなる。このような整数は $\boxed{ウ}$ 個ある。②

(2) ある２つの位の数を入れかえると，もとの整数より90大きくなる。このような整数は $\boxed{エ}$ 個ある。

(1) 3桁の正の整数の百・十・一の位をa, b, cとすると，

$$\begin{cases} a+b+c=7 & \cdots ① \\ 100c+10b+a > 100a+10b+c & \cdots ② \end{cases}$$

②より $99c-99a>0 \rightarrow c>a$

$b=0$ のとき $(a,c)=(1,6)(2,5)(3,4)$

$b=1$ 〃 $(a,c)=(1,5)(2,4)$

$b=2$ 〃 $=(1,4)(2,3)$

$b=3$ 〃 $=(1,3)$

$b=4$ 〃 $=(1,2)$

$b=5,6$ のときはなし。

以上より 9個

---

(2) (i) 百の位と十の位を入替のとき

$100b+10a+c-(100a+10b+c)=90$

$90b-90a=90$

$b-a=1$ となる~~組み合わせ~~は $(a,b)=(1,2)$ 〜 $(8,9)$ の8通り

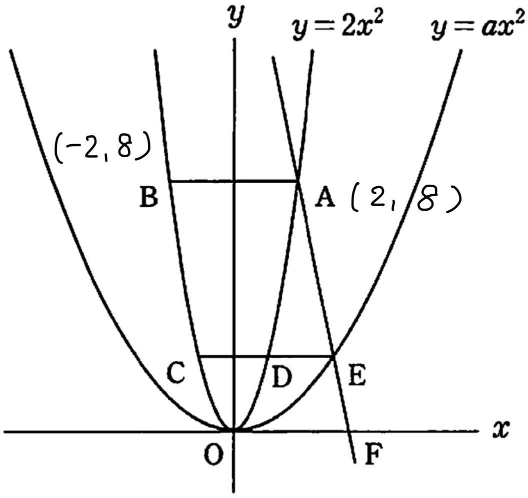
これが $c=0\sim9$ それぞれであるので $8\times10=80$ 個

3.

図のように，関数$y=2x^2$のグラフ上に，4点A，B，C，Dがあり，点Aのx座標は2，線分BAと線分CDはx軸と平行である。直線CDと関数$y=ax^2$（$0<a<2$）のグラフの交点のうちx座標が正の点をEとすると，BA=CE，CD=DEである。直線AEとx軸の交点をFとする。このとき，

(1) $a=$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

(2) △BCFの面積は $\boxed{\text{カ}}$ である。



(1)

・A(2, 8)でy軸対象の
B(−2, 8)が決まり、
$BA = 2-(-2) = 4$ となる。

・Dのx座標をtとすると、$D(t, 2t^2)$, $C(-t, 2t^2)$

$CD = t-(-t) = 2t = DE$ なので

$CE = CD + DE = 2t + 2t = 4t = BA = 4$

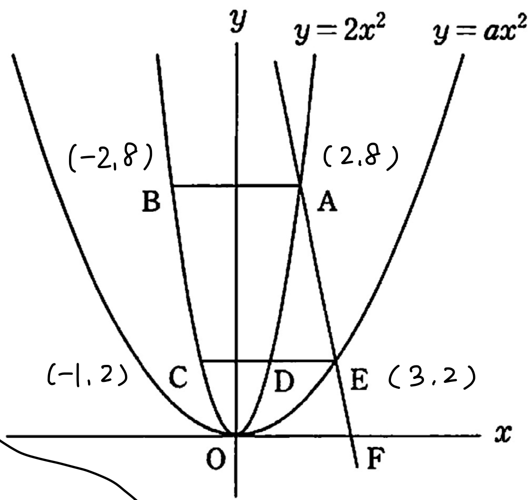
$\therefore t = 1$　以上より　D(1, 2)　E(3, 9a)

DとEのy座標は等しいので　$2 = 9a$　$a = \dfrac{2}{9}$

(2)

・△BCFは BCを底辺として
頂点AをAE上で移動
させてできる三角形と面積
は等しいので

△BCF = △BCA



・△BCA =
$BA \times$ (BAとCEのキョリ) $\times \dfrac{1}{2}$

$= 4 \times 6 \times \dfrac{1}{2} = 12$

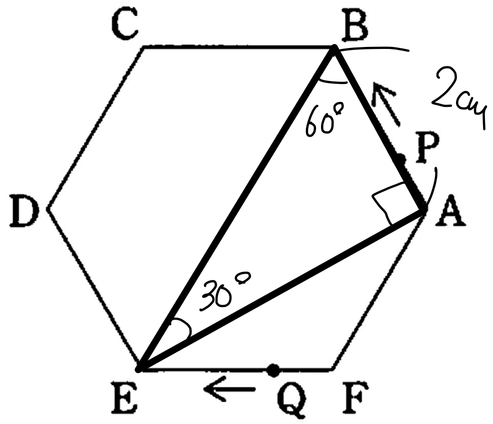
このまま底辺をBC
のままにしてると高さが
求まらないので底辺をBA
とした

4.

図のように，1辺の長さが2cmの正六角形ABCDEFの辺上を毎秒1cmの速さで移動する2点P，Qがある。点Pは頂点Aを出発してA，B，Cの向きに，点Qは頂点Fを出発してF，E，Dの向きに，2点P，Qが重なるまで移動する。このとき，

(1)　2秒後の△APQの面積は $\boxed{キ}$ cm²である。

(2)　△APQの面積が$\sqrt{3}$ cm²となるのは，$\boxed{ク}$ 秒後と $\boxed{ケ}$ 秒後である。



(1)　2秒後は AP = FQ = 2cm のところにいるので右図となる。

◎ BEは円に内接する正六角形の対角線であり，直径なので ∠BAE = 90° となり △APQは 30°, 60°, 90° の直角三角形となる。

◎ AP = 2cm なので AE = $2\sqrt{3}$ cm

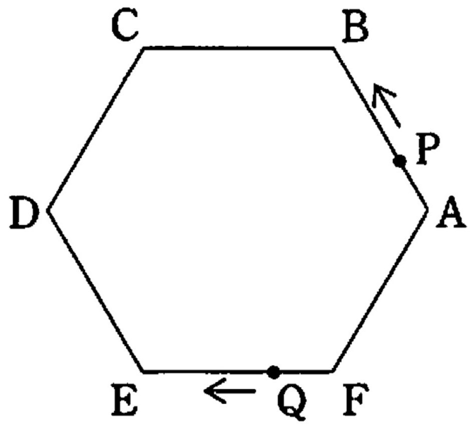
$\therefore \triangle APQ = AP \times AE \times \frac{1}{2}$

$= 2 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$ cm² //

---

(2)

(1)と△CDAとなる場合が △APQ = $2\sqrt{3}$ なので面積が $\sqrt{3}$ になるのは次の2つの場合である。



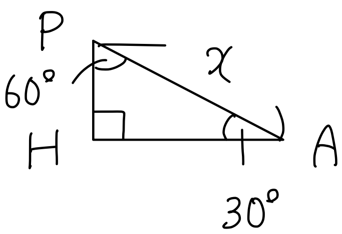
(i) PがAB上，QがFE上にあるとき

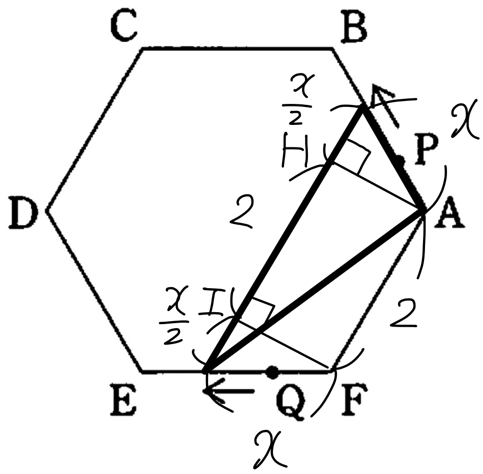
(ii) P，QがCD上にあるとき

→ 続き

(2) △APQの面積が$\sqrt{3}$ cm²となるのは，$\boxed{\text{ク}}$秒後と$\boxed{\text{ケ}}$秒後である。

(i) PがAB上，QがFE上にあるとき





◎ PH // BE なので ∠HPA = 60° で

$PH = \frac{x}{2}$ ，$HA = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ となる。

$\triangle PHA \equiv \triangle QIF$ なので $IE = PH = \frac{x}{2}$ となる。

◎ $\triangle APQ = PQ \times HA \times \frac{1}{2} = (x+2) \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}x(x+2)}{4}$

$\frac{\sqrt{3}x(x+2)}{4} = \sqrt{3}$ なので $\sqrt{3}x^2 + 2\sqrt{3}x = 4\sqrt{3}$

両辺÷$\sqrt{3}$ $x^2 + 2x - 4 = 0$ $x > 0$ より $x = -1+\sqrt{5}$

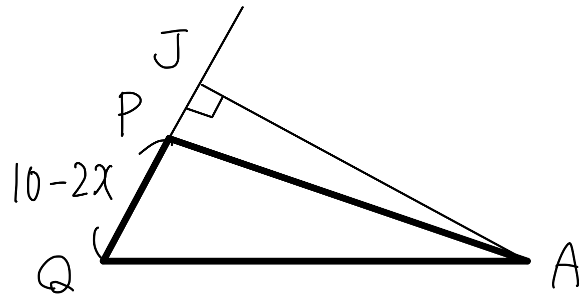
$-1+\sqrt{5}$ 秒後 //

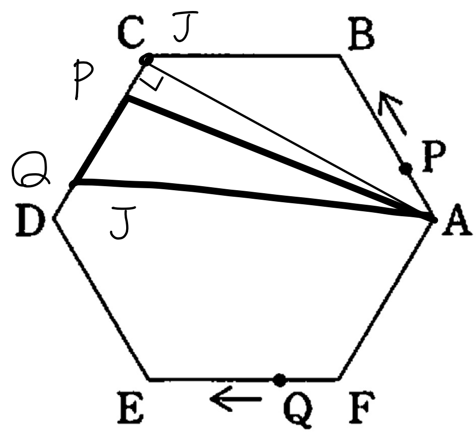
(ii) P，Q が CD 上にあるときは次のページ。

◎ 正六角形のいろいろな角度の利用。

◎ 底辺と高さをどこにするか！

(ii) P, Q が CD 上にあるとき





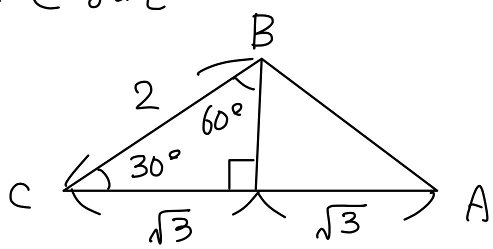
方針 $\triangle APQ = \underset{(底辺)}{PQ} \times \underset{(高さ)}{JA} \times \frac{1}{2}$

・$PQ = (\underbrace{ABCDEF}_{10}) - \{(\underbrace{Pの移動キョリ}_{x}) + (\underbrace{Qの移動キョリ}_{x})\}$

$= 10 - 2x$

・A から CD への垂線と CD との交点は C なので

J = C であり $JA = CA = 2\sqrt{3}$



・$\triangle APQ = (10-2x) \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$

$\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x$

$2\sqrt{3}x = 9\sqrt{3}$　　$x = \frac{9}{2}$

$\frac{9}{2}$ 秒後

以上より (i) と (ii) の場合が答えとなり

$-1+\sqrt{5}$ 秒後，$\frac{9}{2}$ 秒後

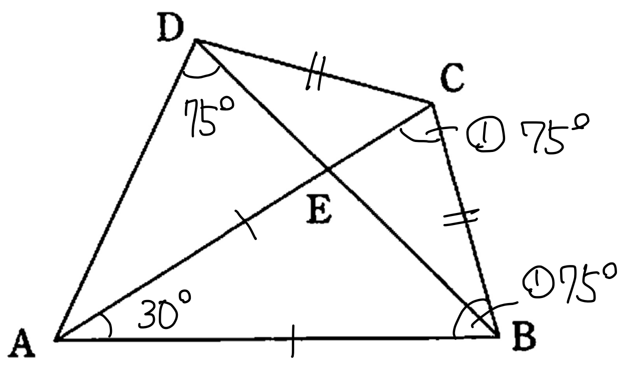
動点問題は辺の長さと移動キョリの関係から長さを求めて進める問いが多い！

5.

図のように，4点A，B，C，Dがあり，AB＝AC，CB＝CD，∠BAC＝30°，∠BDA＝75°である。線分ACと線分BDの交点をEとする。このとき，

(1) ∠ABD＝$\boxed{コ}$° である。

(2) △ABCの面積は，△BCEの面積の $\boxed{サ}$ 倍である。



(1)

① △ABC は AB＝AC，
頂角 30° の 二等辺三角形
なので 2つの底角は等しいので ∠ACB＝∠ABC

＝(180−30)÷2

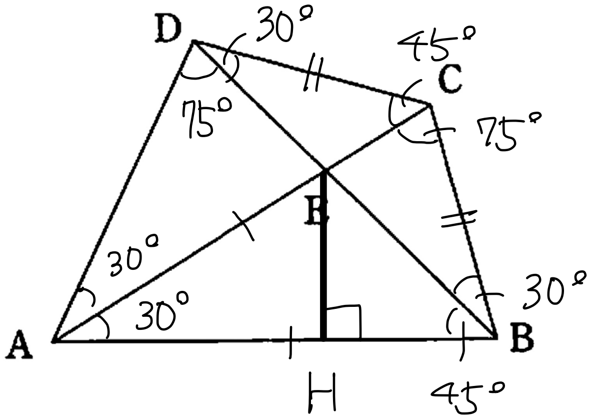
＝75°

② ∠ADB＝∠ACB＝75° なので
4点 A，B，C，D は 同一円周上にある。
∴ ∠BDC＝∠CAB＝30°
△DCB は 二等辺三角形 なので，∠CBD＝∠CDB＝30°
∴ ∠ABD＝75°−30°＝45°

Point

四角形の問題は「同一円周上」の点を選択肢に入れて解き始めると手詰りを防ぎやすい！

⑵ △ABCの面積は，△BCEの面積の $\boxed{\text{サ}}$ 倍である。



---

① EからABへの垂線との交点をHとし，EH = a とおくと

$EH : EB = 1 : \sqrt{2}$ より

$EB = \sqrt{2}a$

② △AEHは 30°, 60°, 90° の直角三角形となり，

$EA = 2a$，$AH = \sqrt{3}a$ と表せる。

$\therefore AB = AC = (\sqrt{3}+1)a$

$CE = AC - AE = (\sqrt{3}+1)a - 2a$

$= (\sqrt{3}-1)a$

③ $\triangle ABC : \triangle BCE = AB : EC$

$= (\sqrt{3}+1)a : (\sqrt{3}-1)a$

$= \sqrt{3}+1 : \sqrt{3}-1$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \times \triangle BCE$$

$$= \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} \triangle BCE$$

$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{2} \triangle BCE = (2+\sqrt{3}) \triangle BCE$$

$2+\sqrt{3}$ 倍 //

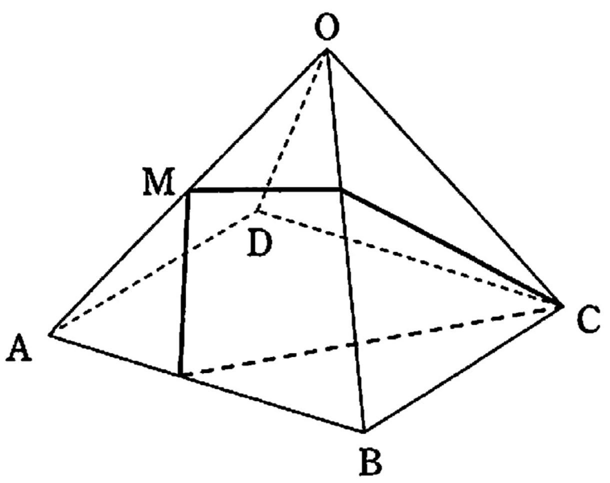
6.

図のように，すべての辺の長さが２の正四角錐O－ABCDの表面に，辺OAの中点Mから頂点Cまで，２本のひもを，それぞれ辺OBと辺ABに交わるように，ゆるまないようにかける。ただし，ひもの太さは無視できるものとする。このとき，

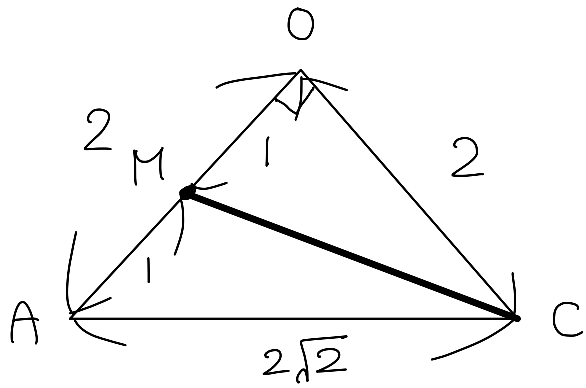
(1) 線分MCの長さは $\boxed{\text{シ}}$ である。

(2) 辺OBに交わるようにかけたひもの長さは $\boxed{\text{ス}}$ である。

(3) ２本のひもで２つに分けられた正四角錐の表面のうち，点Ｂを含む側の面積は $\boxed{\text{セ}}$ である。



(1)



・ $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2\sqrt{2}$

$OA=OC=2$ なので

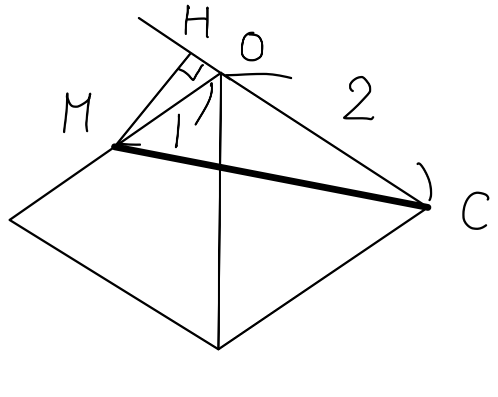
$\triangle AOC$ は $1:1:\sqrt{2}$ の

直角~~二等辺~~三角形となる。

・ $\triangle OMC$ において三平方の定理を用いて，$MC=\sqrt{OM^2+OC^2}=\sqrt{5}$ //

---

(2)



・ $\angle HOM = 180^\circ - 60^\circ\times 2 = 60^\circ$

となり $\triangle HOM$ は $1:2:\sqrt{3}$ の

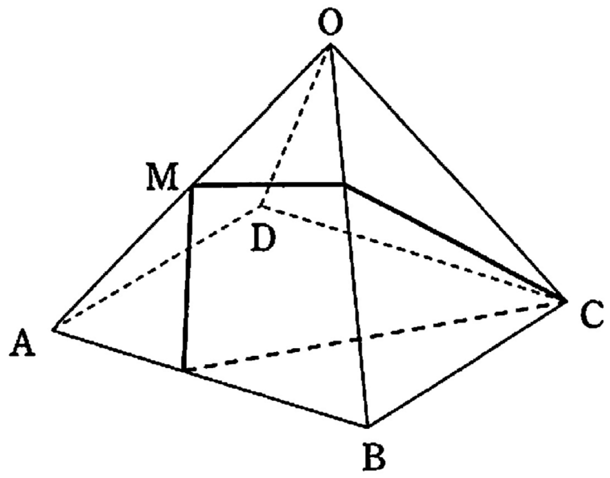
直角三角形となるので

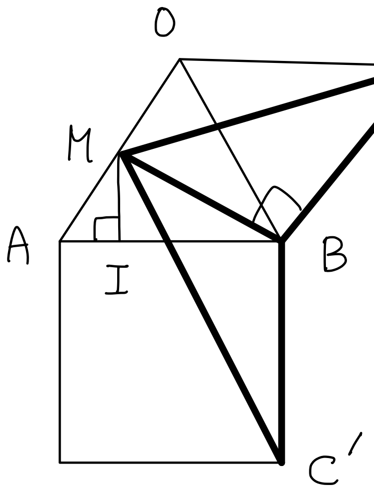
$MO=1$ より $HO=\frac{1}{2}$，$MO=\frac{\sqrt{3}}{2}$

・ $\triangle HMC$ において三平方の定理より

$MC=\sqrt{MH^2+HC^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{7}$ //

(3)　２本のひもで２つに分けられた正四角錐の表面のうち，点Ｂを含む側の面積は $\boxed{\text{セ}}$ である。



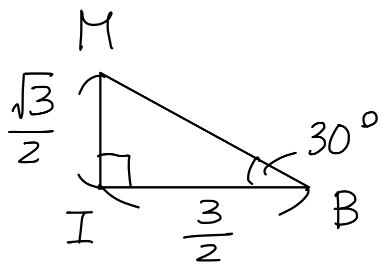


方針

求める図形の面積は△MBC＋△MBC′

(i) $\triangle MBC = BC \times MB \times \frac{1}{2}$

$= 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}$



(ii) $\triangle MBC' = BC' \times IB \times \frac{1}{2}$

$= 2 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

以上より　$\frac{3}{2} + \sqrt{3}$ //

Point

空間図形は平面に
次元を落とすことで
考えやすくなる！