（　名 城　　）高等学校　　H（　　）数学

（１００点満点　（ 40 ）分）

１．次の問いに答えなさい。

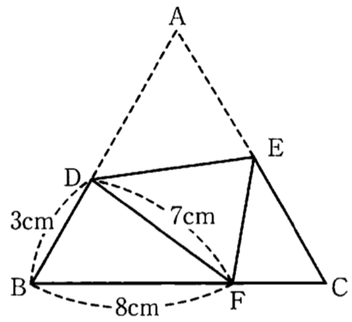
⑴　$-3^2 \div \left(-\dfrac{3}{2}\right)^2 - \left\{\dfrac{1}{3} - \left(\dfrac{1}{3} - 0.5\right) \div 0.25\right\} = \boxed{ア}\boxed{イ}$ である。

⑵　連立方程式 $\begin{cases} x : y = 1 : 2 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$ を満たす y の値は，$y = \boxed{ウ}\boxed{エ}$ である。

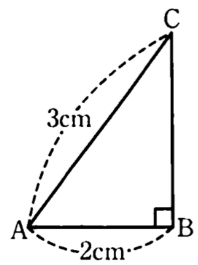
(3)　$x=\sqrt{3}+2$，$y=\sqrt{3}-2$ のとき，$x^3y-xy^3=$ $\boxed{\text{オ}}$ $\boxed{\text{カ}}$ $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(4)　$-\frac{5}{3}$より大きく$2\sqrt{10}$より小さい整数は $\boxed{\text{ク}}$ 個ある。

(5) 右の図のような正三角形ABCがある。点Aが辺BC上にくるように折り返し，折り目を線分DE，点Aが移った点をFとする。このとき，CE＝$\dfrac{\boxed{ケ}\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$㎝である。



(6) 右の図のようなAB＝２㎝，AC＝３㎝，∠B＝90°の直角三角形ABCを辺ABを軸として一回転させたときにできる立体の体積は$\dfrac{\boxed{シ}\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\pi$㎝^{3}である。



2.

連続する自然数の３乗の和を考える。このとき，次の問いに答えなさい。

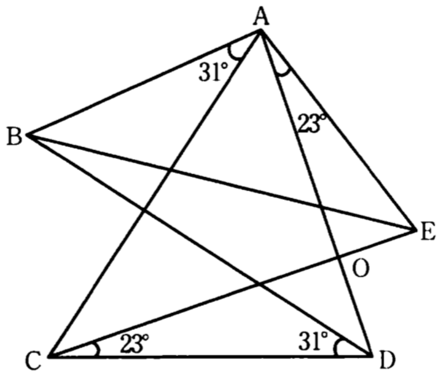
(1) $1^3+2^3=(1+2)^{\boxed{ア}}$ である。

(2) $1^3+2^3+3^3=\boxed{イ}^{\boxed{ウ}}$ である。

(3) $1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+(\boxed{エ}\boxed{オ})^3=3025$ である。

３．

右の図において，∠COD－∠CAD＝44°である。
このとき，∠CAD＋∠AEB＝ $\boxed{ア}\boxed{イ}$ °である。



4.

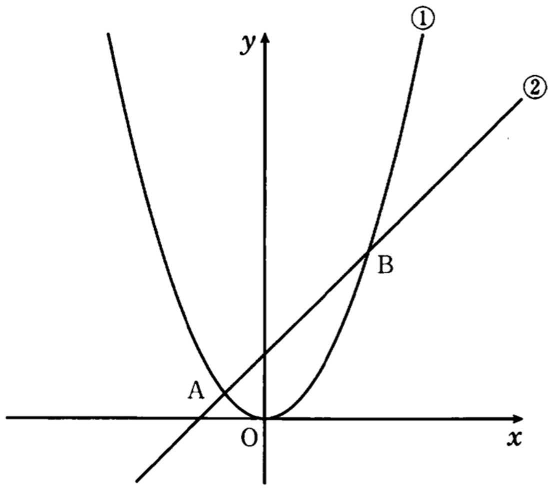
2次関数 $y = x^2$…① と1次関数 $y = x + 1$…② がある。下の図は，関数①と関数②をグラフで表したものである。また，下の図のように①と②の交点をA，Bとおく。ただし，点Aの x 座標は点Bの x 座標より小さいものとする。このとき，あとの問いに答えなさい。

(1) 点Aの x 座標は $\dfrac{\boxed{ア} - \sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$ である。

(2) △AOBの面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$ である。

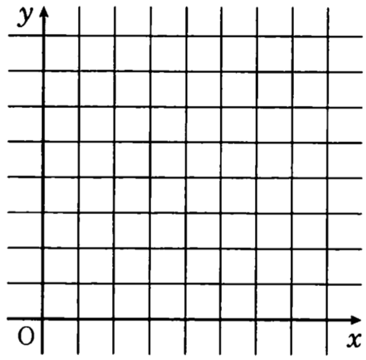
(3) 点Dを関数①のグラフ上にとる。ただし，点Dの x 座標は，点Aの x 座標よりも大きく，点Bの x 座標よりも小さいものとする。点Dの x 座標を t とおくとき，

△ADBの面積は $-\dfrac{\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}\left(t^2 - t - \boxed{ク}\right)$ である。



5.

袋の中に$\boxed{1}$～$\boxed{8}$の数字が１つずつ書かれた同じ大きさの８枚のカードが入っている。袋の中からカードを１枚取り出し，そのカードに書かれた数を a とする。次に，取り出したカードをもとに戻し，もう一度袋の中からカードを１枚取り出す。そのカードに書かれた数を b とする。４点O(０，０)，A(０，４)，P$(a,\ b)$，Q$(b,\ a)$とし，１目盛りの大きさを１cmとする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 点Pが直線 $y = x$ 上にある確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) △OAPの面積が10cm²となる確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

(3) 点Pと点Qの距離が $2\sqrt{2}$ cmとなる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}\boxed{キ}}$ である。

6.

西暦2019年２月７日に年齢を当てるクイズを次の手順で実施しました。

〈手順〉

Ⅰ　１～９までの好きな数字を１つ選んでください。

Ⅱ　選んだ数字を４倍してください。

Ⅲ　手順Ⅱで得られた数字に80を足し，100倍して４で割ってください。

Ⅳ　西暦2019年２月７日の時点で誕生日を迎えていれば，手順Ⅲで得られた数字に19を足し，迎えていなければ，18を足してください。

Ⅴ　手順Ⅳで得られた計算結果から生まれた年（西暦）を引いてください。

※ただし，クイズの対象者は，(i)計算ミスをしない (ii)０～99才とします。

このクイズについて，ＡさんとＢさんが会話をしています。会話文を読んで，次の問いに答えなさい。ただし，Ｂさんは，西暦1999年１月11日生まれであり，手順Ⅰにおいて好きな数字は“３”を選んだとします。

Ａさん：計算結果はいくつになりましたか？

Ｂさん：$\boxed{X}$ です。

Ａさん：Ｂさんは，20才ですね。

Ｂさん：正解です。Ａさんは魔法使いですか？なぜこの計算で年齢がわかるのですか？

Ａさん：魔法使いのはずはないですよね…。ちょっとだけ数学を使っただけです。

Ｂさん：どういうことですか？

Ａさん：このクイズで最初に選んだ数字をxとすれば，手順Ⅳまでの計算は，$\boxed{Y}$ と表現できます。その後，手順Ⅴの計算をすれば，すぐに年齢がわかります。

Ｂさん：まだよくわかりません。

Ａさん：$\boxed{Z}$

Ｂさん：やっとわかりました。数学ってすごいですね。こんなことなら私も高校時代にもっと数学を勉強すればよかったです。

(1)　$\boxed{X}$にあてはまる数字は $\boxed{ア}$ $\boxed{イ}$ $\boxed{ウ}$ である。

(2) $\boxed{Y}$と$\boxed{Z}$にあてはまる文章の組み合わせとして適切なものを下の【選択肢】①～⑨の中から，最も適当なものを選び，$\boxed{\text{エ}}$ にマークしなさい。

〔$\boxed{Y}$〕 a　$100x-2019$ または，$100x-2018$

b　$25x+2019$ または，$25x+2018$

c　$100x+2019$ または，$100x+2018$

〔$\boxed{Z}$〕 d　xの値にかかわらず，手順Ⅳの計算結果は2319または，2318になります。すなわち，手順Ⅴの計算結果から300を引くことにより年齢がわかります。

e　xの値は，手順Ⅳの計算結果の下２桁に影響を与えません。すなわち，手順Ⅳの計算結果の下２桁はxの値にかかわらず，19または18になるため，手順Ⅴの計算結果の下２桁を確認することにより年齢がわかります。

f　xの値は，手順Ⅳの計算結果の百の位と十の位に影響を与えます。すなわち，xの値にかかわらず，手順Ⅴの計算結果から25の倍数を引くことにより年齢がわかります。

【選択肢】

	Y	Z
①	a	d
②	a	e
③	a	f
④	b	d
⑤	b	e
⑥	b	f
⑦	c	d
⑧	c	e
⑨	c	f

(名 城)高等学校　H(31)数学
= R1

（１００点満点　（ 40 ）分）

1．次の問いに答えなさい。

---

(1) $-3^2 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left\{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3} - 0.5\right) \div 0.25\right\} = \boxed{ア}\,\boxed{イ}$ である。

$$= -9 \times \frac{4}{9} - \left\{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \times 4\right\}$$

$$= -4 - \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3} + 2\right)$$

$$= -4 - 1$$

$$= \underline{-5}\ /\!/$$

Point

名城は(1)から複雑な計算が出題されるが、テクニックよりは、小数の工夫をよく用いる。

例 $0.25 = \frac{1}{4}$

$0.75 = \frac{3}{4}$　など

(2) 連立方程式 $\begin{cases} x : y = 1 : 2 & \cdots ① \\ 3x - 2y = -5 & \cdots ② \end{cases}$ を満たす y の値は, $y = \boxed{ウ}\,\boxed{エ}$ である。

①より　$y = 2x$ を ②に代入

$$3x - 2 \times 2x = -5$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

$x = 5$ を $y = 2x$ に代入し, $\underline{y = 10}\ /\!/$

重要

代入法・加減法 どちらでも
素早く解けるようにしておこう!

(3) $x=\sqrt{3}+2$, $y=\sqrt{3}-2$ のとき, $x^3y-xy^3=$ $\boxed{\text{オ}}\,\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

$$x^3y-xy^3 = xy(x^2-y^2)$$
$$= xy(x+y)(x-y)$$

x, yの式を代入

$$(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)\{\underbrace{(\sqrt{3}+2)+(\sqrt{3}-2)}_{=2\sqrt{3}}\}\{\underbrace{(\sqrt{3}+2)-(\sqrt{3}-2)}_{=4}\}$$
$$=(3-4)$$
$$=-1\times 2\sqrt{3}\times 4$$
$$=-8\sqrt{3}$$ //

Point

対称式 は 式を整理 すると、基本対称式 となり
$(x+y,\ xy)$
計算が早くなる。

(4) $-\frac{5}{3}$より大きく$2\sqrt{10}$より小さい整数は $\boxed{\text{ク}}$ 個ある。

①
$$2\sqrt{10}=\sqrt{2^2\times 10}$$
$$=\sqrt{40}$$

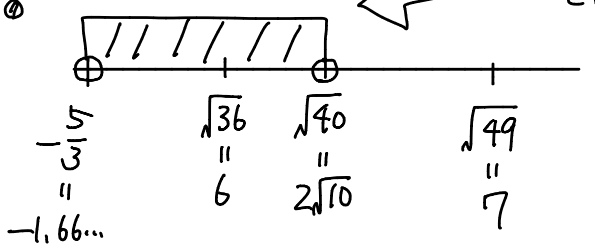
$$\underset{\underset{6}{\shortparallel}}{\sqrt{36}} < \underset{\underset{2\sqrt{10}}{\shortparallel}}{\sqrt{40}} < \underset{\underset{7}{\shortparallel}}{\sqrt{49}}$$

Point

$\sqrt{40}$ を整数で はさみこむ!

②

この範囲が答。



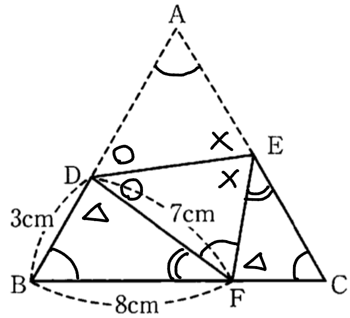
$-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

の 8個 //

Point

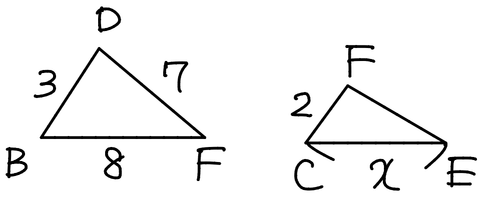
大小関係 の問題は
「 数直線 」を
かくと、正確に答え
られる!

(5)　右の図のような正三角形ABCがある。点Aが辺BC上にくるように折り返し，折り目を線分DE，点Aが移った点をFとする。このとき，CE=$\dfrac{\boxed{ケ}\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$cmである。



◎ 正三角形なので $\angle A = \angle B = \angle C$
$= \angle DFE$

◎ △DBFで外角の性質より
$\angle DBF + \angle BDF = \angle DFC$ なので
$\angle BDF = \angle EFC$ となる。(△)
よって $\angle BFD = \angle CEF$ で
△DBF ∽ △FCE

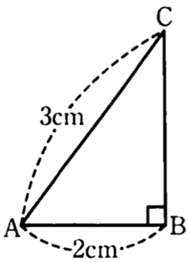


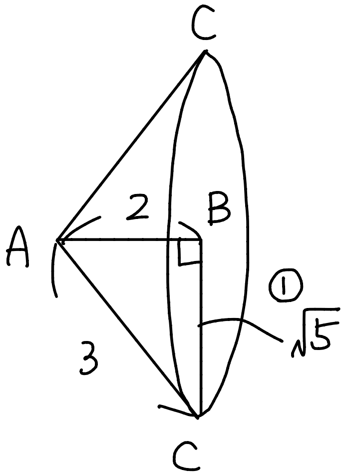
◎ △ADEは△DBFの折り返す前なので
AD = DF = 7cm となり AB = BC = 10cm で
FC = 2cm とわかる。

DB : FC = BF : CE
$3 : 2 = 8 : x$
$3x = 16$
$x = \dfrac{16}{3}$

$CE = \dfrac{16}{3}$ cm //

(6)　右の図のようなAB= 2 cm，AC= 3 cm，∠B =90° の直角三角形ABCを辺ABを軸として一回転させたときにできる立体の体積は$\dfrac{\boxed{シ}\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$π cm³である。





① △ABCで三平方の定理を用いて，$BC = \sqrt{3^2 - 2^2}$
$BC = \sqrt{5}$

② 円錐の体積 $= \pi \times (BC)^2 \times AB \times \dfrac{1}{3}$
$= \pi \times 5 \times 2 \times \dfrac{1}{3}$
$= \dfrac{10}{3}\pi$ (cm³) //

図に表すと
式を立てやすい6

2.

連続する自然数の３乗の和を考える。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $1^3+2^3=(1+2)^{\boxed{ア}}$ である。

(2) $1^3+2^3+3^3=\boxed{イ}^{\boxed{ウ}}$ である。

(3) $1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+(\boxed{エ}\,\boxed{オ})^3=3025$ である。

(1) $1^3+2^3=1+8=9=(1+2)^2$

ア…2

(2) $1^3+2^3+3^3=1+8+27=36=(1+2+3)^2=6^2$

イ…6，ウ…2

あえて36から6^2にとばなかったのは、
「規則性」を見つけるため。
(1)の利用。

(3) (1)，(2)で最終的な値は$\bigcirc^2$となっているので

$3025=\bigcirc^2$ を見つけるため素因数分解する。

$$
\begin{array}{r|l}
5 & 3025 \\
5 & 605 \\
11 & 121 \\
 & 11
\end{array}
\quad = 55^2
$$

よって $(1+2+\cdots+\square)^2=55^2$ なので

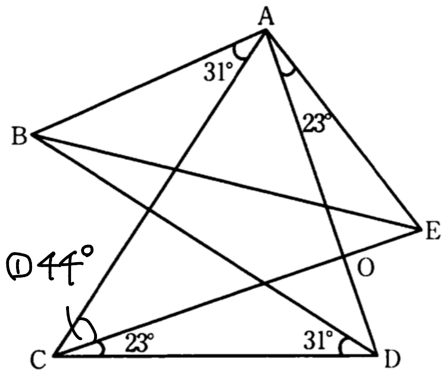
$1+2+\cdots+\square=55$ となる $\square$ を見つける。

◎ 和が55なら1から順に足していってもあまり時間がかからず $\square=10$ にたどりつく。

エ…1，オ…0

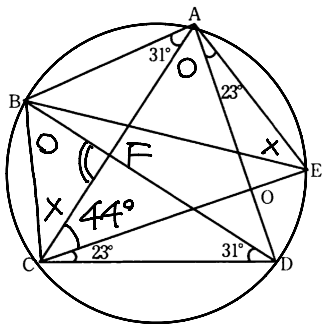
3.

右の図において，∠COD−∠CAD=44° である。
このとき，∠CAD+∠AEB= $\boxed{ア}$ $\boxed{イ}$ °である。



① 仮定 ∠COD−∠CAD=44°
より △AOCで外角の性質
を用いると，∠COD=∠CAD+44°
となり ∠ACO=44° となる。

② ∠BAC=∠CAB=31° なので
2つの角は $\overset{\frown}{BC}$ の円周角とわかる。
∠EAD=∠DCE も考えると，
点 A，B，C，D，E は 同一円周上
にある。



Goal は，○+×の大きさ

円周角の定理より
∠CBD=∠CAD=○
∠BCA=∠BEA=×
∠BFC=44°+23°+31°
=98°
△BFCの内角の和は180°より
∴ 180°−98°=82°

Point

和を求める問題の場合
○と× それぞれは，
求まらない と考えて
進めよう！

4.

2次関数 $y=x^2$…① と1次関数 $y=x+1$…② がある。下の図は，関数①と関数②をグラフで表したものである。また，下の図のように①と②の交点をA，Bとおく。ただし，点Aの x 座標は点Bの x 座標より小さいものとする。このとき，あとの問いに答えなさい。

(1) 点Aの x 座標は $\dfrac{\boxed{ア}-\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$ である。

(2) △AOBの面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$ である。

(3) 点Dを関数①のグラフ上にとる。ただし，点Dの x 座標は，点Aの x 座標よりも大きく，点Bの x 座標よりも小さいものとする。点Dの x 座標を t とおくとき，
△ADBの面積は $-\dfrac{\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}(t^2-t-\boxed{ク})$ である。

(1) $\begin{cases} y=x^2 & \cdots ① \\ y=x+1 & \cdots ② \end{cases}$ ↓代入

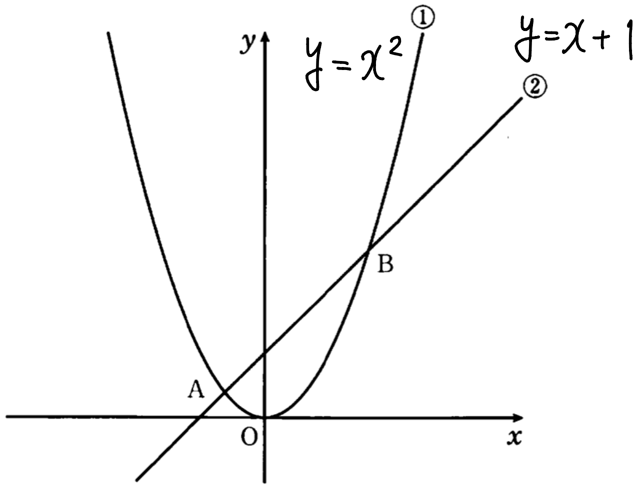
$x^2=x+1$

$x^2-x-1=0$

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

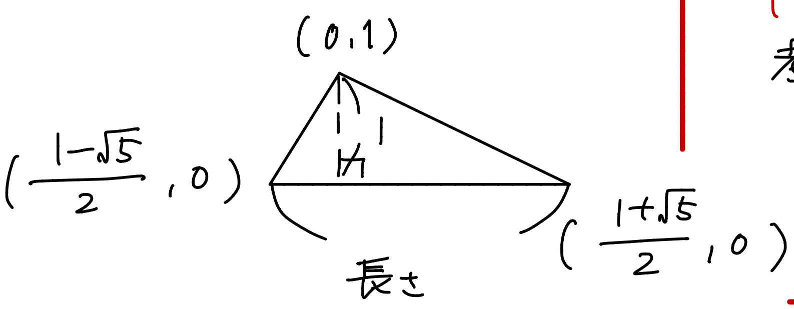
Aのx座標は負なので

$\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ //



面積を求める流れは，
よく出題されるので
いろいろな方法で
考えられるようにして
おくと，解くスピード
が上がる！

(2) 等積変形すると ↓

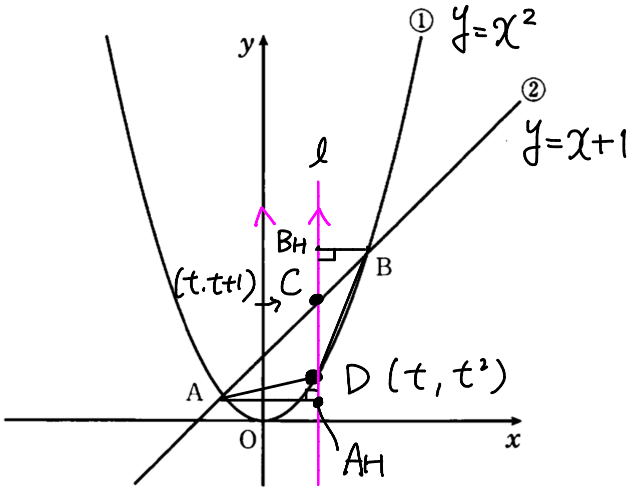


$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}-\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

∴ 面積 $=\sqrt{5}\times1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ //

(3) 点Dを関数①のグラフ上にとる。ただし，点Dの x 座標は，点Aの x 座標よりも大きく，点Bの x 座標よりも小さいものとする。点Dの x 座標を t とおくとき，

△ADBの面積は $-\dfrac{\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}(t^2-t-\boxed{ク})$ である。



・y軸と平行でDを通る直線 ℓ と ② $y=x+1$ との交点をCとすると，C $(t, t+1)$ となる。

△ADB = △ADC + △BDC

・A，Bから ℓ への垂線との交点を A_H，B_H とすると，

AA_H = △ADCの高さ
BB_H = △BDCの高さ
となる。

・$\triangle ADB = \triangle ADC + \triangle BDC$

$= CD \times AA_H \times \frac{1}{2} + CD \times BB_H \times \frac{1}{2}$ ← 重要

$= \frac{1}{2} \times CD \times (AA_H + BB_H)$

($AA_H + BB_H$ … AとBの x 座標の差 $= \sqrt{5}$
CD … B_H と A_H の y 座標の差 $= t+1-t^2$)

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times (t+1-t^2)$

$= -\frac{\sqrt{5}}{2}t^2 + \frac{\sqrt{5}}{2}t + \frac{\sqrt{5}}{2}$

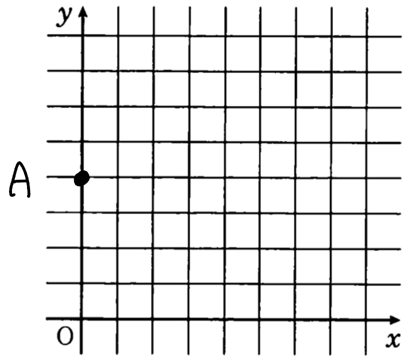
$= -\frac{\sqrt{5}}{2}(t^2-t-1)$ //

Point

重要 のところで AA_H，BB_H を求めていると，とても時間がかかる…。

5.

袋の中に$\boxed{1}$〜$\boxed{8}$の数字が１つずつ書かれた同じ大きさの８枚のカードが入っている。袋の中からカードを１枚取り出し，そのカードに書かれた数を a とする。次に，取り出したカードをもとに戻し，もう一度袋の中からカードを１枚取り出す。そのカードに書かれた数を b とする。４点O（０，０），A（０，４），P(a, b)，Q(b, a)とし，１目盛りの大きさを１㎝とする。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴ 点Pが直線 $y = x$ 上にある確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

⑵ △OAPの面積が10㎠となる確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

⑶ 点Pと点Qの距離が $2\sqrt{2}$ ㎝となる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}\boxed{キ}}$ である。

(1) P(a,b) が $y=x$上 なので $a=b$ の場合 (1,1)〜(8,8) の8通り

a,bの出方は $8\times8=64$通り で $\dfrac{8}{64}=\dfrac{1}{8}$ //

(2) △OAP = OA × (Pからy軸とのキョリ) × $\dfrac{1}{2}$

$10 = 4 \times$ (Pキョリ) $\times \dfrac{1}{2}$

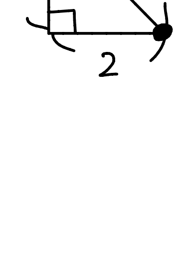
Pキョリ = 5

Pからy軸とのキョリが 5 ⟶ $x=5$ のグラフ上の点なので

(1,5)〜(8,5) の8通り。

∴ $\dfrac{8}{64}=\dfrac{1}{6}$ //

(3)



この位置関係は，「x座標・y座標の差が2」

(a,b) = (1,3)(2,4) … (6,8) (6通り)

(8,6)(7,5) … (3,1) (6通り)

∴ $\dfrac{12}{64}=\dfrac{3}{16}$ //

6.

西暦2019年２月７日に年齢を当てるクイズを次の手順で実施しました。

〈手順〉

Ⅰ　１～９までの好きな数字を１つ選んでください。
Ⅱ　選んだ数字を４倍してください。
Ⅲ　手順Ⅱで得られた数字に80を足し，100倍して４で割ってください。
Ⅳ　西暦2019年２月７日の時点で誕生日を迎えていれば，手順Ⅲで得られた数字に19を足し，迎えていなければ，18を足してください。
Ⅴ　手順Ⅳで得られた計算結果から生まれた年（西暦）を引いてください。
※ただし，クイズの対象者は，(i)計算ミスをしない (ii)0～99才とします。

このクイズについて，ＡさんとＢさんが会話をしています。会話文を読んで，次の問いに答えなさい。ただし，Ｂさんは，西暦1999年１月11日生まれであり，手順Ⅰにおいて好きな数字は“３”を選んだとします。

Aさん：計算結果はいくつになりましたか？

Bさん：$\boxed{\text{X}}$ です。

Aさん：Ｂさんは，20才ですね。

Bさん：正解です。Ａさんは魔法使いですか？
なぜこの計算で年齢がわかるのですか？

Aさん：魔法使いのはずはないですよね…。
ちょっとだけ数学を使っただけです。

Bさん：どういうことですか？

Aさん：このクイズで最初に選んだ数字をxとすれば，手順Ⅳまでの計算は，$\boxed{\text{Y}}$ と表現できます。その後，手順Ⅴの計算をすれば，すぐに年齢がわかります。

Bさん：まだよくわかりません。

Aさん：$\boxed{\text{Z}}$

Bさん：やっとわかりました。数学ってすごいですね。こんなことなら私も高校時代にもっと数学を勉強すればよかったです。

(1) $\boxed{\text{X}}$にあてはまる数字は $\boxed{ア}\boxed{イ}\boxed{ウ}$ である。

Ⅰ：3
Ⅱ：$3 \times 4 = 12$
Ⅲ：$(12 + 80) \times 100 \div 4 = 2300$
Ⅳ：1/11 生まれなので　$2300 + 19 = 2319$
Ⅴ：$2319 - 1999 = 320$　　$\therefore X = 320$ //

(2) Yと Zにあてはまる文章の組み合わせとして適切なものを下の【選択肢】①～⑨の中から，最も適当なものを選び，$\boxed{エ}$ にマークしなさい。

〔Y〕 a　$100x-2019$ または，$100x-2018$

b　$25x+2019$ または，$25x+2018$

c　$100x+2019$ または，$100x+2018$

〔Z〕 d　xの値にかかわらず，手順Ⅳの計算結果は2319または，2318になります。すなわち，手順Ⅴの計算結果から300を引くことにより年齢がわかります。

e　xの値は，手順Ⅳの計算結果の下２桁に影響を与えません。すなわち，手順Ⅳの計算結果の下２桁はxの値にかかわらず，19または18になるため，手順Ⅴの計算結果の下２桁を確認することにより年齢がわかります。

f　xの値は，手順Ⅳの計算結果の百の位と十の位に影響を与えます。すなわち，xの値にかかわらず，手順Ⅴの計算結果から25の倍数を引くことにより年齢がわかります。

【選択肢】

	Y	Z
①	a	d
②	a	e
③	a	f
④	b	d
⑤	b	e
⑥	b	f
⑦	c	d
⑧	c	e
⑨	c	f

$\boxed{Y}$ 選んだ数を x とすると、

Ⅲで $(4x+80)\times100\div4 = 100x+2000$

$100x+2000+19 = 100x+2019$

$100x+2000+18 = 100x+2018$　} c

$\boxed{Z}$ xの値にかかわらず 下2桁は 19 または 18。　e

よって Yがc，Zがe の ⑧

問題文が長い問題は、
意外と難しくないので
取りに行きたい！