高校入試過去問(　東　海　　)（R4)年数学

（１００点満点（ 50 ）分））

１．

連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{5}}x+\dfrac{1}{\sqrt{7}}y=1 \\ \sqrt{5}\,x+\sqrt{7}\,y=1 \end{cases}$ の解は$(x,\ y)=(\boxed{ア},\ \boxed{イ})$である．

2.

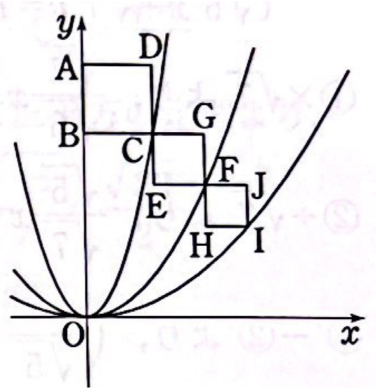
2022 のすべての正の約数の第 3 四分位数は $\boxed{\text{ウ}}$，平均は $\boxed{\text{エ}}$ である．

３.

図のように，各辺が x 軸と y 軸に平行な正方形 ABCD，CEFG，FHIJ がある．点 A は y 軸上にあり，関数 $y=ax^2$，$y=x^2$，$y=\frac{1}{9}x^2$ のグラフは，それぞれ点 C，F，I を通る．3 つの正方形の面積がすべて等しいとき，

（1） $a=$ $\boxed{オ}$ である．

（2） 点 B を通る傾き -2 の直線上にあり，x 座標が正である点 P について，△PBJ の面積が四角形 ABIJ の面積に等しくなるとき，点 P の座標は $\boxed{カ}$ である．



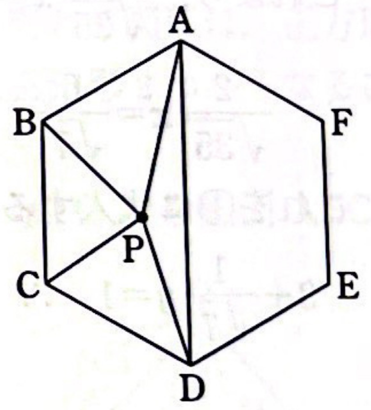
4.

図のように，1辺の長さが 6cm の正六角形 ABCDEF があり，四角形 ABCD の内部に点 P をとると，△PAB，△PBC の面積がそれぞれ $10\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$，$8\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ であるとき，

（1） △PDA の面積は $\boxed{キ}$ cm^2 である.

（2） 点 P を通り，対角線 AD に平行な直線と辺 AB の交点を Q とするとき，線分 AQ の長さは $\boxed{ク}$ cm である.

（3） 辺 BC 上の点 R を，線分 PR が辺 BC に垂直となるようにとったとき，線分 BR の長さは $\boxed{ケ}$ cm である.

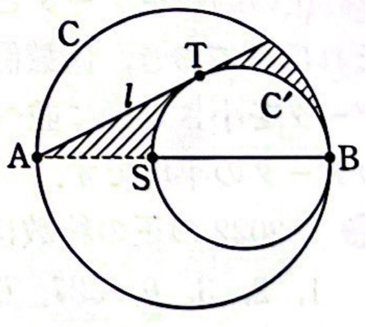


5.

図のように，長さが 6cm の線分 AB を直径とする円 C と，円 C に点 B で内接する半径 2cm の円 C′がある．点 A から円 C′に引いた接線を l，線分 AB と円 C′の点 B 以外の共有点を S，接線 l と円 C′の接点を T とするとき，

（1） 円 C，円 C′，接線 l で囲まれた斜線部の面積は $\boxed{コ}$ cm^2 である．

（2） 直線 ST と円 C の 2 つの交点を結んだ線分の長さは $\boxed{サ}$ cm である．



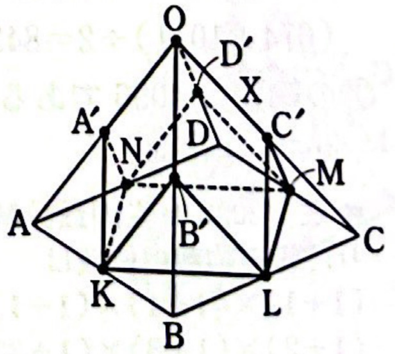
６．

図のように，1辺の長さが $2\sqrt{3}$ cm の正四角錐 OABCD において，辺 OA，OB，OC，OD の中点をそれぞれ A′，B′，C′，D′とし，辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ K，L，M，N とする．右図の太線のように正四角錐 OABCD から四面体 A′ANK，B′BKL，C′CLM，D′DMN を除いて得られる立体 X を考えるとき，

（1） 立体 X の体積は $\boxed{シ}$ cm^3 である．

（2） 立体 X の表面積は $\boxed{ス}$ cm^2 である．

（3） 立体 X の辺 OD′，A′N，NK，ML，LC′，OB′上にそれぞれ点 P，Q，R，S，T，U をとる．D′P=1cm，B′U=1cm であるとき，折れ線の長さ PQ+QR+RS+ST+TU の最小値は $\boxed{セ}$ cm である．



高校入試過去問(　東　海　　)（R4)年数学

（１００点満点（50 ）分））

1.

連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{5}}x+\dfrac{1}{\sqrt{7}}y=1 & \cdots ① \\ \sqrt{5}\,x+\sqrt{7}\,y=1 & \cdots ② \end{cases}$ の解は$(x,\ y)=(\boxed{ア},\ \boxed{イ})$である.

①$\times\sqrt{5}$ − ②$\div\sqrt{5}$

$$\begin{array}{rl} & x+\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}y=\sqrt{5} \\ -) & x+\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}y=\dfrac{1}{\sqrt{5}} \\ \hline \end{array}$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}\right)y=\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{5-7}{\sqrt{35}}y=\frac{5-1}{\sqrt{5}}$$

$$-2y=4\sqrt{7} \qquad y=-2\sqrt{7}$$

$$(x,y)=(3\sqrt{5},\ -2\sqrt{7})$$

連立方程式が解ける。

→ 文字を1つ消去できる！

文字の係数の絶対値をそろえる。

2.

2022 のすべての正の約数の第 3 四分位数は $\boxed{ウ}$，平均は $\boxed{エ}$ である．

◎ 2022の正の約数

$$\underbrace{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 337,\ 674,\ 1011,\ 2022}$$

中央（6, 337）

第3四分位数（674 と 1011 の間）

- 8コの中央 = 8÷2 = 4番目と5番目
- 第3四分位数 = $(674+1011)\div 2$

$= 842.5$ //（ウ）

◎ 平均 = 全ての和 $4056 \div 8 = 507$ //（エ）

2022の約数の和

$= (2^0+2^1)(3^0+3^1)(337^0+337^1)$

$= (1+2)(1+3)(1+337)$

$= 3\times4\times338$

平均 $= \dfrac{3\times\cancel{4}\times\cancel{338}^{\,169}}{\cancel{8}_{\,2}} = 507$ //

◎ 約数…素因数分解

素数の積の組み合わせ

$2022 = 2\times3\times337$

◎ 約数の作り方 = 場合の数の理解

取り出し方！

2　3　337

- 何も取り出さない…1
- 1つだけ…2, 3, 337
- 2つ…6, 674, 1011
- 3つ…2022

(例) 2　　0乗

$2^1\times3^0\times337^0$

指数が取り出す個数

$2^2 = 4$

$2^1 = 2$　$\downarrow\div2$

$2^0 = 1$　$\downarrow\div2$

$2^{-1} = \dfrac{1}{2}$　$\downarrow\div2$

$2^{-2} = \dfrac{1}{4}$　$\downarrow\div2$

例 6の約数の和

	2^0	2^1
3^0	1	2
3^1	3	6

$(2^0+2^1)(3^0+3^1)$

分配法則と同じ

例2 12の場合

$2^2\times3$

	2^0	2^1	2^2
3^0			
3^1			

$(2^0+2^1+2^2)(3^0+3^1)$

例3 30の場合

$2\times3\times5$

直方体で考えます。

$(2^0+2^1)(3^0+3^1)(5^0+5^1)$

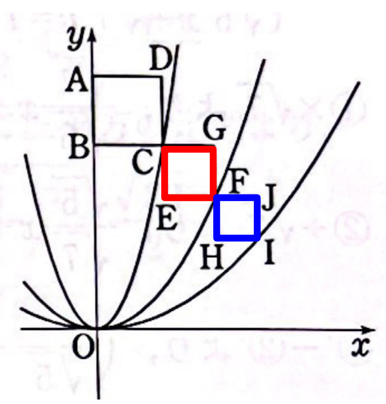
長方形に奥行きが生まれるイメージ。

3.

図のように，各辺が x 軸と y 軸に平行な正方形 ABCD，CEFG，FHIJ がある．点 A は y 軸上にあり，関数 $y=ax^2$，$y=x^2$，$y=\frac{1}{9}x^2$ のグラフは，それぞれ点 C，F，I を通る．3 つの正方形の面積がすべて等しいとき，

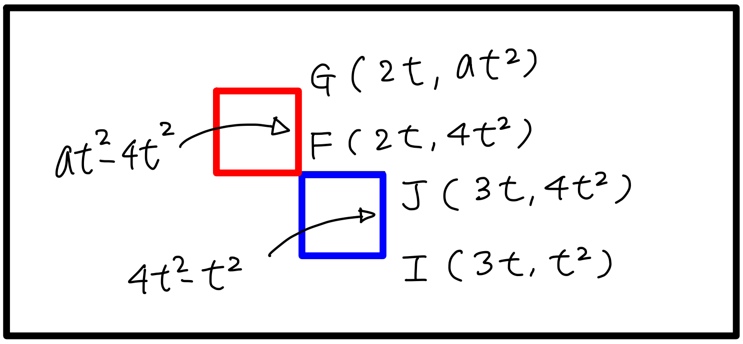
（1） $a=\boxed{オ}$ である．

（2） 点 B を通る傾き -2 の直線上にあり，x 座標が正である点 P について，△PBJ の面積が四角形 ABIJ の面積に等しくなるとき，点 P の座標は $\boxed{カ}$ である．



(1) Cのx座標をtとおくと $C(t, at^2)$

$F(2t, 4t^2)$，$I(3t, t^2)$ と表せる。



正方形
… 縦 = 横
の関係で立式できそうだ！
という予測で進める。

$$\overbrace{at^2-4t^2 = 4t^2-t^2}^{\text{縦の長さが等しい}} = t$$

$4t^2-t^2 = t$：横と等しい

$$3t^2 = t$$

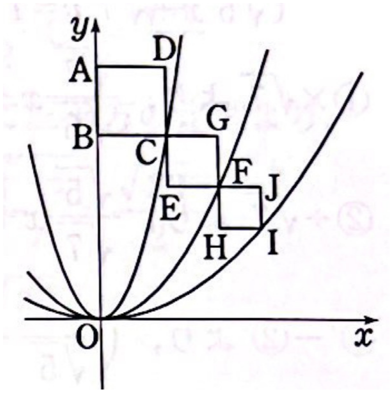
$$t(3t-1)=0 \quad t>0 \quad t=\frac{1}{3}$$

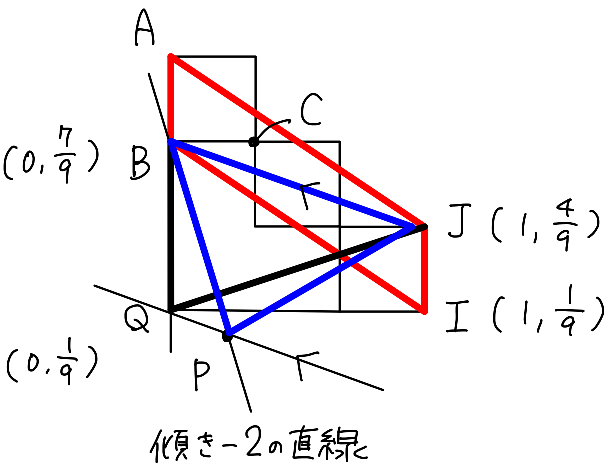
$t=\frac{1}{3}$ を $at^2-4t^2=t$ に代入。

$$\frac{1}{9}a-\frac{4}{9}=\frac{1}{3} \qquad \underline{a=7}$$

3つの正方形の面積がすべて等しいとき，

（2） 点Bを通る傾き -2 の直線上にあり，x 座標が正である点Pについて，△PBJ の面積が四角形 ABIJ の面積に等しくなるとき，点Pの座標は $\boxed{カ}$ である．





四角形 ABIJ
＝ △QBJ
＝ △PBJ → BJと平行で Qを通る直線との交点

◎ (1)より $t=\frac{1}{3}$ なので $C(\frac{1}{3}, \frac{7}{9})$

$B(0, \frac{7}{9})$ となり $BP: y=-2x+\frac{7}{9}$

◎ $Q(0, \frac{1}{9})$ で QPはBJに平行なので

傾きは $-\frac{1}{3}$ ∴ $QP: y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{9}$

$$\begin{cases} y=-2x+\frac{7}{9} \\ y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{9} \end{cases}$$ を解いて $P(x, y) = P(\frac{2}{5}, -\frac{1}{45})$ //

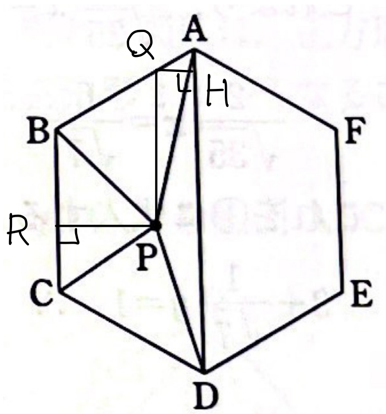
4.

図のように，1 辺の長さが 6cm の正六角形 ABCDEF があり，四角形 ABCD の内部に点 P をとると，△PAB，△PBC の面積がそれぞれ $10\sqrt{3}$ cm²，$8\sqrt{3}$ cm² であるとき，

（1） △PDA の面積は キ cm² である．

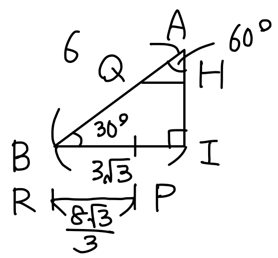
（2） 点 P を通り，対角線 AD に平行な直線と辺 AB の交点を Q とするとき，線分 AQ の長さは ク cm である．

（3） 辺 BC 上の点 R を，線分 PR が辺 BC に垂直となるようにとったとき，線分 BR の長さは ケ cm である．



(1) $\triangle PBC = BC \times RP \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$

$6RP \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3} \qquad RP = \frac{8\sqrt{3}}{3}$



① $QH = 3\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

② $\triangle PAB = AD \times QH \times \frac{1}{2}$

$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$ (cm²)

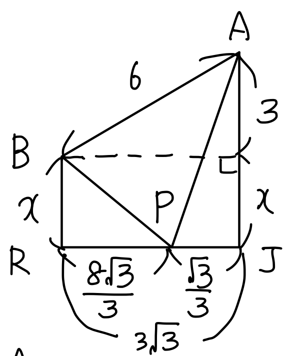
---

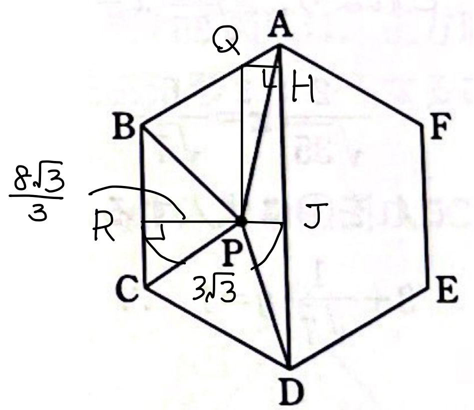
(2) $\triangle AQH \backsim \triangle ABI$ で $QH : BI = AQ : AB$

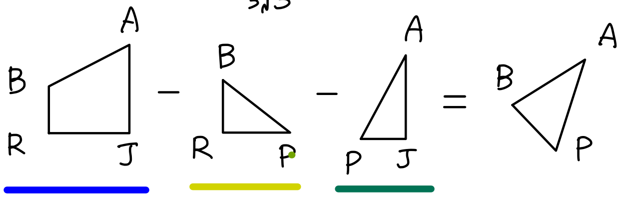
$\frac{\sqrt{3}}{3} : 3\sqrt{3} = AQ : 6$

$3\sqrt{3}AQ = 2\sqrt{3} \qquad AQ = \frac{2}{3}$ (cm)

（3） 辺 BC 上の点 R を，線分 PR が辺 BC に垂直となるようにとったとき，線分 BR の長さは ケ cm である．







$(x + 3 + x) \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} - x \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \times (3 + x) \times \frac{1}{2} = 10\sqrt{3}$

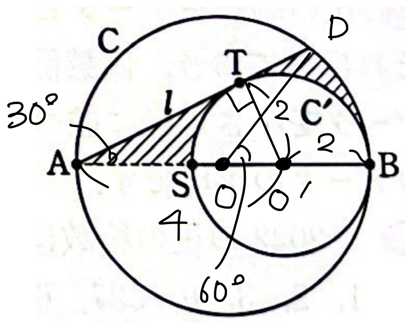
$x = 4 \qquad BR = 4$cm

5.

図のように，長さが 6cm の線分 AB を直径とする円 C と，円 C に点 B で内接する半径 2cm の円 C′がある．点 A から円 C′に引いた接線を l，線分 AB と円 C′の点 B 以外の共有点を S，接線 l と円 C′の接点を T とするとき，

（1） 円 C，円 C′，接線 l で囲まれた斜線部の面積は $\boxed{コ}$ cm² である．

（2） 直線 ST と円 C の 2 つの交点を結んだ線分の長さは $\boxed{サ}$ cm である．

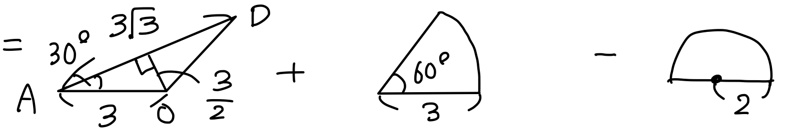


(1) ① O, O′ を円C, C′の中心とすると、

$O'B = 2 = O'T$, $AO' = 4$

△AO′T は、↑より ∠TAO′ = 30° の直角三角形。

② 斜線部の面積 = △AOD + おうぎ形△DOB − 円C′の上半分

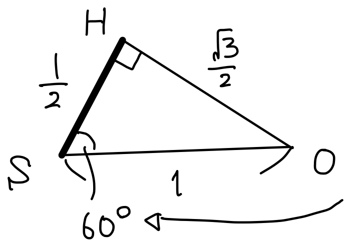


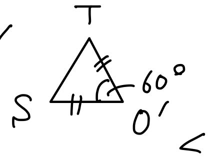
$= 3\sqrt{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} + \pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} - \pi \times 2^2 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{2}\pi - 2\pi = \frac{9\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{2}$ (cm²)

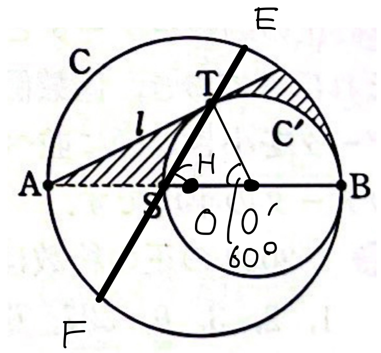
（2） 直線 ST と円 C の 2 つの交点を結んだ線分の長さは $\boxed{サ}$ cm である．

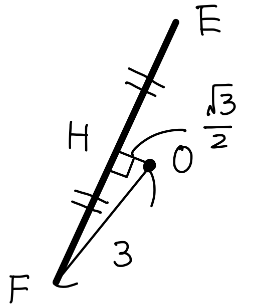
$OS = SB - OB = 4 - 3 = 1$ cm





60° より
∠O′ST = 60°





△OHF において三平方の定理より

$HF = \sqrt{3^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{2}$

$EF = 2HF = \sqrt{33}$

∴ $\sqrt{33}$ cm

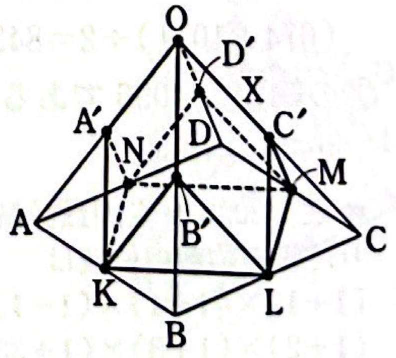
6.

図のように，1辺の長さが$2\sqrt{3}$ cm の正四角錐 OABCD において，辺 OA，OB，OC，OD の中点をそれぞれ A′，B′，C′，D′とし，辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ K，L，M，N とする．右図の太線のように正四角錐 OABCD から四面体 A′ANK，B′BKL，C′CLM，D′DMN を除いて得られる立体 X を考えるとき，

（1） 立体 X の体積は $\boxed{シ}$ cm^3 である．

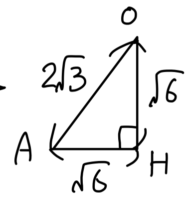
（2） 立体 X の表面積は $\boxed{ス}$ cm^2 である．

（3） 立体 X の辺 OD′，A′N，NK，ML，LC′，OB′上にそれぞれ点 P，Q，R，S，T，U をとる．D′P=1cm，B′U=1cm であるとき，折れ線の長さ PQ+QR+RS+ST+TU の最小値は $\boxed{セ}$ cm である．



(1) $A'ANK = AK \times AN \times \frac{1}{2} \times (\text{OABCDの高さ} \times \frac{1}{2}) \times \frac{1}{3}$

$= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2} \times \frac{1}{3}$



$X = OABCD - 4 \times A'ANK$

$= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{6}}{4} \times 4$

$= 3\sqrt{6}$ (cm^3)

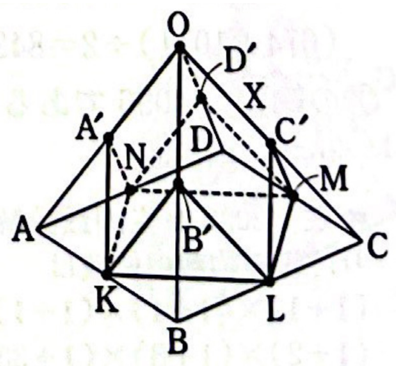
---

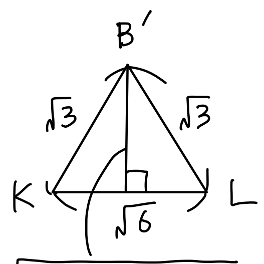
(2) Xの表面積

$= \text{底面積}(KLMN) + 4 \times \triangle B'KL + 4 \times \underset{(ひし形)}{OA'KB'}$

$= (\sqrt{6})^2 + 4 \times \frac{3}{2} + 4 \times \frac{3}{2}\sqrt{3}$

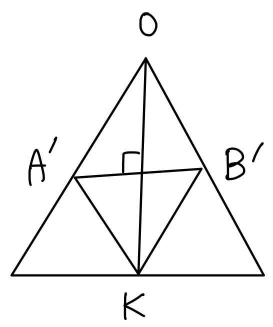
$= 6 + 6 + 6\sqrt{3} = 12 + 6\sqrt{3}$ (cm^2)





$\sqrt{(\sqrt{3})^2 - (\frac{\sqrt{6}}{2})^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\triangle B'KL = \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{6}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

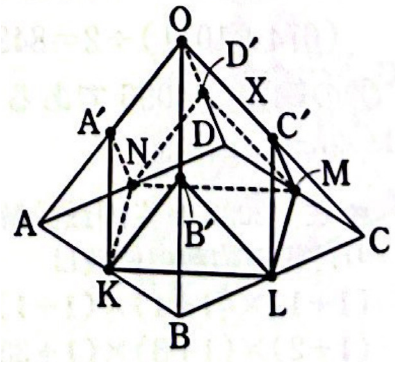


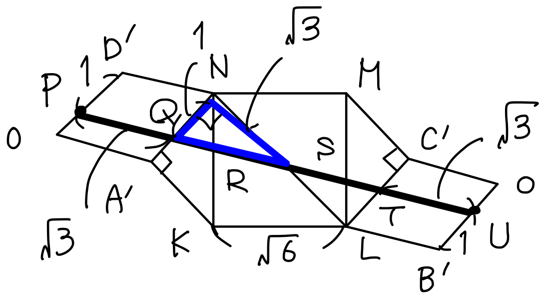
ひし形 $OA'KB'$

$= A'B' \times OK \times \frac{1}{2}$

$= \sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

（3） 立体 X の辺 OD′，A′N，NK，ML，LC′，OB′上にそれぞれ点 P，Q，R，S，T，U をとる．D′P=1cm，B′U=1cm であるとき，折れ線の長さ PQ+QR+RS+ST+TU の最小値は $\boxed{セ}$ cm である．





$$\underset{\sqrt{3}}{\underset{\shortparallel}{PQ}} + \underset{4}{\underset{\shortparallel}{QT}} + \underset{\sqrt{3}}{\underset{\shortparallel}{TU}}$$

$QS = 2$ より $QT = 4$

$\therefore$ $4+2\sqrt{3}$ cm //

Point

最短キョリ

→ 展開図で直線の長さ