

高校入試過去問(名城) (R4)年数学

(100点満点(40)分)

1.

(1) $(2022 - 2) \div 2022 \times \frac{3 \times (333 + 4)}{5 \times (200 + 2)} = \boxed{\text{ア}}$ である。

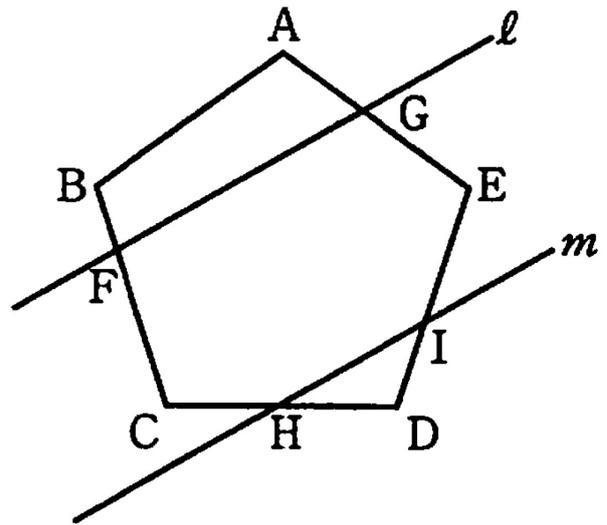
(2) $-\sqrt{3^2} + (\sqrt{3})^2 - (-\sqrt{3})^2 + \sqrt{3^2} - \sqrt{(-3)^2} = \boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) $\sqrt{\frac{6(337-1)}{n}}$ が整数となるような自然数 n の中で2番目に小さい値は、 $n = \boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}$

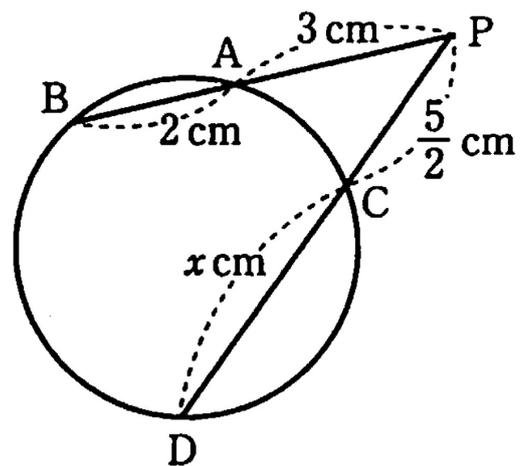
である。

(4) 二次方程式 $2(x+1)^2 = 2x+5$ の解は、 $x = \frac{\text{カ} \text{キ} \pm \sqrt{\text{ク}}}{\text{ケ}}$ である。

(5) 次のページの図のように、平行な直線 ℓ , m が正五角形 $ABCDE$ と 4 点 F , G , H , I で交わっている。 $\angle CHI = 157^\circ$ であるとき、 $\angle AGF = \text{コ} \text{サ}^\circ$ である。



(6) 右の図において、 $x = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ cmである。

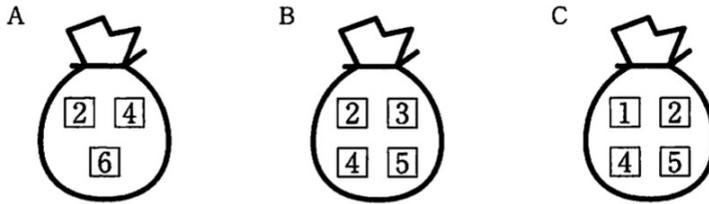


下の図のような3つの袋A, B, Cがある。袋Aの中には, ②, ④, ⑥と書かれたカードが1枚ずつ, 袋Bの中には, ②, ③, ④, ⑤と書かれたカードが1枚ずつ, 袋Cの中には, ①, ②, ④, ⑤と書かれたカードが1枚ずつ入っている。一郎さんは袋Aから, 二郎さんは袋Bから, 三郎さんは袋Cから同時にそれぞれ1枚ずつカードを取り出し, 3人が取り出したカードに書かれている数の大きさを比べるゲームを以下の【ルール】に従って行う。

【ルール】

- ・最も大きいカードを取り出した人が1人だけの場合, その人を勝者とする。
- ・最も大きいカードを取り出した人が2人だけの場合, その2人を勝者とする。
- ・3人とも同じ大きさのカードを取り出した場合, 引き分けとする。

次の問いに答えなさい。ただし, 袋A, B, Cそれぞれについて, 袋の中からのどのカードが取り出されることも同様に確からしいとする。



- (1) 勝負が引き分けとなる確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ} + \text{ウ}}$ である。
- (2) 一郎さんが勝者となる確率は $\frac{\text{エ} + \text{オ}}{\text{カ} + \text{キ}}$ である。

3.

二次関数 $y = ax^2$ ……(I), 一次関数 $y = bx$ ……(II) と $y = -bx + c$ ……(III) についてタブレットのグラフ表示アプリを用いて考察している。このアプリでは, 図1の画面上の **A**, **B**, **C** にそれぞれ係数 a, b, c の値を入力すると, その値に応じたグラフが表示される。さらに, **A**, **B**, **C** それぞれの下にある●を左に動かすと係数の値が減少し, 右に動かすと係数の値が増加するようになっており, 値の変化に応じて (I) ~ (III) の関数のグラフが座標平面上を動く仕組みになっている。次の問いに答えなさい。

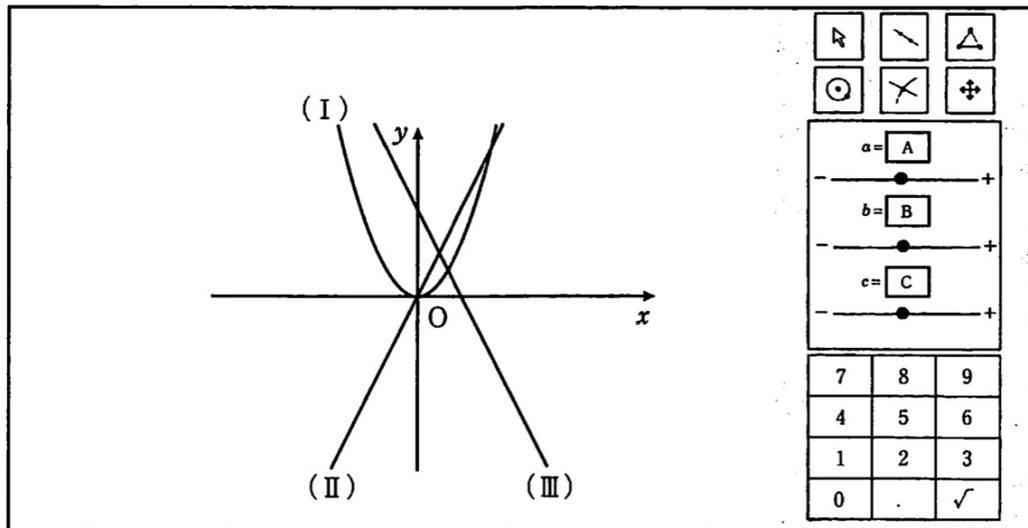
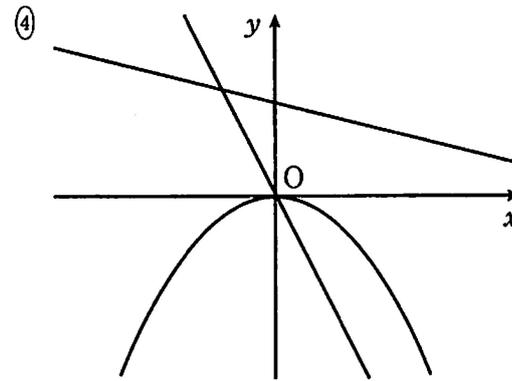
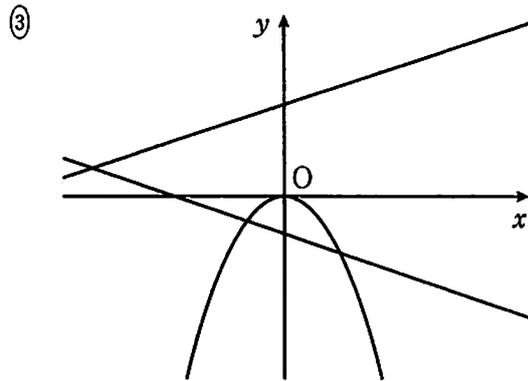
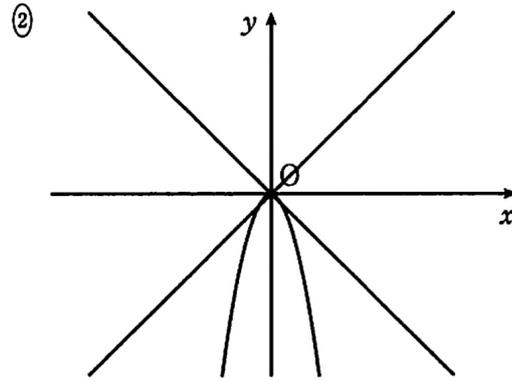
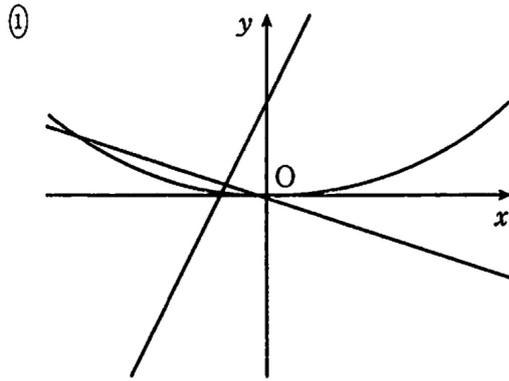


図1：グラフ表示アプリの画面

(1) $a = -2, b = 5, c = -3$ のとき, (I) と (III) の交点の座標は,

(,) , (,) である。

(2) 図1の状態から、 a の値を減少させ、 b の値を減少させ、 c の値を変化させないとき、(I) ~ (III)の関数のグラフの位置関係が正しく書かれているのは①~④のうち である。



(3) $a > 0, b > 0, c > 0$ とする。前のページの図1の , , のそれぞれ下にある ●を左右に動かしていると、(I) ~ (III) の関数のグラフが1点で交わった。以下の(あ)~(か)のうち、グラフが1点で交わる a, b, c の値の組み合わせとして正しいものをすべて選ぶと 通りである。

(あ) $a = 2, b = 2, c = 4$ (い) $a = 6, b = 3, c = 3$ (う) $a = 4, b = 1, c = \frac{1}{2}$

(え) $a = 1, b = 2, c = 3$ (お) $a = 8, b = 4, c = 4$ (か) $a = 5, b = 3, c = 2$

図1は、頂点をOとする高さが16cm、体積が $270\pi\text{cm}^3$ の円すいである。次の問いに答えなさい。

(1) 底面の円の半径は、 $\frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ cmである。

(2) 図1の母線OAを3等分する点P, Qを図2のようにとる。この円すいを点Pを通る底面に平行な面、点Qを通る底面に平行な面でそれぞれ切り分けた3つの立体を体積の小さい順にX, Y, Zとする。このとき、X, Y, Zの体積比は、

X : Y : Z = $\boxed{\text{オ}}$: $\boxed{\text{カ}}$: $\boxed{\text{キ}}$ $\boxed{\text{ク}}$ である。

(3) (2)のとき、立体Yの体積は $\boxed{\text{ケ}}$ $\boxed{\text{コ}}$ πcm^3 である。

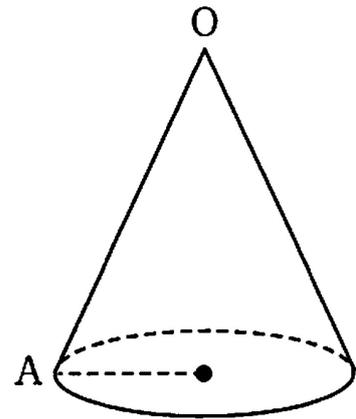


図1

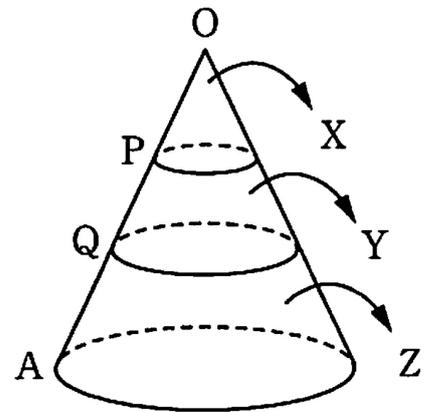


図2

5.

$AB = \frac{17}{2}$ cm, $BC = 14$ cm, $CD = 7$ cm, $DA = 8$ cm, $AD \parallel BC$ であるよ

うな台形ABCDがある。線分ABの中点をM, 線分CD上に点Nをとる。次の問いに答えなさい。

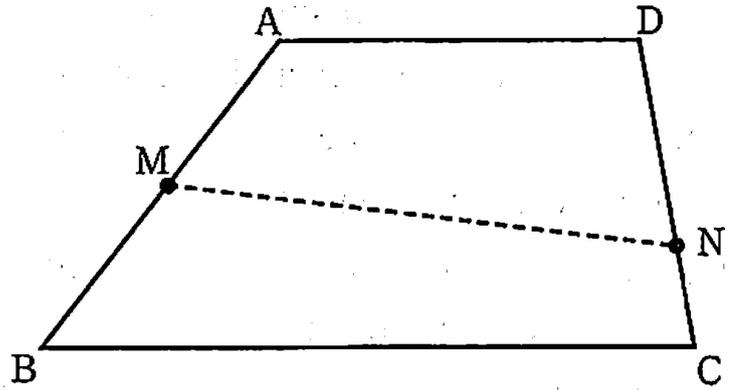
(1) 線分MNが線分ADと平行になるとき, $MN = \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}$ cmである。

(2) 四角形AMNDの周の長さと同角形MBCNの周の長さが等しくなるように点Nを定めたとき,

$ND = \frac{\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ cmである。

(3) 四角形AMNDの面積と同角形MBCNの面積が等しくなるように点Nを定めたとき,

$ND = \frac{\boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}}$ cmである。



(4) 二次方程式 $2(x+1)^2 = 2x+5$ の解は、 $x = \frac{\text{カ} \text{キ} \pm \sqrt{\text{ク}}}{\text{ケ}}$ である。

$$2(x^2 + 2x + 1) = 2x + 5$$

$$2x^2 + 4x + 2 = 2x + 5$$

$$2x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{4}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2} //$$

(5) 次のページの図のように、平行な直線 l, m が正五角形 $ABCDE$ と 4 点 F, G, H, I で交わっている。 $\angle CHI = 157^\circ$ であるとき、 $\angle AGF = \text{コ} \text{サ}^\circ$ である。

① AE と HI の延長線の交点を J とすると、 $l \parallel m$ の同位角は等しいので、 $\angle EJI = \alpha$ 。

② 正五角形の 1 つの内角は

$$\frac{180^\circ(5-2)}{5} = 108^\circ$$

1 つの外角は $180 - 108 = 72^\circ$

なので

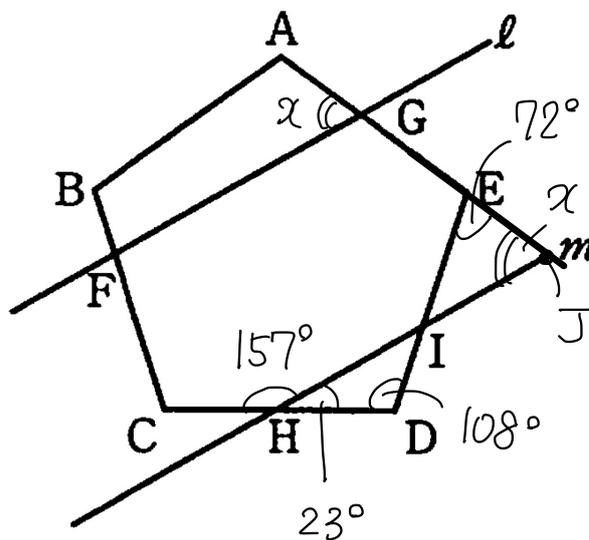
$$\angle IEJ = 72^\circ, \angle HDI = 108^\circ$$

③ $\triangle EIJ$ と $\triangle HID$ の外角 $\angle EIJ$ は等しいので

$$72^\circ + \alpha = 23^\circ + 108^\circ$$

$$\alpha = 59^\circ$$

$$\angle AGF = 59^\circ //$$



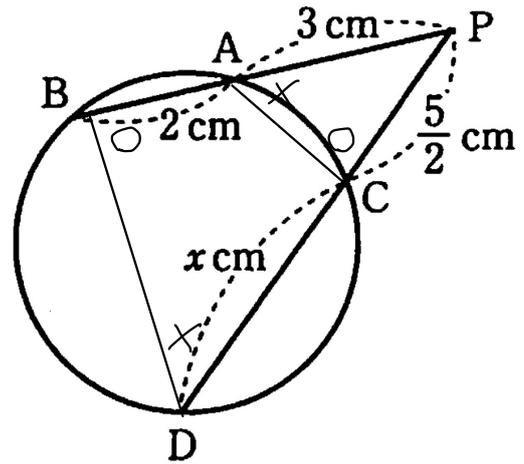
• 平行線 \rightarrow 同位角・錯角が等しい。

• 正 n 角形 \rightarrow 1 つの内角 $\frac{180(n-2)}{n}$

など「キーワード」によつて

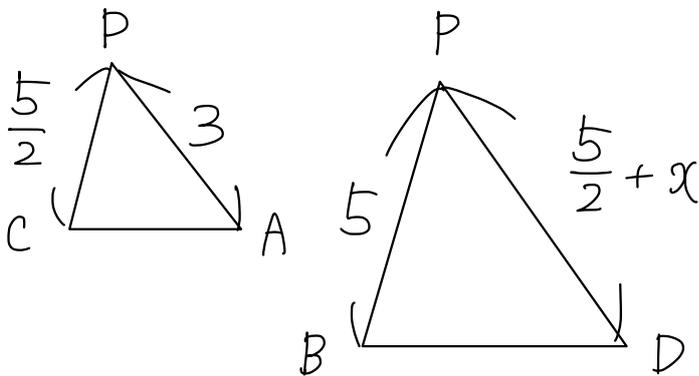
よく使う知識は不可欠!

(6) 右の図において、 $x = \frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ cmである。



① AC, BD を引くと、
 内接四角形 ABCD の
 対角の和が 180° なので
 $\angle ABD + \angle ACD = 180^\circ$
 - 直線は 180° なので
 $\angle ACP + \angle ACD = 180^\circ$
 $\therefore \angle ABD = \angle ACP \dots \text{〇}$

② 同様にして、 $\angle BDC = \angle PAC \dots \times$
 よって $\triangle ACP \sim \triangle DBP$



対応する辺の比は
 等しいので

$$\frac{5}{2} : 5 = 3 : \frac{5}{2} + x$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{\times 2 \text{ 倍のび}} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{\text{こっちは } 2 \text{ 倍}}$

$$\frac{5}{2} + x = 6$$

$$x = \frac{7}{2} //$$



手がつけられない状況になったら
 「補助線」や「子割」
 で進めることもある！

↓

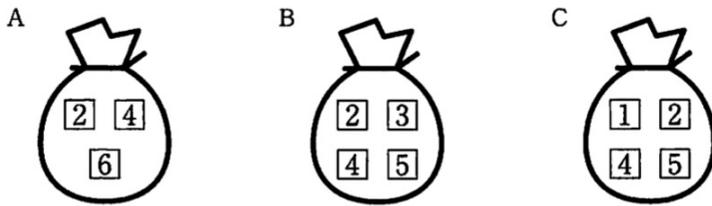
三平方が使えないなら
 相似比 かな？

正しい道は、カンで歩いてOK!!

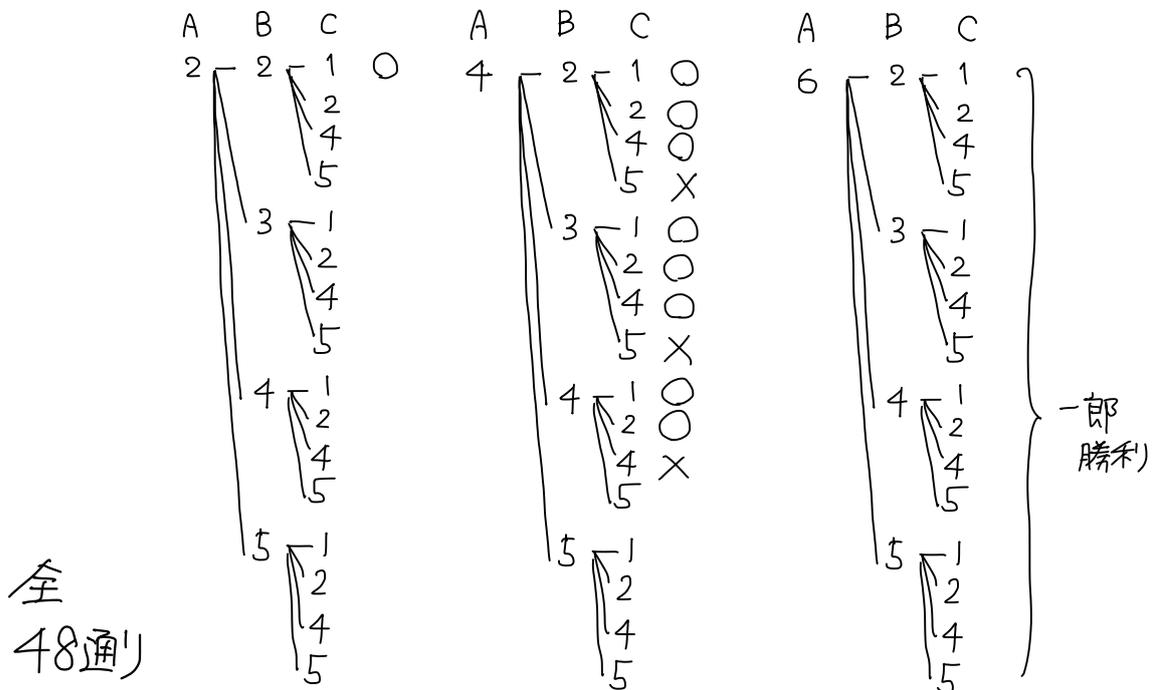
下の図のような3つの袋A, B, Cがある。袋Aの中には, ②, ④, ⑥と書かれたカードが1枚ずつ, 袋Bの中には, ②, ③, ④, ⑤と書かれたカードが1枚ずつ, 袋Cの中には, ①, ②, ④, ⑤と書かれたカードが1枚ずつ入っている。一郎さんは袋Aから, 二郎さんは袋Bから, 三郎さんは袋Cから同時にそれぞれ1枚ずつカードを取り出し, 3人が取り出したカードに書かれている数の大きさを比べるゲームを以下の【ルール】に従って行う。

- 【ルール】
- ・最も大きいカードを取り出した人が1人だけの場合, その人を勝者とする。
 - ・最も大きいカードを取り出した人が2人だけの場合, その2人を勝者とする。
 - ・3人とも同じ大きさのカードを取り出した場合, 引き分けとする。

次の問いに答えなさい。ただし, 袋A, B, Cそれぞれについて, 袋の中からのどのカードが取り出されることも同様に確からしいとする。



- (1) 勝負が引き分けとなる確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ} + \text{ウ}}$ である。
- (2) 一郎さんが勝者となる確率は $\frac{\text{エ} + \text{オ}}{\text{カ} + \text{キ}}$ である。



- (1) 引き分けは, 3人ともが同じカードなので
 $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$ の2通り
- (2) Oの数
 $1 + 8 + 16 = 25$
 $\frac{25}{48}$

二次関数 $y = ax^2 \dots\dots (I)$ 、一次関数 $y = bx \dots\dots (II)$ と $y = -bx + c \dots\dots (III)$ についてタブレットのグラフ表示アプリを用いて考察している。このアプリでは、図1の画面上の **A**、**B**、**C** にそれぞれ係数 a 、 b 、 c の値を入力すると、その値に応じたグラフが表示される。さらに、**A**、**B**、**C** それぞれの下にある●を左に動かすと係数の値が減少し、右に動かすと係数の値が増加するようになっており、値の変化に応じて (I) ~ (III) の関数のグラフが座標平面上を動く仕組みになっている。次の問いに答えなさい。

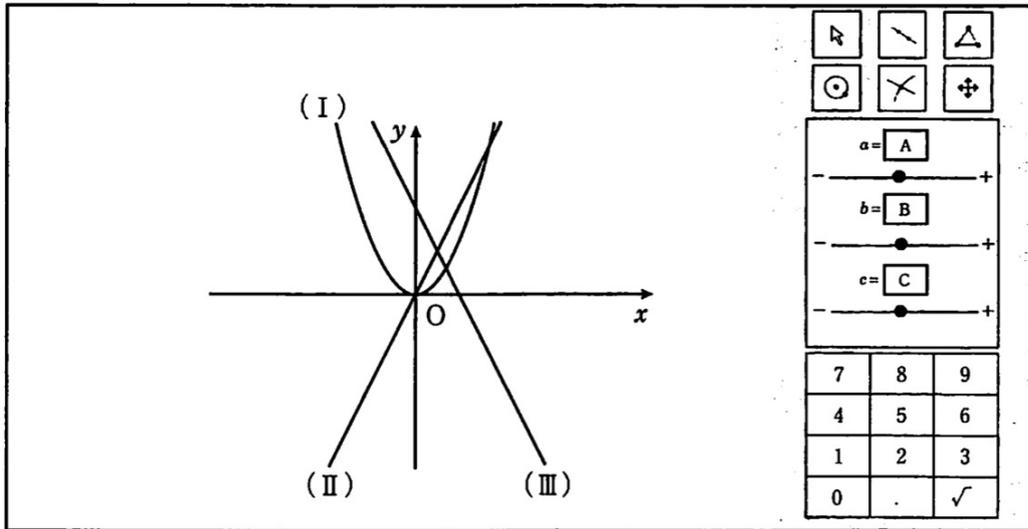


図1：グラフ表示アプリの画面

(1) $a = -2$ 、 $b = 5$ 、 $c = -3$ のとき、(I) と (III) の交点の座標は、

(,) , (,) である。

$$(I) \quad y = -2x^2$$

$$(II) \quad y = 5x$$

$$(III) \quad y = -5x - 3$$

(I) と (III) の交点なので連立方程式を解く。

$$\begin{cases} y = -2x^2 \\ y = -5x - 3 \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 2 \times (-3)}}{4}$$

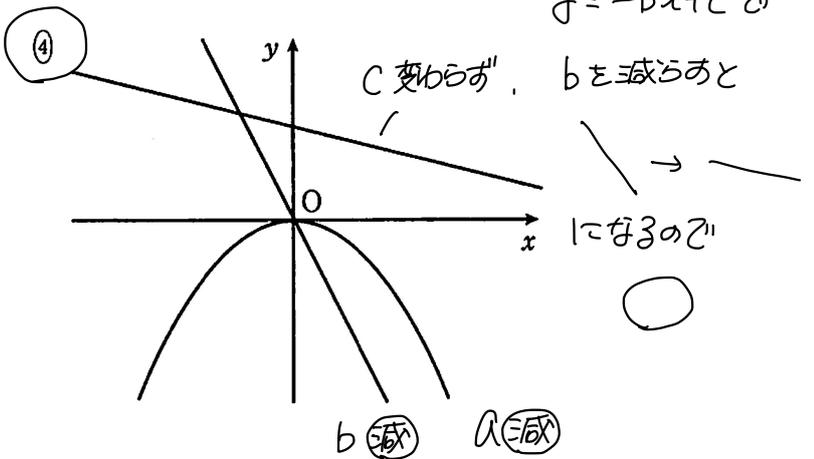
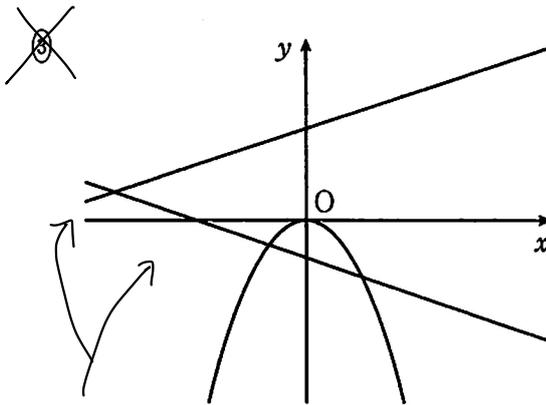
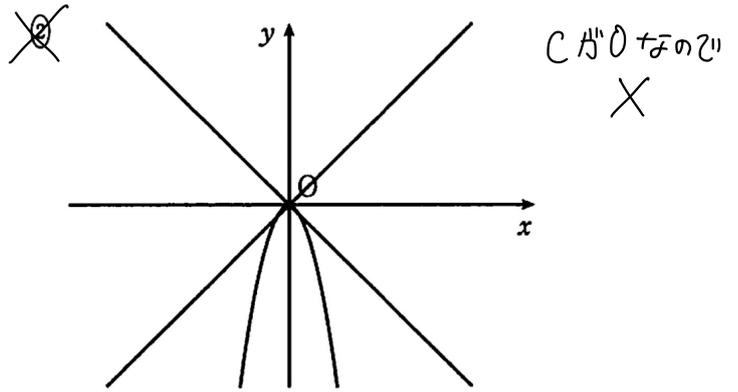
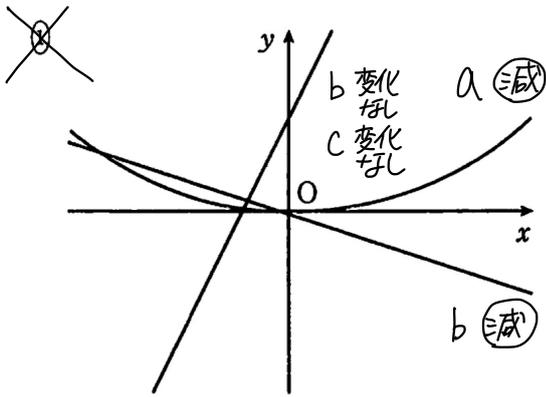
$$= \frac{5 \pm 7}{4} = -\frac{1}{2}, 3$$

$$\bullet \quad x = -\frac{1}{2} \text{ のとき } y = -2x^2 = -\frac{1}{2}$$

$$\bullet \quad x = 3 \text{ のとき } y = -2x^2 = -18$$

$$\underline{\underline{\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \quad (3, -18)}}$$

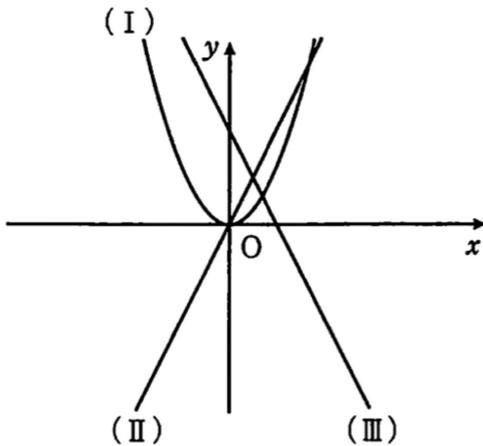
(2) 図1の状態から、 a の値を減少させ、 b の値を減少させ、 c の値を変化させないとき、(I) ~ (III)の関数のグラフの位置関係が正しく書かれているのは①~④のうち サ である。



(I) $y = ax^2$, (II) $y = bx$, (III) $y = -bx + c$

(3) $a > 0, b > 0, c > 0$ とする。前のページの図1の **A**, **B**, **C** のそれぞれ下にある ●を左右に動かしていると、(I) ~ (III) の関数のグラフが1点で交わった。以下の(あ)~(か)のうち、グラフが1点で交わる a, b, c の値の組み合わせとして正しいものをすべて選ぶと **シ** 通りである。

- (あ) $a=2, b=2, c=4$ (い) $a=6, b=3, c=3$ (う) $a=4, b=1, c=\frac{1}{2}$
 (え) $a=1, b=2, c=3$ (お) $a=8, b=4, c=4$ (か) $a=5, b=3, c=2$



方針

2直線と(II)(III)の交点
が(I)上にあるかを確認する!

(I) $y=ax^2$, (II) $y=bx$, (III) $y=-bx+c$

(あ) $\begin{cases} y=2x \\ y=-2x+4 \end{cases} \rightarrow$ 交点 $(1, 2)$ は $y=2x^2$ 上にあるので
(I) ~ (III) は 1点で交わる。 ○

(い) $\begin{cases} y=3x \\ y=-3x+3 \end{cases} \rightarrow$ 交点 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ は $y=6x^2$ 上にある。 ○
 $\frac{3}{2} = 6 \times (\frac{1}{2})^2$ z"ok

(う) $\begin{cases} y=x \\ y=-x+\frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow$ 交点 $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ は $y=4x^2$ 上にある。 ○
 $\frac{1}{4} = 4 \times (\frac{1}{4})^2$ z"ok

(え) $\begin{cases} y=2x \\ y=-2x+3 \end{cases} \rightarrow$ 交点 $(\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$ は $y=x^2$ 上にはない。 X
 $\frac{3}{2} \neq (\frac{3}{4})^2$

(お) $\begin{cases} y=4x \\ y=-4x+4 \end{cases} \rightarrow$ 交点 $(\frac{1}{2}, 2)$ は $y=8x^2$ 上にある。 ○
 $2 = 8 \times (\frac{1}{2})^2$ z"ok

(か) $\begin{cases} y=3x \\ y=-3x+2 \end{cases} \rightarrow$ 交点 $(\frac{1}{3}, 1)$ は $y=5x^2$ 上にはない。 X
 $1 \neq 5 \times (\frac{1}{3})^2$

[3(3) 別アプローチ]

① 1つ1つ計算するよりも面倒なので文字で解く。

(I) $y = ax^2$, (II) $y = bx$, (III) $y = -bx + c$

$$\begin{cases} y = bx \\ y = -bx + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2bx = c \\ x = \frac{c}{2b} \end{cases} \text{ 交点 } \left(\frac{c}{2b}, \frac{c}{2} \right)$$

② 交点 $\left(\frac{c}{2b}, \frac{c}{2} \right)$ が (I) $y = ax^2$ 上にあつたので代入し、

$$\frac{c}{2} = a \times \left(\frac{c}{2b} \right)^2 \quad \frac{c}{2} = \frac{ac^2}{4b^2}$$

$a > 0, b > 0, c > 0$ があるので両辺 $\div c$, 両辺 $\times 4$ して

$$\frac{1}{2} = \frac{ac}{4b^2} \rightarrow 2 = \frac{ac}{b^2} \rightarrow ac = 2b^2$$

↖ と「55」で判断してよい!

- (a) $a=2, b=2, c=4$ (i) $a=6, b=3, c=3$ (j) $a=4, b=1, c=\frac{1}{2}$
 (k) $a=1, b=2, c=3$ (b) $a=8, b=4, c=4$ (c) $a=5, b=3, c=2$

③ $a \times c$ を計算し、 $2b^2$ と比較すればよい。

(a) $2 \times 4 = 2 \times 2^2$ ○

(i) $6 \times 3 = 2 \times 3^2$ ○

(j) $4 \times \frac{1}{2} = 2 \times 1^2$ ○

(k) $1 \times 3 \neq 2 \times 2^2$ ×

(b) $8 \times 4 = 2 \times 4^2$ ○

(c) $5 \times 2 = 2 \times 3^2$ ×

図1は、頂点をOとする高さが16cm、体積が $270\pi\text{cm}^3$ の円すいである。次の問いに答えなさい。

(1) 底面の円の半径は、 $\frac{\text{ア}\sqrt{\text{イウ}}}{\text{エ}}\text{cm}$ である。

(2) 図1の母線OAを3等分する点P, Qを図2のようにとる。この円すいを点Pを通る底面に平行な面、点Qを通る底面に平行な面でそれぞれ切り分けた3つの立体を体積の小さい順にX, Y, Zとする。このとき、X, Y, Zの体積比は、

$X:Y:Z = \text{オ}:\text{カ}:\text{キク}$ である。

(3) (2)のとき、立体Yの体積は $\text{ケ}\text{コ}\pi\text{cm}^3$ である。

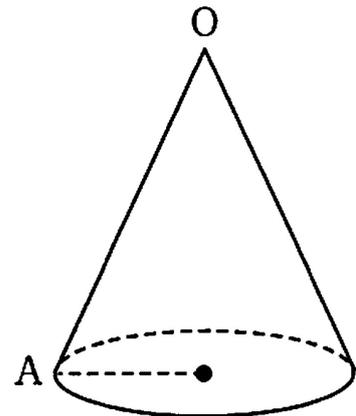
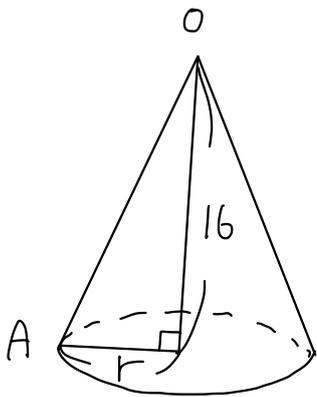


図1

(1) 半径rで体積を求める。



$$V = \text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$$

$$270\pi = \pi r^2 \times 16 \times \frac{1}{3}$$

$$r^2 = \frac{270 \times 3}{16}$$

$$r = \sqrt{\frac{810}{16}}$$

$$r = \frac{9\sqrt{10}}{4} \text{ cm}$$

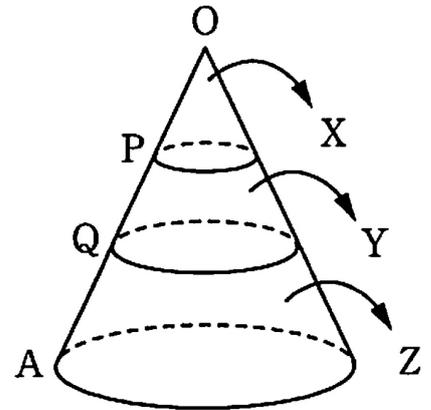
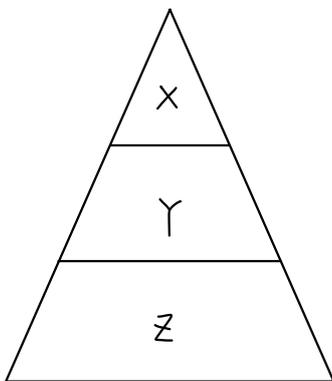


図2

(2) X, Y, Zの体積を V_x, V_y, V_z と表す。



$$V_x:V_y:V_z = 1:7:18$$

$$OP:OQ:OA = 1:2:3 \text{ より}$$

$$V_x:V_{x+Y}:V_{x+Y+Z} = 1^3:2^3:3^3$$

(3)

$$V_y:V_z = 7:18$$

$$V_y:270\pi = 7:18$$

$$V_y = \frac{270\pi \times 7}{18}$$

$$= 105\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

5.

$AB = \frac{17}{2}$ cm, $BC = 14$ cm, $CD = 7$ cm, $DA = 8$ cm, $AD \parallel BC$ であるよ

うな台形ABCDがある。線分ABの中点をM, 線分CD上に点Nをとる。次の問いに答えなさい。

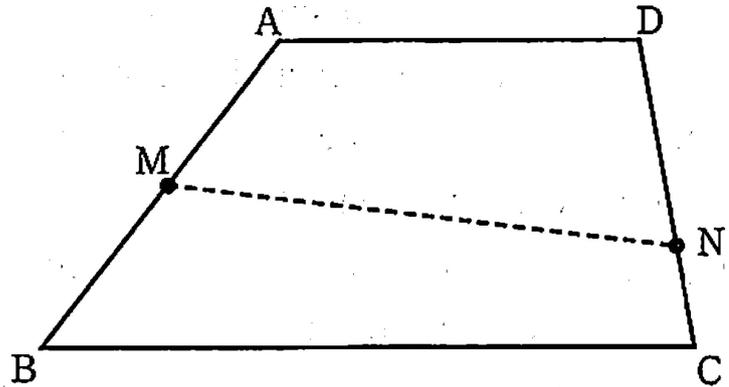
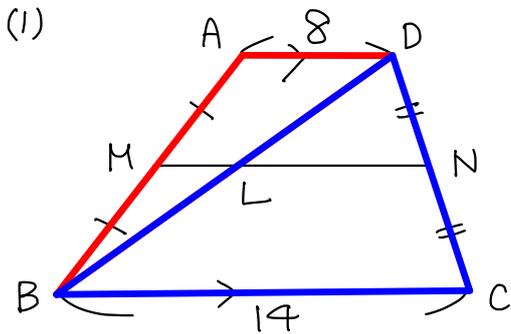
(1) 線分MNが線分ADと平行になるとき, $MN = \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}$ cmである。

(2) 四角形AMNDの周の長さと同角形MBCNの周の長さが等しくなるように点Nを定めるとき,

$ND = \frac{\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ cmである。

(3) 四角形AMNDの面積と同角形MBCNの面積が等しくなるように点Nを定めるとき,

$ND = \frac{\boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}}$ cmである。



MNとDBの交点をLとすると
 $\triangle ABD$ で中点連結定理より
 $ML = \frac{1}{2}AD = 4$, $\triangle DBC$ で
 同様に $LN = \frac{1}{2}BC = 7$

$$\begin{aligned} \therefore MN &= ML + LN \\ &= 4 + 7 = \underline{11 \text{ cm}} \# \end{aligned}$$

(2) $AMND$ の周の長さ = $MBCN$ の周の長さ

$$\underline{AM} + \underline{MN} + ND + DA = \underline{MB} + BC + CN + \underline{NM} \quad \dots \textcircled{*}$$

- MはABの中点なので $AM = MB$
- MNは2つの四角形の共通な辺なので $MN = NM$

よって $\textcircled{*} \Rightarrow ND + DA = BC + CN$

$ND = x$ とすると, $CN = 7 - x$

$$x + 8 = 14 + (7 - x)$$

$$x = \frac{13}{2}$$

$$ND = \frac{13}{2} \text{ cm}$$



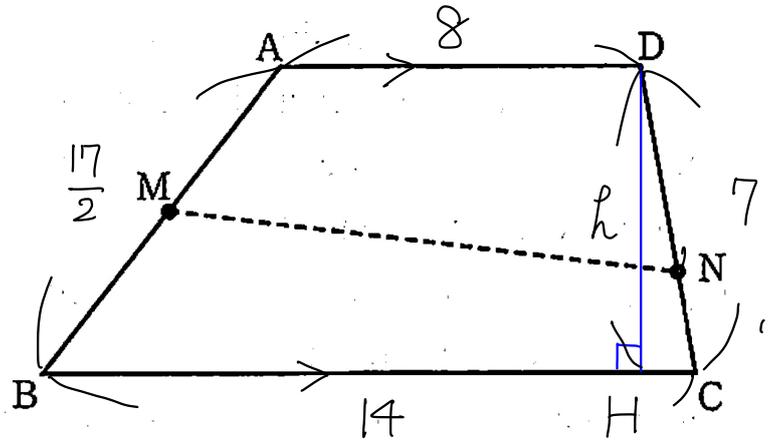
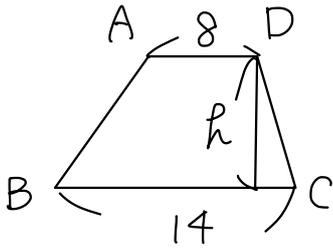
四角形AMNDの周の長さと同角形MBCNの周の長さが等しくなる $\dots \textcircled{*}$

文章を式に表してみる
 ことで道が見えくる!

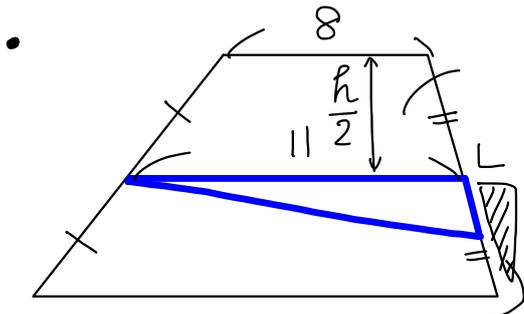
(3) 四角形AMNDの面積と四角形MBCNの面積が等しくなるように点Nを定めたとき、

ND = $\frac{\text{カ}}{\text{ク}} \frac{\text{キ}}{\text{ケ}}$ cmである。

- DからBCへの垂線を降りし交点をHとする。
- 台形ABCDの高をDHをhとする。



台形ABCD = $(8+14) \times h \times \frac{1}{2} = 11h$

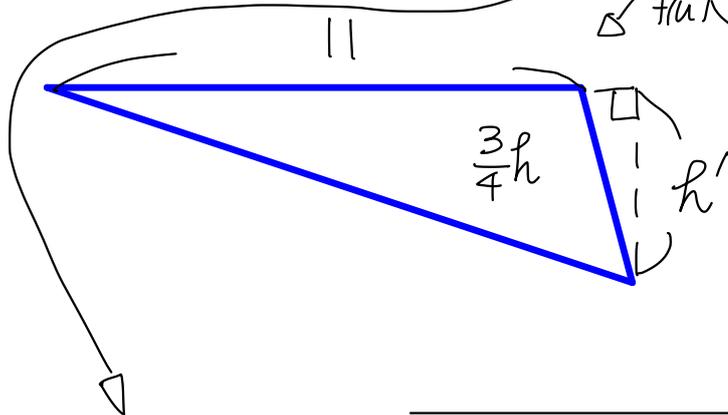


$(8+11) \times \frac{h}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{19}{4}h$ まで

は $\frac{11}{2}h - \frac{19}{4}h = \frac{3}{4}h$

にすればよい。

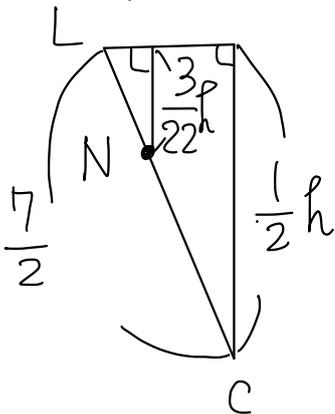
拡大



高さをh'とする。

$11 \times h' \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}h$

$h' = \frac{3}{22}h$



$\frac{7}{2} : LN = \frac{1}{2}h : \frac{3}{22}h$

$\frac{1}{2}h LN = \frac{21}{44}h$

$LN = \frac{21}{22}$

ND = DL + LN

= $\frac{7}{2} + \frac{21}{22}$

= $\frac{98}{22} = \frac{49}{11}$ cm

//