名城大学附属高等学校（H28 数学）

（１００点満点　４０分）

１．次の問いに答えなさい。

---

(1) $\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{(-3)^2}}{\sqrt{3}}\div\dfrac{2}{15}+\sqrt{12}=\dfrac{\boxed{ア}\,\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$ である。

(2) $x=\sqrt{11}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{11}-\sqrt{3}$ のとき,

$(x^3y+2x^2y^2+xy^3)\div x^2y^2=\dfrac{\boxed{オ}\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

(3) 異なる2つの整数 a, b ($a > b$) がある。a を b で割ると商が2で余りが4になり，a から b を引くと10になるという。このとき，$a =$ $\boxed{ク}$ $\boxed{ケ}$ ，$b =$ $\boxed{コ}$ である。

(4)　2つの数 x, y があり，x の絶対値が6，y の絶対値が8である。$x+y<0$, $xy<0$ のとき，$x-y=$ $\boxed{サ}$ $\boxed{シ}$ である。

⑸ a を定数とする。x についての二次方程式 $x^2 + ax - 9 = 0$ を解いたとき，その解の１つが二次方程式 $2(x+3)^2 - 10 = 62$ の小さい方の解と同じであるとき，$a =$ $\boxed{\text{ス}}$ である。

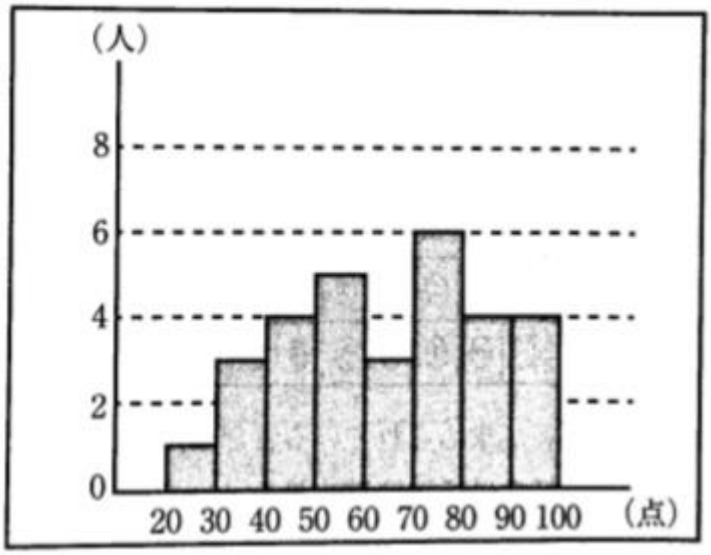
(6) xは自然数で，$\sqrt{x}$の整数部分が7であるという。このようなxのうち最も大きい数と最も小さい数の差は，$\boxed{セ}\boxed{ソ}$である。

2.

下のグラフは，あるクラス30人の漢字テストの点数を度数分布表で表し，その度数分布表をもとに書かれたヒストグラムである。このヒストグラムから読み取れる代表値について，次の問いに答えなさい。

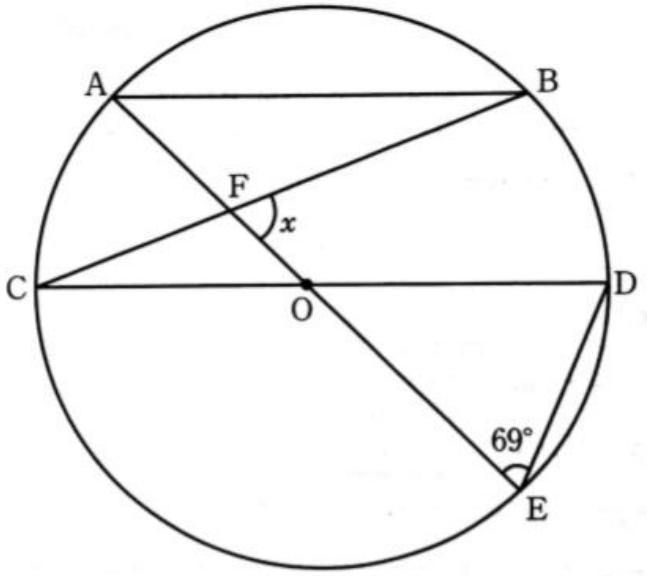
(1) 平均値は [ア] [イ] 点である。

(2) 平均値をX点，中央値をY点，最頻値をZ点とすると，X＋Y＋Z＝ [ウ] [エ] [オ] である。



3.

次の図において，点Oを円の中心としAB// CDのとき，$\angle x =$ [ア][イ]° である。



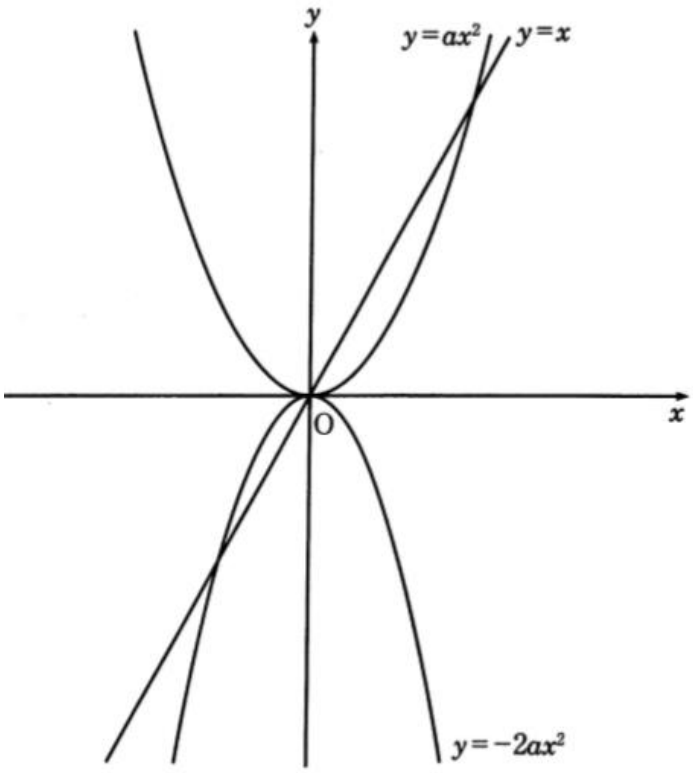
4.

$a > 0$ とする。放物線 $y = ax^2$ と $y = -2ax^2$ があり，放物線 $y = ax^2$ は直線 $y = x$ と 2 点 (0, 0)，(4, 4) で交わっている。放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = x$ で囲まれる図形を S_1，放物線 $y = -2ax^2$ と直線 $y = x$ で囲まれる図形を S_2 とするとき，次の問いに答えなさい。

(1) $a = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) S_1 と S_2 は相似である。S_1 の面積が $\dfrac{8}{3}$ であるとき，S_2 の面積は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

(3) S_1 に含まれる点（境界を含む）のうち，x 座標も y 座標も整数である点の個数は $\boxed{オ}$ 個である。



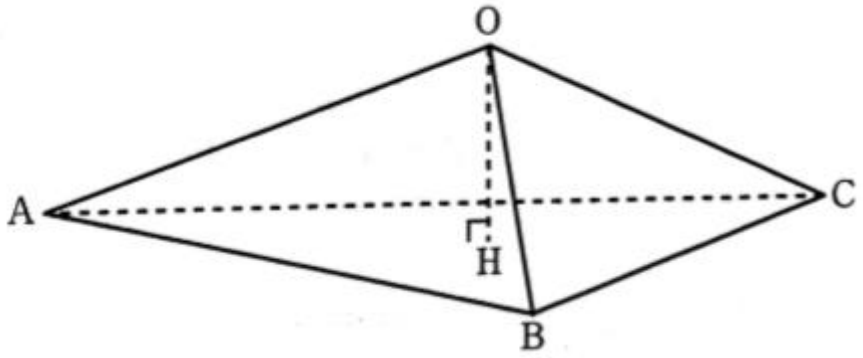
5.

図のように，四面体OABCがある。OA＝4㎝，OB＝2㎝，OC＝3㎝とし，点Oから平面ABCにおろした垂線と平面ABCの交点をHとする。次の問いに答えなさい。

(1) HA＝$\sqrt{15}$㎝のとき，HB＝$\sqrt{\boxed{ア}}$㎝，HC＝$\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$㎝である。

(2) △OAH，△OBH，△OCHを，直線OHを回転の軸として1回転させてできる回転体の体積をそれぞれV㎤，W㎤，X㎤とするとき，

V：W：X＝$\boxed{エ}\boxed{オ}$：$\boxed{カ}$：$\boxed{キ}$ である。



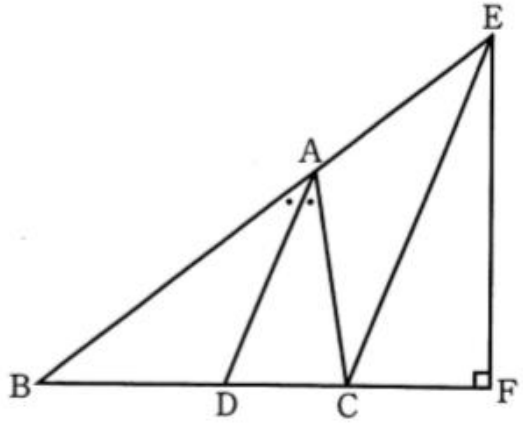
6.

図のように，△ABCに対して，∠BACの二等分線と線分BCの交点をDとする。また，点Cを通り直線ADに平行な直線と，直線ABの交点をEとする。さらに，点Eから直線BCにおろした垂線と，直線BCの交点をFとする。AB＝5㎝，AC＝3㎝のとき，次の問いに答えなさい。

(1) BD：DC＝ $\boxed{ア}$ ： $\boxed{イ}$ である。

(2) ∠BAD＝30°，BC＝$\sqrt{19}$㎝のとき，

EF＝$\dfrac{\boxed{ウ}\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}\boxed{カ}}}{\boxed{キ}\boxed{ク}}$㎝である。



名城大学附属高等学校（H28 数学）

（１００点満点　４０分）

１．次の問いに答えなさい。

---

(1) $\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{(-3)^2}}{\sqrt{3}}\div\dfrac{2}{15}+\sqrt{12}=\dfrac{\boxed{ア}\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$ である。

$$= \sqrt{3} + \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{3}} \times \frac{15}{2} + 2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3} + \frac{15}{2}\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

分母を2で通分

$$= \frac{2}{2}\sqrt{3} + \frac{15}{2}\sqrt{3} + \frac{4}{2}\sqrt{3}$$

$$= \frac{21}{2}\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

(2) $x=\sqrt{11}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{11}-\sqrt{3}$ のとき,

$(x^3y+2x^2y^2+xy^3)\div x^2y^2=\dfrac{\boxed{オ}\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

共通因数 xy を( )の外へ出した。

$$(x^3y+2x^2y^2+xy^3)\div x^2y^2$$

$$=xy(x^2+2xy+y^2)\div x^2y^2$$

因数分解

$$=\frac{\cancel{xy}(x+y)^2}{x^{\cancel{2}}y^{\cancel{2}}}=\frac{(x+y)^2}{xy}\quad\cdots(☆)$$

$x=\sqrt{11}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{11}-\sqrt{3}$ より

- $x+y=(\sqrt{11}+\sqrt{3})+(\sqrt{11}-\sqrt{3})$

  $=2\sqrt{11}\quad\cdots①$

- $xy=(\sqrt{11}+\sqrt{3})(\sqrt{11}-\sqrt{3})$

  $=(\sqrt{11})^2-(\sqrt{3})^2=11-3=8\quad\cdots②$

①、②を(☆)に代入すると,

$$\frac{(x+y)^2}{xy}=\frac{(2\sqrt{11})^2}{8}=\frac{\cancel{4}^{1}\times 11}{\cancel{8}_{2}}=\frac{11}{2}$$

(3) 異なる2つの整数 a, b ($a > b$) がある。a を b で割ると商が2で余りが4になり，a から b を引くと10になるという。このとき，$a =$ $\boxed{ク}$ $\boxed{ケ}$，$b =$ $\boxed{コ}$ である。 ①

②

① $b\overline{)a}$ 2…4 → $a=2b+4$

② $a-b=10$

文字の割り算

商と余りの式

$b\overline{)a}$ c…d

$a=b\times c+d$

$$\begin{cases} a=2b+4 & \cdots ① \\ a-b=10 & \cdots ② \end{cases}$$

↙代入

$2b+4-b=10$

$b=6$ を①に代入

$a=2\times 6+4$

$=12+4=16$

$(a, b)=(16, 6)$ //

(4) 2つの数 x, y があり，x の絶対値が6，y の絶対値が8である。$x+y<0$, $xy<0$ のとき，$x-y=$ $\boxed{サ}$ $\boxed{シ}$ である。

$\boxed{1}$ $xy<0$ より $(x, y)=(6, -8)$ $(-6, 8)$ のどちらか。

$\boxed{2}$ $x+y<0$ より

$6+(-8)=-2<0$

OK

$-6+8=2>0$

×

よって $(x, y)=(6, -8)$

$x-y=6-(-8)=14$

$\boxed{1}$，$\boxed{2}$ どちらを先に考えてもできます。

(5) a を定数とする。x についての二次方程式 $x^2+ax-9=0$ を解いたとき，その解の1つが二次方程式 $2(x+3)^2-10=62$ の小さい方の解と同じであるとき，$a=$ $\boxed{ス}$ である。

① ②

先に ① を解くと，

$2(x+3)^2-10=62$ 両辺 ÷2

$(x+3)^2-5=31$ −5を右辺に移項

$(x+3)^2=36$

$x+3=\pm 6$

$x=-3\pm 6$

$x=3,\ -9$

② より
小さい方の解
なので
$x=-9$

$x^2+ax-9=0$
の解の1つが
$x=-9$ なので

代入すると

$(-9)^2+a\times(-9)-9=0$

$81-9a-9=0$

$72=9a$

$8=a$

(6) xは自然数で，$\sqrt{x}$の整数部分が7であるという。このようなxのうち最も大きい数と最も小さい数の差は，$\boxed{セ}\boxed{ソ}$である。

整数部分が7なのは最小 $\sqrt{49}$
$= 7.0$

〃 8なのは最小 $\sqrt{64}$
$= 8.0$

よって $49 \leqq x \leqq 63$ となる。

$63 - 49 = 14$

◎ $\sqrt{\ }$ の整数部分

$\sqrt{3} = 1.732$ なので 1.

$\sqrt{5} = 2.236$ なので 2

↑ここ

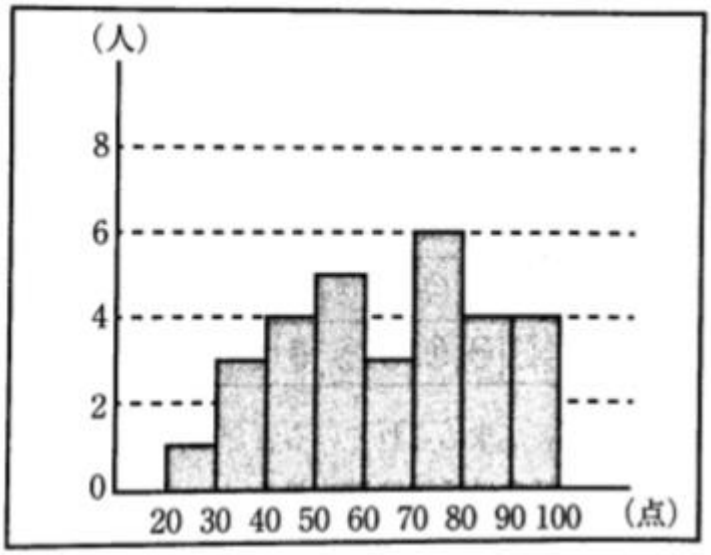
2.

下のグラフは，あるクラス30人の漢字テストの点数を度数分布表で表し，その度数分布表をもとに書かれたヒストグラムである。このヒストグラムから読み取れる代表値について，次の問いに答えなさい。

(1) 平均値は [ア][イ] 点である。

(2) 平均値をX点，中央値をY点，最頻値をZ点とすると，X＋Y＋Z＝ [ウ][エ][オ] である。

(1)



		合計
25点	= 1人	→ 25
35	= 3人	→ 105
45	= 4人	→ 180
55	= 5	→ 275
65	= 3	→ 195
75	= 6	→ 450
85	= 4	→ 340
95	= 4	→ 380

$1950 \div 30 = 65$

全てを足して総人数 30人で割ると平均値が求まる。

65点 //

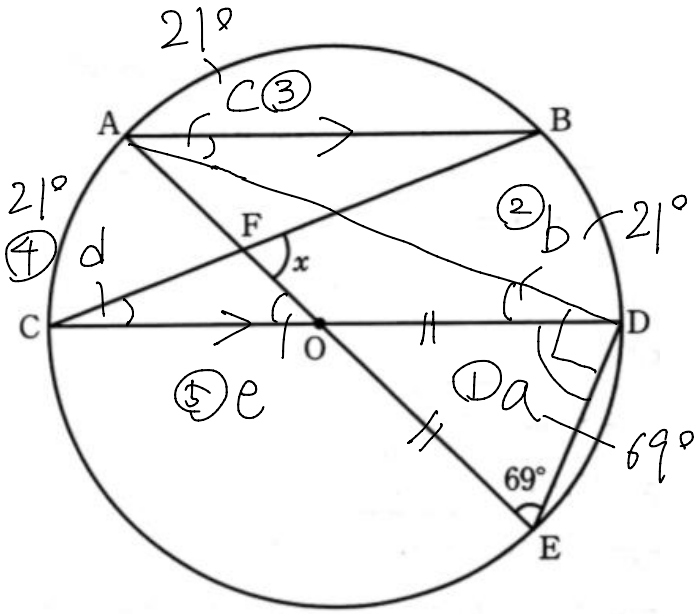
(2) 最頻値は，最も多い値 ＝ 75点 ＝ Z

中央値は 30人いるので $\frac{30}{2} = 15$ なので 15，16番目の人が属している階級値が中央値。65点 ＝ Y

よって X＋Y＋Z ＝ 65 ＋ 65 ＋ 75 ＝ 205 //

3.

次の図において，点Oを円の中心としAB// CDのとき，∠x = ア イ ° である。



∠DEA = 69° は
AEが円の直径なので
∠ADE = 90° なる
直角三角形を作る
ADを結ぶことができる。

① ∠a
△ODEはOE = ODの
二等辺三角形なので
2つの底角
∠OED = ∠ODE = a = 69°

② ∠b
∠ADE = 90° より
∠ADO = 90 − a = 90 − 69
= 21°

③ ∠C
AB// CDより錯角
は等しいので
∠C = ∠b = 21°

④ ∠d
BDに対する円周角は
等しいので
∠d = ∠C = 21°

⑤ ∠e
∠EODの対頂角なので
180 − 69 × 2 = 42°

⑥ ∠x
∠x = ∠d + ∠e
= 21° + 42° = 63°

4.

$a > 0$ とする。放物線 $y = ax^2$ と $y = -2ax^2$ があり，放物線 $y = ax^2$ は直線 $y = x$ と 2 点 (0, 0)，(4, 4) で交わっている。放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = x$ で囲まれる図形を S_1，放物線 $y = -2ax^2$ と直線 $y = x$ で囲まれる図形を S_2 とするとき，次の問いに答えなさい。

(1) $a = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) S_1 と S_2 は相似である。S_1 の面積が $\dfrac{8}{3}$ であるとき，S_2 の面積は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

(3) S_1 に含まれる点（境界を含む）のうち，x 座標も y 座標も整数である点の個数は $\boxed{オ}$ 個である。

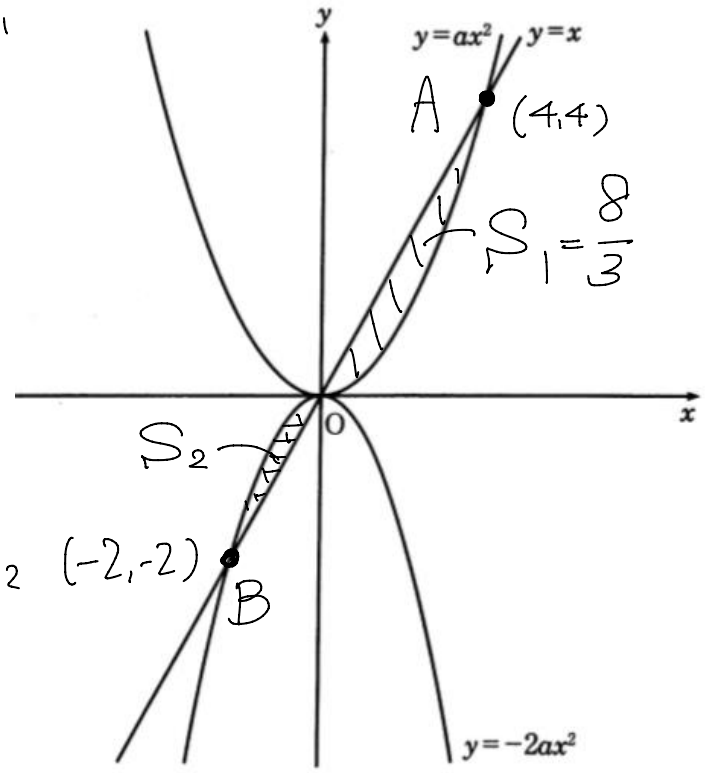
(1) $y=ax^2$ は $(4,4)$ を通るので

$x=4,\ y=4$ を代入する。

$4=a\times 4^2$

$4=16a$

$a=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$ //



(2)

$y=ax^2 \rightarrow y=\dfrac{1}{4}x^2$

$y=-2ax^2 \rightarrow y=-2\times\dfrac{1}{4}x^2=-\dfrac{1}{2}x^2$

$y=-\dfrac{1}{2}x^2$ と $y=x$ の交点は

$\begin{cases} y=-\dfrac{1}{2}x^2 \\ y=x \end{cases}$ で求められる。

代入 $x=-\dfrac{1}{2}x^2$

$\dfrac{1}{2}x^2+x=0$ ↓×2

$x^2+2x=0$

$x(x+2)=0 \quad x=0,-2$

$(x,y)=(0,0),(-2,-2)$

S_1 と S_2 で相似比は

A, B の x 座標で求められ

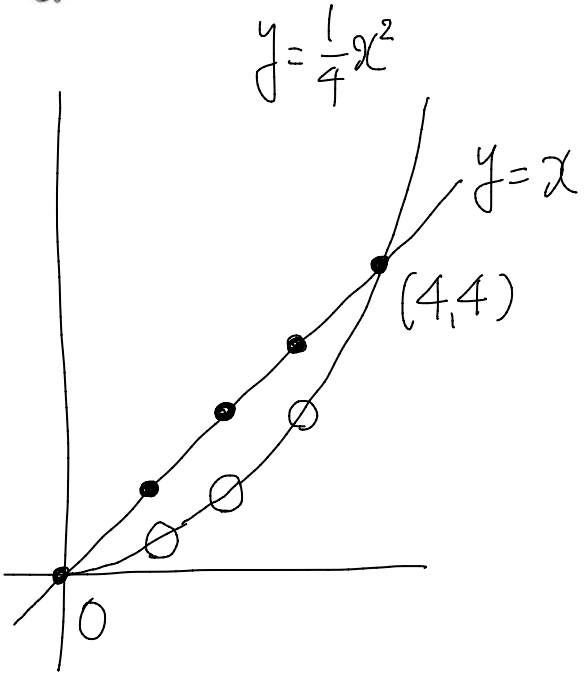
$S_1 : S_2 = 4 : 2 = 2 : 1$

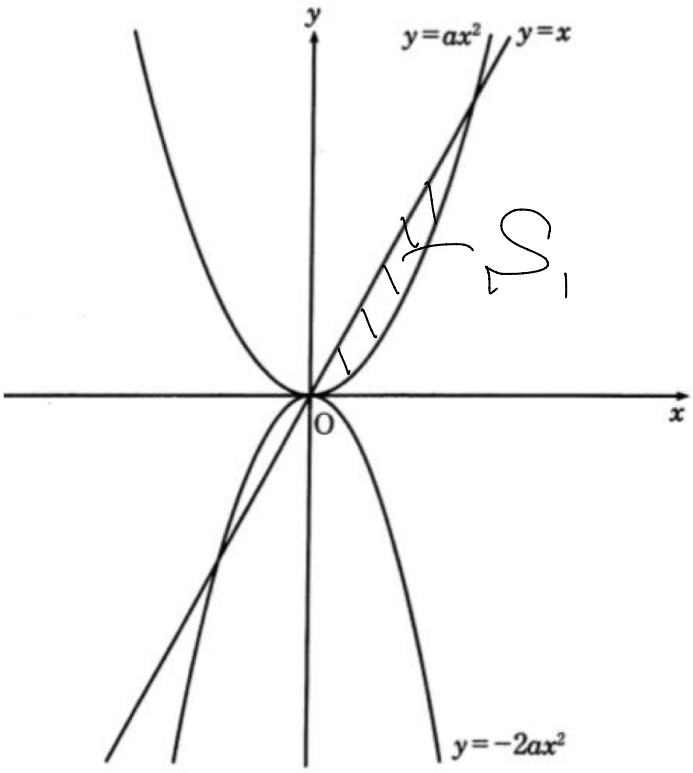
面積比 $=$ (相似比)^2

$=(2:1)^2=4:1$

$\dfrac{8}{3} : S_2 = 4 : 1 \quad S_2=\dfrac{2}{3}$ //

(3) S_1に含まれる点（境界を含む）のうち，x座標もy座標も整数である点の個数は $\boxed{オ}$ 個である。





x座標，y座標
ともに整数の点
⟶ 格子点という。

S_1をx座標の最大は4
なので
$x=0, 1, 2, 3, 4$
と順に考えていく。

$y=x$上の座標は
(0,0)(1,1)(2,2)
(3,3)(4,4)
●のとこ35点。…①

微妙なのが○の3点
なので $y=\frac{1}{4}x^2$の
$x=1, 2, 3$を代入して
yが整数になったらOK
(2,2)のみなので…②

結果

6個

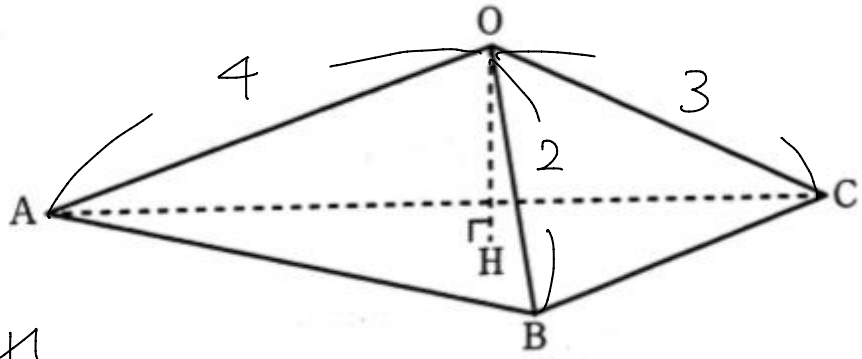
5.

図のように，四面体OABCがある。OA＝4㎝，OB＝2㎝，OC＝3㎝とし，点Oから平面ABCにおろした垂線と平面ABCの交点をHとする。次の問いに答えなさい。

(1) HA＝$\sqrt{15}$㎝のとき，HB＝$\sqrt{\boxed{ア}}$㎝，HC＝$\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$㎝である。

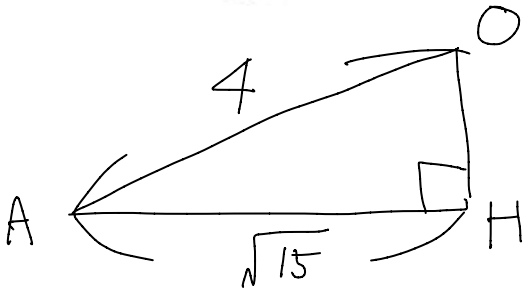
(2) △OAH，△OBH，△OCHを，直線OHを回転の軸として1回転させてできる回転体の体積をそれぞれV㎤，W㎤，X㎤とするとき，

V：W：X＝$\boxed{エ}\boxed{オ}$：$\boxed{カ}$：$\boxed{キ}$ である。

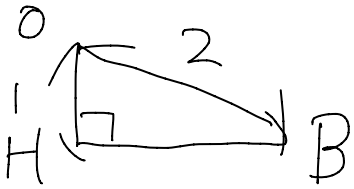


(1) 解く流れ

OA＝4，HA＝$\sqrt{15}$ が
わかっているので
△OAHで考えるとOHが
求まり，OB＝2とOHで
三平方の定理からHBが
求まる。
HCはOH，OCがわかって
いるので△OHCで考える。



$OH=\sqrt{4^2-(\sqrt{15})^2}=1$

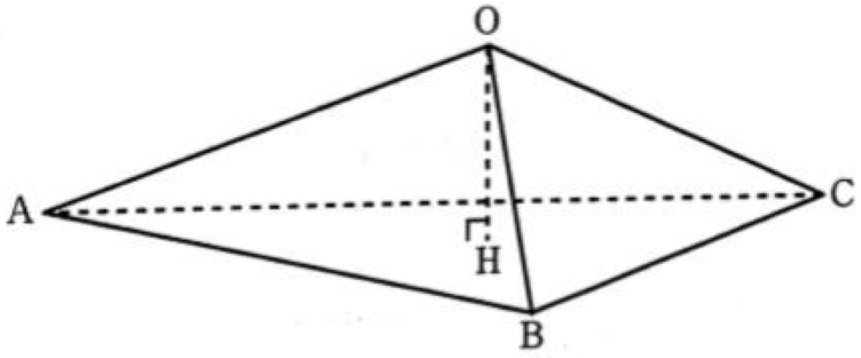


$HB=\sqrt{3}$ //

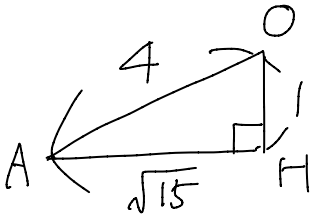
$HC=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$ //

(2) △OAH，△OBH，△OCHを，直線OHを回転の軸として１回転させてできる回転体の体積をそれぞれV㎤，W㎤，X㎤とするとき，

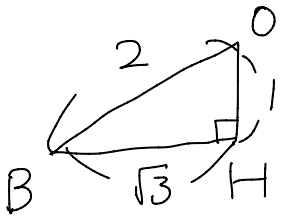
V：W：X＝ [エ][オ]：[カ]：[キ] である。



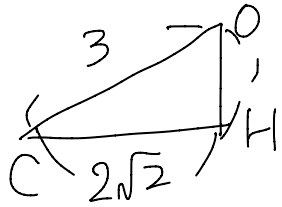
△OAH



△OBH



△OCH



体積比を求めると，

$(\sqrt{15})^2\pi\times 1\times\frac{1}{3} : (\sqrt{3})^2\pi\times 1\times\frac{1}{3} : (2\sqrt{2})^2\pi\times 1\times\frac{1}{3}$

〜〜の部分が共通なので割ると，

$(\sqrt{15})^2 : (\sqrt{3})^2 : (2\sqrt{2})^2$

$= 15 : 3 : 8$

Point

この部分に気づいていると，いきなり(底辺)^{2}の比で解けるので少し早い!?

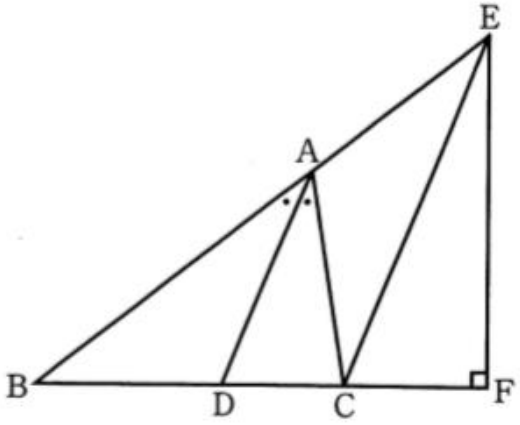
6.

図のように，△ABCに対して，∠BACの二等分線と線分BCの交点をDとする。また，点Cを通り直線ADに平行な直線と，直線ABの交点をEとする。さらに，点Eから直線BCにおろした垂線と，直線BCの交点をFとする。AB＝5cm，AC＝3cmのとき，次の問いに答えなさい。

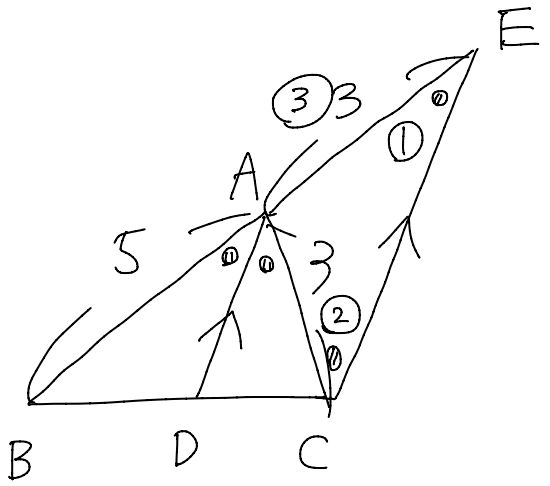
(1) BD：DC＝ ア ： イ である。

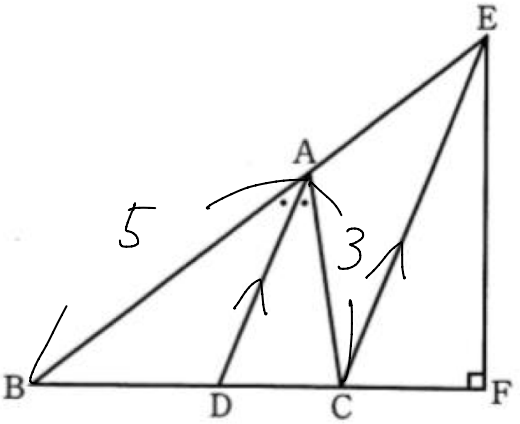
(2) ∠BAD＝30°，BC＝$\sqrt{19}$cmのとき，

EF＝$\dfrac{\boxed{ウ}\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}\boxed{カ}}}{\boxed{キ}\boxed{ク}}$cmである。



(1)





AD// EC の同位角(①)と錯角(②)はそれぞれ等しく次のようになる。

∠BAD＝∠AEC …①

∠DAC＝∠ACE …②

①，②より

∠AEC＝∠ACE となり

2つの辺が等しくなるので△ACEは AC＝AEの二等辺三角形となり，AE＝3となる。

AD// ECより同位角の辺の比は等しいので

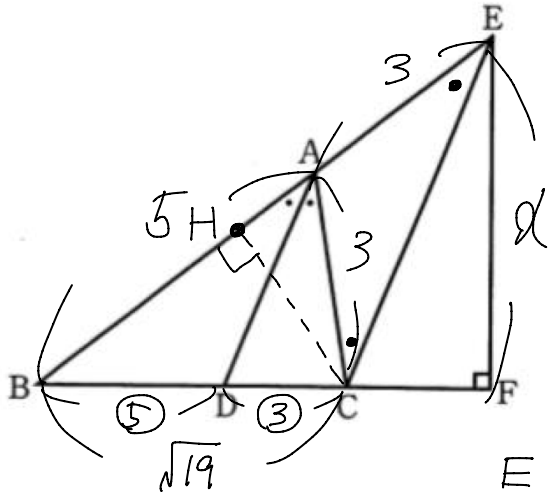
BD：DC＝BA：AE

＝5：3

(2) ∠BAD＝30°，BC＝$\sqrt{19}$cmのとき，

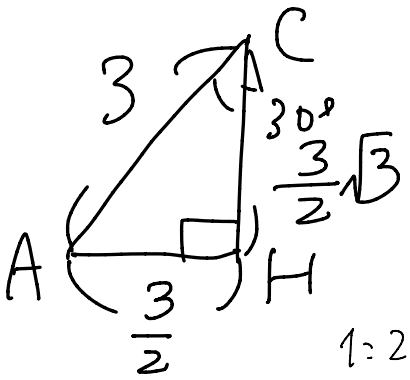
EF＝$\dfrac{\boxed{ウ}\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}\boxed{カ}}}{\boxed{キ}\boxed{ク}}$cmである。

目指すは



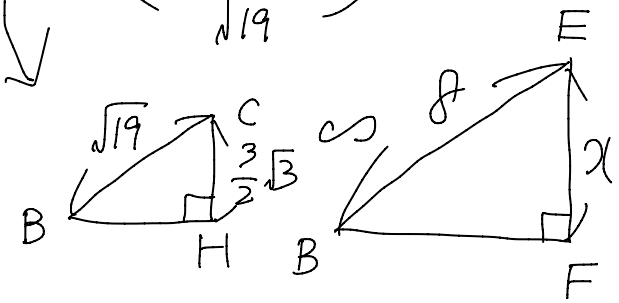
1

CからABへ垂線を引き，交点をHとすると，△ACHは30°，60°，90°の直角三角形となり



1：2：$\sqrt{3}$より長さが左のようになる。

3



よって

BC：BE＝CH：EF

$\sqrt{19}$：8＝$\frac{3}{2}\sqrt{3}$：x

$\sqrt{19}x = \frac{3}{2}\sqrt{3}\times 8$

$x = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$

$x = \frac{12\sqrt{3}\times\sqrt{19}}{\sqrt{19}\times\sqrt{19}} = \frac{12\sqrt{57}}{19}$

EF＝$\frac{12\sqrt{57}}{19}$ cm

2

△CBHと△EBFは

∠CBH＝∠EBF（共通）

∠CHB＝∠EFB＝90°

より2組の角が等しいので相似となる。