高校入試過去問(愛知 高校) (R1)年数学

（１００点満点（45 ）分））

１.

(1) $\left\{-1-\dfrac{3}{2^2}\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\right\}^2\div 0.25$ を計算しなさい。

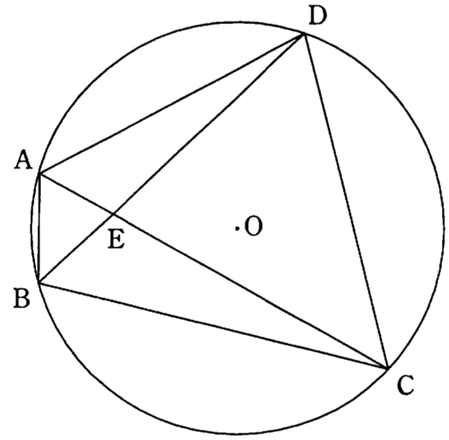
(2) $\dfrac{2x+5}{3}-\dfrac{x-4}{6}-\dfrac{3x+12}{9}$ を計算しなさい。

(3) $\sqrt{\dfrac{675}{10000}}-\dfrac{3}{20\sqrt{3}}$ を計算しなさい。

⑷　$a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，$(2a+b)^2-(a+2b)^2$ の値を求めなさい。

⑸　不等式 $\frac{1}{5}<\frac{1}{\sqrt{n}}<\frac{1}{4}$ を満たす自然数 n は全部で何個あるか求めなさい。

(6) 右の図のように４点A，B，C，Dは円Oの周上にあり，ACとBDの交点をEとする。AB＝３cm，AC＝10cm，BD＝８cm，CD＝９cm のとき，線分AEの長さを求めなさい。



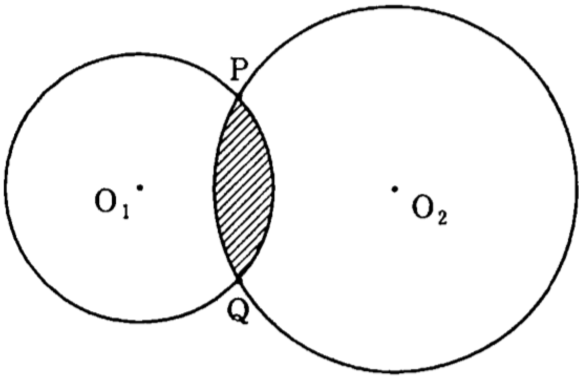
(7) 以下の文章が成り立つように，空欄アは数値を，空欄イは「正方形」または「円」で答えなさい。

1 辺が π cmである正方形の周の長さと，半径が r cmである円の周の長さが等しくなるのは $r =$ $\boxed{\quad ア \quad}$ のときである。このとき，正方形と円の２つの図形のうち面積が大きい図形は $\boxed{\quad イ \quad}$ である。

(8) $\dfrac{1}{11}$ を小数で表したとき，小数第１位から，小数第2019位までの各位の数の和を求めなさい。

(9)　2つの関数 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ と $y=x^2$ のグラフの交点の座標をすべて求めなさい。

(10) 半径 $2\sqrt{3}$ cmの円 O_1 と半径 $2\sqrt{6}$ cmの円 O_2 が２点Ｐ，Ｑで交わっている。
PQ＝$2\sqrt{6}$ cm のとき，これら２円が重なっている斜線部分の面積を求めなさい。



(11)　ある美術館では入館料が，大人２人と小人１人で1120円，大人１人と小人３人で1260円かかる。
大人の入館料を x 円，小人の入館料を y 円とするとき，x，y についての連立方程式をつくり，さらに x，y の値をそれぞれ求めなさい。

(12)　Ａさんのクラス40人全員に，夏休みに読んだ本の冊数を調査したところ，下記のような結果であった。

平均値4.3冊，中央値（メジアン）３冊，最頻値（モード）５冊

また，Ａさんが読んだ本は４冊であった。

このとき，読んだ本の冊数が少ない人から数えると，

①　Ａさんは20番目以内である

②　Ａさんは21番目以降である

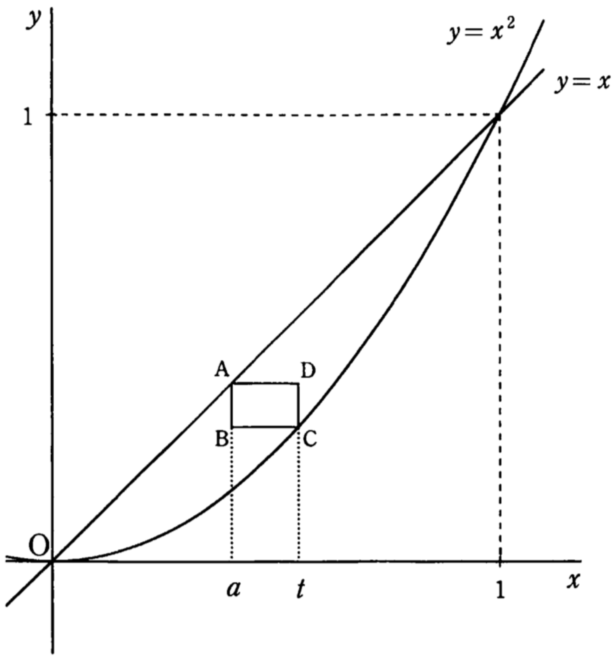
のいずれが正しいかを番号で答え，さらにそう判断した理由を簡潔に答えなさい。

2．

図の長方形ABCDについて，点Aは関数 $y = x$ のグラフ上にあり，点Cは関数 $y = x^2$ のグラフ上にある。また，辺ABとCDは y 軸に平行で，辺BCとADは x 軸に平行であり，これら４辺すべてが２つのグラフで囲まれた部分の内側および周上にある。

点Aの x 座標を a，点Cの x 座標を t とするとき，次の問に答えなさい。

(1) 長方形ABCDの周の長さ L は t の値のみで決まり，a の値は関係ないことを長さ L を求めることにより簡単に説明しなさい。

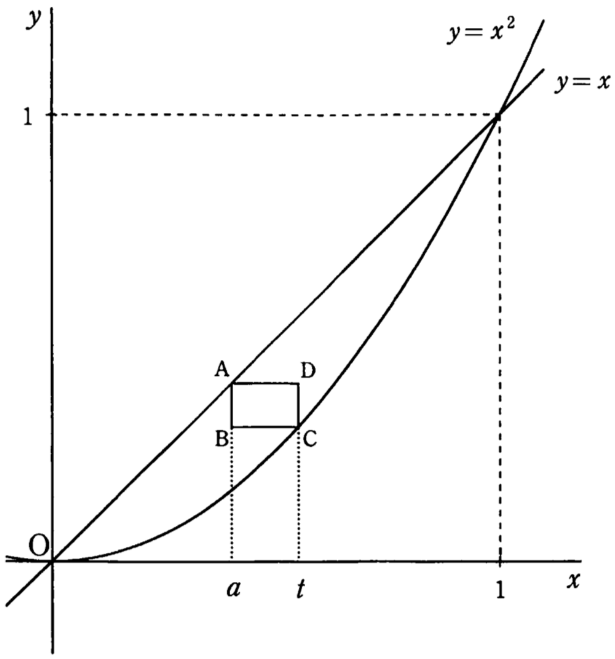


２.

図の長方形ABCDについて，点Aは関数 $y = x$ のグラフ上にあり，点Cは関数 $y = x^2$ のグラフ上にある。また，辺ABとCDは y 軸に平行で，辺BCとADは x 軸に平行であり，これら４辺すべてが２つのグラフで囲まれた部分の内側および周上にある。

点Aの x 座標を a，点Cの x 座標を t とするとき，次の問に答えなさい。

⑵ $a = \frac{1}{2}$ で，四角形ABCDが正方形になるときの t の値を求めなさい。



3.

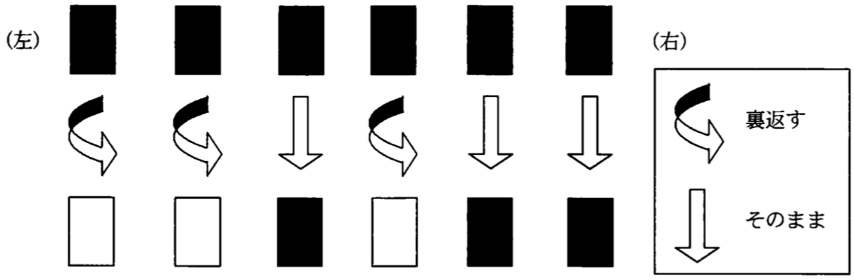
一方の面は黒で，他方の面が白である６枚のカードがある。机の上に横一列に並べられたこの６枚のカードに対して，次のような操作を行う。

≪操作≫

1．１から６までの目がある１つのサイコロを投げる。

2．出た目の数が n のとき，机の上のカードで左から『n の正の約数』番目のカードをすべて裏返す。

例えば，６枚のカードが黒の面を表にして並んでいる状況で，サイコロを投げて４の目が出たときは，左から１番目，２番目，４番目のカードをすべて裏返す。



このとき，次の問に答えなさい。

(1) 最初，６枚のカードを黒の面が表になるように並べて，≪操作≫を１回行ったとき，表になっている面が黒４枚，白２枚となっている確率を求めなさい。

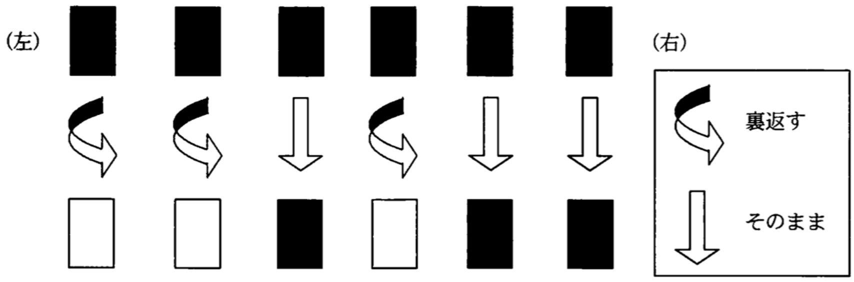
３.

　一方の面は黒で，他方の面が白である６枚のカードがある。机の上に横一列に並べられたこの６枚のカードに対して，次のような操作を行う。

≪操作≫

１．１から６までの目がある１つのサイコロを投げる。
２．出た目の数が n のとき，机の上のカードで左から『n の正の約数』番目のカードをすべて裏返す。

　例えば，６枚のカードが黒の面を表にして並んでいる状況で，サイコロを投げて４の目が出たときは，左から１番目，２番目，４番目のカードをすべて裏返す。



　このとき，次の問に答えなさい。

⑵　最初，６枚のカードを黒の面が表になるように並べて，≪操作≫を２回続けて行ったとき，左から３番目のカードの表の面が黒である確率を求めなさい。
　ただし，２回目の≪操作≫は，１回目の≪操作≫を行った後，カードは戻さずに行うものとする。

4.

次のＡ先生とＢさんの会話を読んで，空欄ア～エにあてはまる最も適切な数値，または語句を答えなさい。

Ａ：来年は東京オリンピックが開催されるね。Ｂさんは今度のオリンピックが東京で行われる２回目のオリンピックだと知っているかな。

Ｂ：テレビで特集されているのを見たから知っています。前回は1964年ですよね。

Ａ：そうだね。1964年10月10日に開会式が開かれたんだよ。それを記念してかつては10月10日が体育の日になっていたんだ。

Ｂ：そうだったんですね。

Ａ：じゃあ今回は1964年10月10日が何曜日だったのかを考えてみよう。

Ｂ：はい。

Ａ：まず，今日（2019年２月５日）は火曜日だね。さらに，１年間は365日あるから，週７日なので365を７で割ると $\boxed{\text{ア}}$ 余るね。そうすると１年前の2018年２月５日は何曜日になるか分かるかな。

Ｂ：365を７で割ると52余り $\boxed{\text{ア}}$ だから $\boxed{\text{イ}}$ 曜日ですね。

Ａ：その通りだね。次に，2018年10月10日が何曜日だったのかを考えてみよう。

Ｂ：４月，６月，９月，11月が一ヶ月30日あり，２月は28日，その他の月は31日あるので…2018年10月10日は $\boxed{\text{ウ}}$ 曜日ですね！

Ａ：その通りだね。この2018年10月10日を基準として，1964年10月10日までさかのぼれるね。ただし，2016年，2012年，2008年，…，1972年，1968年のようにこの間では西暦が４で割り切れる年はうるう年だから，１年間に366日あることに注意しようね。

Ｂ：ということは，1964年10月10日は $\boxed{\text{エ}}$ 曜日ですね！

Ａ：そうだね。良く出来たね。

高校入試過去問（ 愛知 高校 ）（R１）年数学

（１００点満点（45 ）分））

１．

(1) $\left\{-1-\frac{3}{2^2}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\right\}^2\div 0.25$ を計算しなさい。

$$= \left(-1-\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\right)^2 \div \frac{1}{4}$$

$$= \left(-1-\frac{1}{2}\right)^2 \times 4$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \times 4 = \frac{9}{4}\times 4 = 9 \; /\!/$$

$0.25 = \frac{1}{4}$

$0.75 = \frac{3}{4}$

は，よく使う！

(2) $\frac{2x+5}{3}-\frac{x-4}{6}-\frac{3x+12}{9}$ を計算しなさい。

$$= \frac{6(2x+5)-3(x-4)-2(3x+12)}{18}$$

$$= \frac{12x+30-3x+12-6x-24}{18}$$

$$= \frac{3x+18}{18} = \frac{x+6}{6} \; /\!/$$

(3) $\sqrt{\frac{675}{10000}}-\frac{3}{20\sqrt{3}}$ を計算しなさい。

$$= \frac{15\sqrt{3}}{100}-\frac{\sqrt{3}}{20}$$

$$= \frac{15\sqrt{3}-5\sqrt{3}}{100}$$

$$= \frac{10\sqrt{3}}{100} = \frac{\sqrt{3}}{10} \; /\!/$$

- $\sqrt{10000} = 100$
- $\sqrt{675} = 15\sqrt{3}$
- $\frac{3}{20\sqrt{3}} = \frac{3\times\sqrt{3}}{20\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{3\times\sqrt{3}}{20\times 3} = \frac{\sqrt{3}}{20}$

(4) $a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき，$(2a+b)^2-(a+2b)^2$ の値を求めなさい。

$$4a^2+4ab+b^2-(a^2+4ab+4b^2)$$

$$=4a^2+\cancel{4a}b+b^2-a^2-\cancel{4a}b-4b^2$$

$$=3a^2-3b^2$$

$$=3(a^2-b^2)=3(a+b)(a-b)$$

a と b を代入し，$3(2\sqrt{3})(2\sqrt{2})=\underline{12\sqrt{6}}$ //

(5) 不等式 $\frac{1}{5}<\frac{1}{\sqrt{n}}<\frac{1}{4}$ を満たす自然数 n は全部で何個あるか求めなさい。

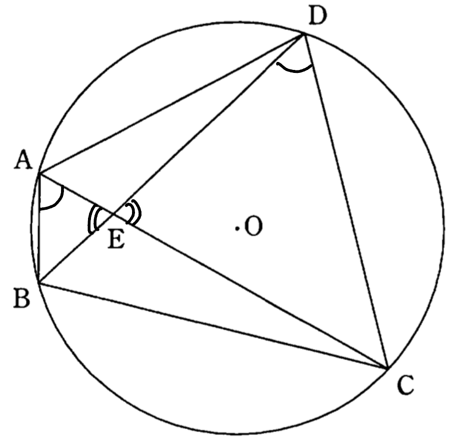
$4<5$ より $\frac{4}{1}<\frac{5}{1} \Rightarrow \frac{1}{5}<\frac{1}{4}$ の考え方より

$4<\sqrt{n}<5$，2乗しても大小関係は等しいので

$16<n<25$ あてはまる n の値は $n=17, 18\cdots, 24$

の 8コ //

(6) 右の図のように４点A，B，C，Dは円Oの周上にあり，ACとBDの交点をＥとする。AB＝３cm，AC＝10cm，BD＝８cm，CD＝９cm のとき，線分AEの長さを求めなさい。



⑦ △ABE と △DCE で

∠BAE = ∠CDE

（$\overset{\frown}{BC}$ の円周角の定理）… ①

∠BEA = ∠CED（対頂角）… ②

①，② より 2組の角がそれぞれ等しいので

△ABE ∽ △DCE

⑦ 相似な図形では，対応する辺の長さの比が全て等しいので

AE : DE = BE : CE = AB : DC

= 3 : 9 = 1 : 3

⑦ AE = x，BE = y とおくと，CE = $10-x$

DE = $8-y$

$$\begin{cases} x : 8-y = 1:3 & \cdots ③ \text{（AE:DE = 1:3 より）} \\ y : 10-x = 1:3 & \cdots ④ \text{（BE:CE = 1:3 より）} \end{cases}$$

$3x = 8-y \longrightarrow y = -3x+8$

$3y = 10-x \longleftarrow$ 代入

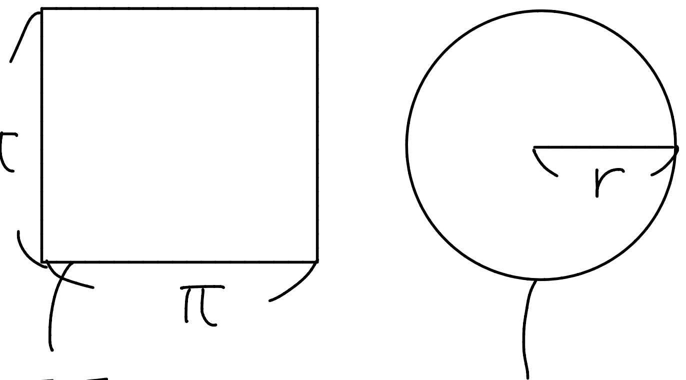
$3(-3x+8) = 10-x$

$8x = 14$

$x = \frac{7}{4}$

$\therefore$ AE = $\frac{7}{4}$ cm //

(7) 以下の文章が成り立つように，空欄アは数値を，空欄イは「正方形」または「円」で答えなさい。
1辺がπ cmである正方形の周の長さと，半径がr cmである円の周の長さが等しくなるのは $r=$ $\boxed{ア}$ のときである。このとき，正方形と円の２つの図形のうち面積が大きい図形は $\boxed{イ}$ である。



① 周の長さ $= 4\pi$　　　周の長さ $= 2\pi r$
等しくなるので $4\pi = 2\pi r$ → ∴ 両辺÷2πして $r=2$

② 面積 $= \pi^2$　　　面積 $= \pi r^2 = 4\pi$ ←代入

③ 大小比較 $\pi^2 - 4\pi = \pi(\pi - 4)$　$\pi \fallingdotseq 3.14$なので $\pi - 4 < 0$
∴ $\pi(\pi-4) < 0$ より 円の方が面積大

(8) $\frac{1}{11}$を小数で表したとき，小数第１位から，小数第2019位までの各位の数の和を求めなさい。

① まずは，どんな循環小数になるのかを求める。

$$\begin{array}{r} 0.0909 \\ 11 \overline{)\,100} \\ 99 \\ \hline 100 \\ 99 \end{array}$$

この時点で小数点以下が「0」「9」のくり返しであることがわかり，

小数第奇数位 $=0$
偶数 $=9$ となる。

② $0+9=9$ のセットが「2019位」の中にいくつあるか。
2020位までに $2020 \div 2 = 1010$ セット $= 9 \times 1010 = 9090$
2020位の9を引いて，$9090 - 9 = 9081$

(9)　2つの関数 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ と $y=x^2$ のグラフの交点の座標をすべて求めなさい。

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2} & \cdots ① \\ y=x^2 & \cdots ② \end{cases}$$

代入

$$x^2=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$$

両辺×2

$$2x^2-x-1=0$$

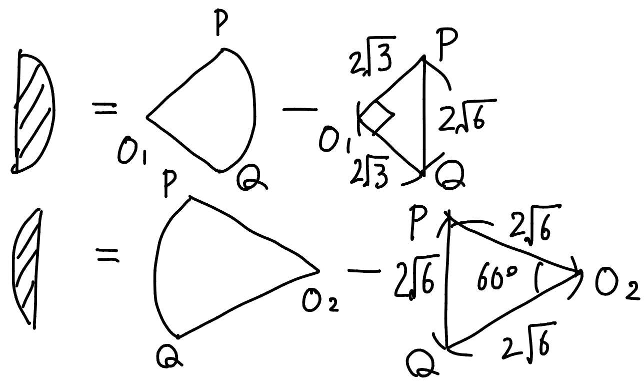
$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-1)}}{4}$$

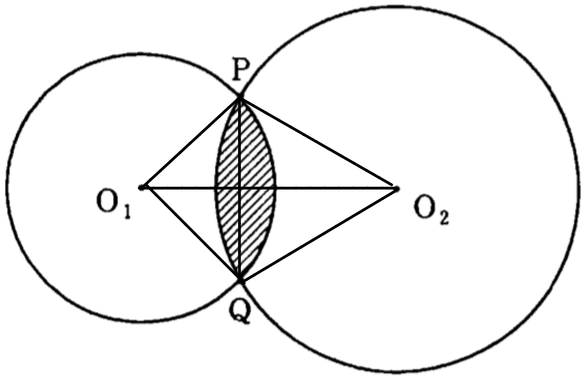
$$=\frac{1\pm3}{4}=1,-\frac{1}{2}$$

$(x,y)=(1,1)\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$ //

2つのグラフの交点は、「連立方程式の解」と等しい!

(10)　半径 $2\sqrt{3}$ cmの円 O_1 と半径 $2\sqrt{6}$ cmの円 O_2 が2点P，Qで交わっている。
$PQ=2\sqrt{6}$ cm のとき，これら2円が重なっている斜線部分の面積を求めなさい。





① 半径とPQの長さの関係より 円O_1，O_2の中心角はそれぞれ90°，60°とわかる。

② $=\pi(2\sqrt{3})^2\times\frac{90}{360}-(2\sqrt{3})^2\times\frac{1}{2}=3\pi-6$

$=\pi(2\sqrt{6})^2\times\frac{60}{360}-2\sqrt{6}\times3\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=4\pi-6\sqrt{3}$

∴ $=(3\pi-6)+(4\pi-6\sqrt{3})=7\pi-6-6\sqrt{3}$ (cm²) //

(11)　ある美術館では入館料が，大人２人と小人１人で1120円，大人１人と小人３人で1260円かかる。
大人の入館料を x 円，小人の入館料を y 円とするとき，x，y についての連立方程式をつくり，
さらに x，y の値をそれぞれ求めなさい。

$$\begin{cases} 2x+y=1120 & \cdots ① \\ x+3y=1260 & \cdots ② \end{cases}$$

①×3－②

$$\begin{array}{rrcl} & 6x+3y & = & 3360 \\ -) & x+3y & = & 1260 \\ \hline & 5x & = & 2100 \\ & x & = & 420 \end{array}$$

$x=420$ を ② に代入

$$\begin{aligned} 420+3y &= 1260 \\ 3y &= 840 \\ y &= 280 \end{aligned}$$

$(x, y) = (420, 280)$

(12)　Ａさんのクラス40人全員に，夏休みに読んだ本の冊数を調査したところ，下記のような結果であった。

平均値4.3冊，中央値（メジアン）３冊，最頻値（モード）５冊

また，Ａさんが読んだ本は４冊であった。

このとき，読んだ本の冊数が少ない人から数えると，

① Ａさんは20番目以内である

② Ａさんは21番目以降である

のいずれが正しいかを番号で答え，さらにそう判断した理由を簡潔に答えなさい。

・40人で中央値＝3なので，順に並べて
20，21番目の2つの平均が3冊であることがわかる。

・Aさんは4冊なので，①の20番以内ではない。

なぜなら

20	21
4 (A)	□

とすると，中央値3に反する。

← ①でない理由

②

・中央値3ということは，

20	21
2	4 (A)

Aさんは21番以降で成り立つので正しい。

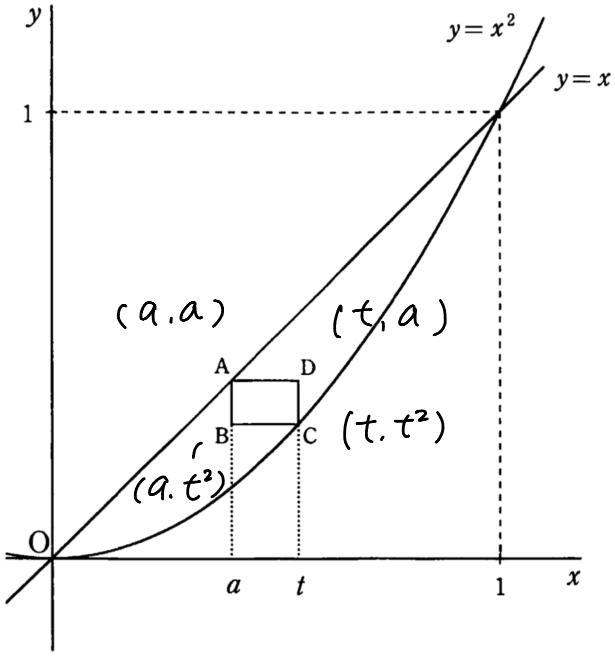
①ではない理由でも良いし，②である理由でもよい。

2.

図の長方形ABCDについて，点Aは関数 $y=x$ のグラフ上にあり，点Cは関数 $y=x^2$ のグラフ上にある。また，辺ABとCDは y 軸に平行で，辺BCとADは x 軸に平行であり，これら４辺すべてが２つのグラフで囲まれた部分の内側および周上にある。

点Aの x 座標を a，点Cの x 座標を t とするとき，次の問に答えなさい。

(1) 長方形ABCDの周の長さ L は t の値のみで決まり，a の値は関係ないことを長さ L を求めることにより簡単に説明しなさい。



A, B, C, D の座標を求める。

- C は $y=x^2$ 上の点なので
  $C(t, t^2)$
- AD // BC // x軸 より
  B と C の y座標が等しく
  $B(a, t^2)$
- AB // DC // y軸 より
  A と B の x座標が等しく
  $A(a, a)$ なので
  $AB = DC = a - t^2$
  $\therefore D(t, a)$
- $AD = BC = t - a$
- 長方形の周の長さ L
  $= 2(a-t^2) + 2(t-a)$
  $= 2a - 2t^2 + 2t - 2a$
  $= -2t^2 + 2t$

$L = -2t^2 + 2t$ は a がないので a の値に関係しない。

//

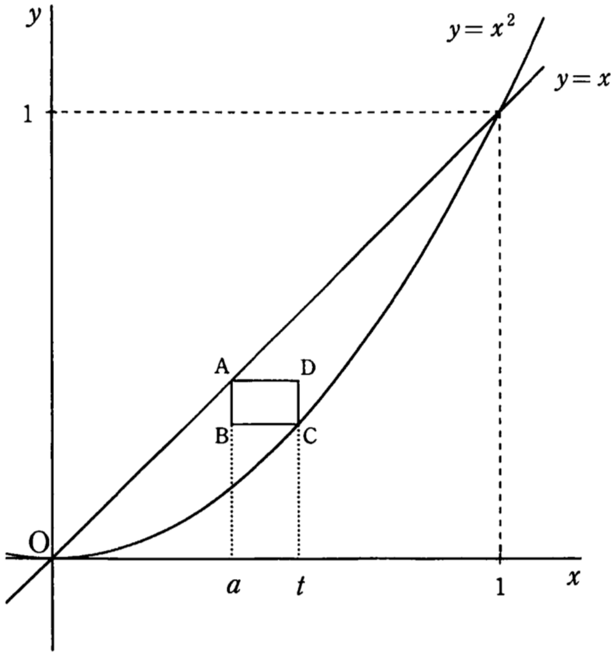
グラフ問題は，
座標を求めることが
スタート！

2.

図の長方形ABCDについて，点Aは関数 $y=x$ のグラフ上にあり，点Cは関数 $y=x^2$ のグラフ上にある。また，辺ABとCDは y 軸に平行で，辺BCとADは x 軸に平行であり，これら４辺すべてが２つのグラフで囲まれた部分の内側および周上にある。

点Aの x 座標を a，点Cの x 座標を t とするとき，次の問に答えなさい。

(2) $a=\frac{1}{2}$ で，四角形ABCDが正方形になるときの t の値を求めなさい。



(1) より $L=-2t^2+2t$

$a=\frac{1}{2}$ のときの正方形になるので $AB=BC$。

(1) より $a-t^2=t-a$

$a=\frac{1}{2}$ を代入し

$\frac{1}{2}-t^2=t-\frac{1}{2}$

$t^2+t-1=0$

$t=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ となり，$t>0$ より $t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Point

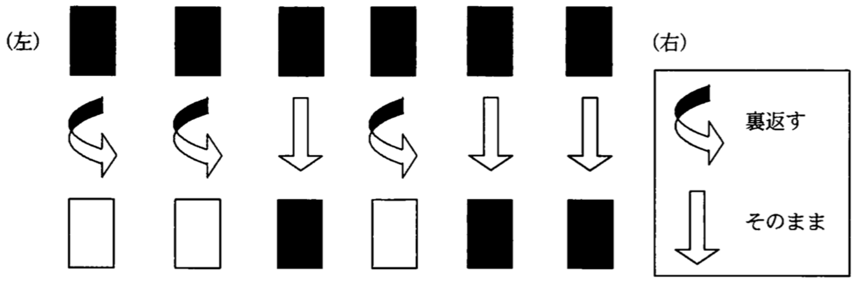
グラフと図形の融合では，「図形の定義や性質」を用いる問題が多いので，正確に理解しておこう！

3.

一方の面は黒で，他方の面が白である６枚のカードがある。机の上に横一列に並べられたこの６枚のカードに対して，次のような操作を行う。

《操作》
1． １から６までの目がある１つのサイコロを投げる。
2．出た目の数が n のとき，机の上のカードで左から『n の正の約数』番目のカードをすべて裏返す。

例えば，６枚のカードが黒の面を表にして並んでいる状況で，サイコロを投げて４の目が出たときは，左から１番目，２番目，４番目のカードをすべて裏返す。



このとき，次の問に答えなさい。

(1) 最初，６枚のカードを黒の面が表になるように並べて，《操作》を１回行ったとき，表になっている面が黒４枚，白２枚となっている確率を求めなさい。

白2枚 … サイコロの出目の約数が2つ

× 1 の約数 = 1
○ 2 〃 = 1, 2
○ 3 〃 = 1, 3
× 4 〃 = 1, 2, 4
○ 5 〃 = 1, 5
× 6 〃 = 1, 2, 3, 6

サイコロの出目は全部で6通りなので

$$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

1つずつ丁寧にかき出す流れは どの問題でも大切。

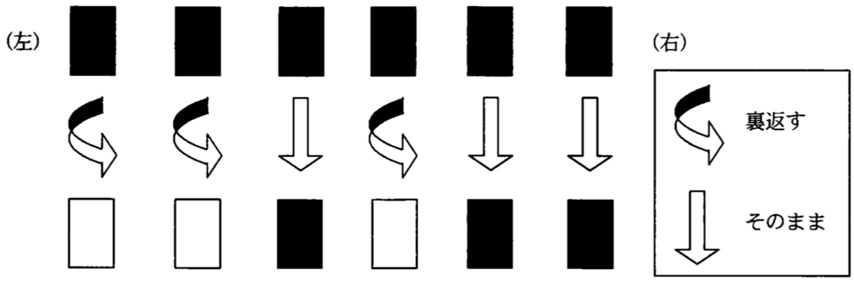
その中で効率よく数え上げる計算が見つかる。

3.

一方の面は黒で，他方の面が白である６枚のカードがある。机の上に横一列に並べられたこの６枚のカードに対して，次のような操作を行う。

≪操作≫
1．１から６までの目がある１つのサイコロを投げる。
2．出た目の数が n のとき，机の上のカードで左から『n の正の約数』番目のカードをすべて裏返す。

例えば，６枚のカードが黒の面を表にして並んでいる状況で，サイコロを投げて４の目が出たときは，左から１番目，２番目，４番目のカードをすべて裏返す。



このとき，次の問に答えなさい。

⑵　最初，６枚のカードを黒の面が表になるように並べて，≪操作≫を２回続けて行ったとき，左から３番目のカードの表の面が黒である確率を求めなさい。
ただし，２回目の≪操作≫は，１回目の≪操作≫を行った後，カードは戻さずに行うものとする。

2回目で黒の場合　最初 ① 黒 ② → 黒 … Aパターン
　　　　　　　　　　　　　白 → 黒 … Bパターン

◎ Aパターン … 2回とも約数に 3 を含まない。
↳ 2回とも 1, 2, 4, 5 の出目
↳ 3, 6 の 2通りをそれぞれ含まないので $4 \times 4 = 16$ 通り

◎ Bパターン … 2回とも約数に 3 を含む。
↳ 2回とも 3, 6 の出目
↳ 3 < 3, 6　6 < 3, 6 の 4通り

20通り

以上より $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ //

4.

次のＡ先生とＢさんの会話を読んで，空欄ア～エにあてはまる最も適切な数値，または語句を答えなさい。

Ａ：来年は東京オリンピックが開催されるね。Ｂさんは今度のオリンピックが東京で行われる２回目のオリンピックだと知っているかな。

Ｂ：テレビで特集されているのを見たから知っています。前回は1964年ですよね。

Ａ：そうだね。1964年10月10日に開会式が開かれたんだよ。それを記念してかつては10月10日が体育の日になっていたんだ。

Ｂ：そうだったんですね。

Ａ：じゃあ今回は1964年10月10日が何曜日だったのかを考えてみよう。

Ｂ：はい。

Ａ：まず，今日（2019年２月５日）は火曜日だね。さらに，１年間は365日あるから，週７日なので365を７で割ると $\boxed{\text{ア}}$ 余るね。そうすると１年前の2018年２月５日は何曜日になるか分かるかな。

Ｂ：365を７で割ると52余り $\boxed{\text{ア}}$ だから $\boxed{\text{イ}}$ 曜日ですね。

Ａ：その通りだね。次に，2018年10月10日が何曜日だったのかを考えてみよう。

Ｂ：４月，６月，９月，11月が一ヶ月30日あり，２月は28日，その他の月は31日あるので…2018年10月10日は $\boxed{\text{ウ}}$ 曜日ですね！

Ａ：その通りだね。この2018年10月10日を基準として，1964年10月10日までさかのぼれるね。ただし，2016年，2012年，2008年，…，1972年，1968年のようにこの間では西暦が４で割り切れる年はうるう年だから，１年間に366日あることに注意しようね。

Ｂ：ということは，1964年10月10日は $\boxed{\text{エ}}$ 曜日ですね！

Ａ：そうだね。良く出来たね。

ア　$365 \div 7 = 52 \cdots \underline{1}$ //

イ　余りの１の分、曜日が前にずれるので「$\underline{\text{月曜日}}$」//

ウ　2018年2月1日（木）を基準とすると，2018年10月10日は，
$28+31+30+31+30+31+31+30+30+10 = 252$日目
$252 \div 7 = 36$ 余り 0 なので $\underline{\text{水曜日}}$ //

曜日前にずれる

㊂ 2017年 10/10 (火) $\downarrow$ −1
㋒ 2016年 10/10 (月) $\downarrow$ −2
2015年 10/10 (土) $\downarrow$ −1
2014 金 $\downarrow$ −1
2013 木 $\downarrow$ −1
㋒ 2012 水

うるう年の間は
5つ曜日が
ずれる。

(間隔)

4年のかたまりが
いくつあるのか。

$(2016-1964)\div4=13$ コ

4年のかたまり 1コあたり 5つ曜日がずれるので

$13\times5=65$　　$65\div7=9$ 余り 2

2016年10/10(月) の 月曜 から 2つ戻ると 土曜