高校入試過去問(愛知)（Ｒ３)年数学

（１００点満点（ 45 ）分))

１．

(1) $\frac{7}{3^2}-\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(1-\frac{5}{2}\right)^2$ を計算しなさい。

(2) $(\sqrt{6}+\sqrt{2})\left(\frac{1}{\sqrt{6}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ を計算しなさい。

(3) 1から9までの自然数のうち異なる2つを選び，小さい方を a，大きい方を b とする。このとき，$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ の値が最も小さくなるときの値を求めなさい。

⑷　関数$y=ax^2$で，xの変域が$-2 \leqq x \leqq 1$のとき，yの変域は$-2 \leqq y \leqq 0$である。このとき，aの値を求めなさい。

⑸　$m+n=90$，$mn=2021$を満たす自然数m，n（$m<n$）を求めなさい。

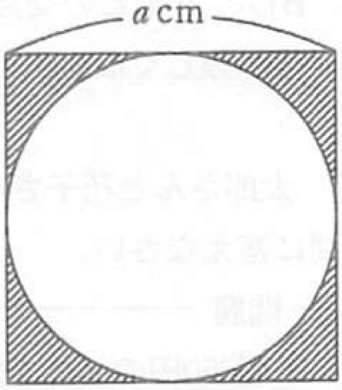
⑹　5の数字が入った自然数を次のように小さいものから順に並べていく。

5，15，25，35，45，50，51，52，…

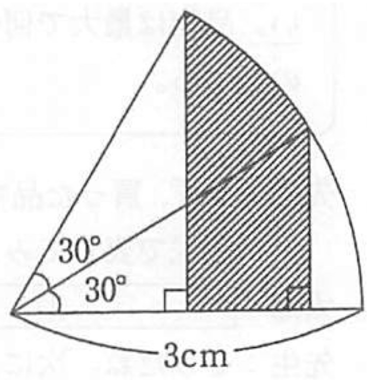
このとき，555は最初から数えて何番目の数字となるか答えなさい。

(7)　3直線 $y=-2x-3$，$y=\frac{1}{2}x+2$，$y=ax$ が三角形を作らないような定数 a の値をすべて求めなさい。

(8)　右図のように，円が1辺の長さが a cmの正方形の4辺と接している。斜線部分の面積が b cm^2 であるとき，この正方形の面積を b を用いて表しなさい。



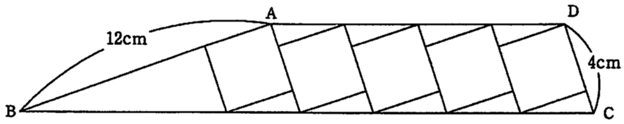
⑼　右図のようなおうぎ形がある。斜線部分の面積を求めなさい。



⑽　下図のように，A～Jの10人が10点満点のゲームを行い，点数表を作ったが汚れてしまい，G，Hの点数がわからなくなってしまった。点数は自然数であり，Hの点数がGの点数より低いことはわかっている。このとき，点数の中央値を求めなさい。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	平均値	範囲
点数	9	5	9	6	3	9			4	2	6.0	8

(11) 下図のように，同じ大きさの正方形を５個並べ，両端の正方形の一辺を延長した直線と各正方形の頂点を通る直線を結んで台形ABCDを作ったところ，辺ABの長さが12㎝辺CDの長さが４㎝となった。



このとき，正方形の面積が $\boxed{①}$ ㎠であるから，この台形ABCDの面積は正方形１個の面積の $\boxed{②}$ 倍である。空欄①と②にあてはまる数値を答えなさい。

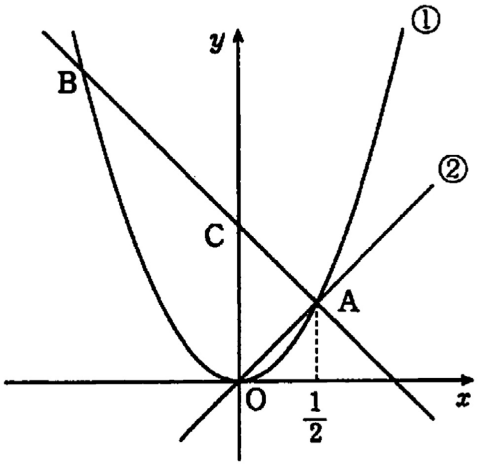
2.

右図のように，放物線 $y=ax^2$…①と直線 $y=bx$…②が原点Oと点Aで交わっており，点Aの x 座標は $\frac{1}{2}$ である。放物線①上に点A以外の点Bをとり，直線ABと y 軸との交点をCとする。点Cの y 座標が1，∠AOC=45°であるとき，次の各問に答えなさい。

(1) a，b の値をそれぞれ求めなさい。

(2) 点Bの座標を求めなさい。

(3) 線分OA上に2点O，Aとは異なる点Dをとり，直線BDと y 軸との交点をEとする。△BCEと△ODEの面積が等しくなるような点Dの座標を求めなさい。



３.

太郎さんと花子さんは，下の問題について先生と会話をしています。下の会話文を読み，後の各問に答えなさい。

問題

1個650円の品物を2000円の箱に入れて買うとき，合計の代金が10000円以下になるようにしたい。品物は最大で何個買うことができるか求めなさい。ただし，消費税については考えないものとする。

先生：まず，買った品物の数をx個として，問題文中にある下線部分の数量の関係をxを用いた不等式で表してみよう。

太郎：$\boxed{\quad ① \quad}$ と表すことができます。

先生：そうだね。次に，この不等式を解いていこう。

花子："不等式を解く"とは何ですか？

先生：みんなは中学1年生で"方程式を解く"ことを学習したよね。
方程式では，両辺に同じ数を足しても，引いても等号"＝"は成り立った。両辺に同じ数をかけても，両辺を0でない同じ数で割っても等号"＝"は成り立ったよね。
それでは，不等式ではどうだろう。"不等式を解く"ことを説明する前に，不等式の性質について確認していこうか。
不等式の両辺に同じ数を足しても，不等号の向きは変わらないよ。つまり，

$\mathrm{A} > \mathrm{B}$　ならば　$\mathrm{A}+\mathrm{C} > \mathrm{B}+\mathrm{C}$

という性質が成り立つということだ。
それでは，不等式の両辺から同じ数を引いたらどうなるかな？

花子：$\boxed{\quad ② \quad}$ ですね。

先生：そうだね。同様に，同じ正の数をかけても，同じ正の数で割っても不等号の向きは変わらないよ。つまり，

$\mathrm{C} > 0$であるとき，$\mathrm{A} > \mathrm{B}$　ならば　$\mathrm{A}\times\mathrm{C} > \mathrm{B}\times\mathrm{C}$

であるし，

$\mathrm{C} > 0$であるとき，$\mathrm{A} > \mathrm{B}$　ならば　$\mathrm{A}\div\mathrm{C} > \mathrm{B}\div\mathrm{C}$

であるということ。次に同じ負の数をかけた場合，どうなるか考えていくよ。
そのために，$\mathrm{A} > \mathrm{B}$の両辺から，$\boxed{\quad ③ \quad}$ を引いてみると，

$\mathrm{A}-(\boxed{\quad ③ \quad}) > \mathrm{B}-(\boxed{\quad ③ \quad})$

となるから，両辺を計算すると，$-\mathrm{A} < -\mathrm{B}$となるね。

太郎：あっ！結果的に，$\mathrm{A} > \mathrm{B}$の両辺に-1をかけると不等号の向きが変わっているということですね。

先生：そのとおり。不等式は両辺に同じ負の数をかけると，不等号の向きが変わるという性質があるよ。つまり，

$\mathrm{C} < 0$であるとき，$\mathrm{A} > \mathrm{B}$　ならば　$\mathrm{A}\times\mathrm{C} < \mathrm{B}\times\mathrm{C}$

ということだよ。また，同じ負の数で割っても不等号の向きが変わるんだ。
方程式を解くときと同じように，これらの性質を利用してxが満たす範囲を求めることを，"不等式を解く"というんだよ。

花子：わかりました。さっそく，問題の不等式を解いてみます。

(1) 空欄①にあてはまる適当な不等式を答えなさい。

(2) 空欄②にあてはまるものを次の (あ)~(え) 中から選び記号で答えなさい。

(あ) $\mathrm{A} > \mathrm{B}$　ならば　$\mathrm{A}-\mathrm{C} < \mathrm{B}-\mathrm{C}$

(い) $\mathrm{A} > \mathrm{B}$　ならば　$\mathrm{A}-\mathrm{C} \leqq \mathrm{B}-\mathrm{C}$

(う) $\mathrm{A} > \mathrm{B}$　ならば　$\mathrm{A}-\mathrm{C} > \mathrm{B}-\mathrm{C}$

(え) $\mathrm{A} > \mathrm{B}$　ならば　$\mathrm{A}-\mathrm{C} = \mathrm{B}-\mathrm{C}$

(3) 空欄③にあてはまる適当な式を答えなさい。

(4) ①の不等式を解いて，品物が最大何個買えるか求めなさい。

４.

　下図のように，０から順に番号が書かれたマスがある。スタート地点を０のマスとしてコマを置く。

0	1	2	3	4	5	6	7	…	

以下の各問に答えなさい。

(1)　さいころをふって出た目の数だけコマを右側に動かすものとする。コマが最後に５のマスに止まった場合を成功とするゲームを行う。
　ただし，５のマスより右側に来るような場合はその時点でゲーム失敗とする。
　さいころを最大３回までふることができるとした場合，ゲームが成功するさいころの目の出方は何通りあるか答えなさい。

(2)　次に，さいころをふって偶数の目が出たときはコマを右側に出た目の数だけ動かし，奇数の目が出たときはコマを左側に出た目の数だけ動かすものとする。コマが最後に５のマスに止まった場合を成功とするゲームを行う。
　ただし，スタート地点の０のマスより左側に来るような場合はその時点でゲーム失敗とする。さいころを最大３回までふることができるとした場合，ゲームが成功するさいころの目の出方は何通りあるか答えなさい。

高校入試過去問(　愛知　　)（Ｒ３）年数学

（１００点満点（45 ）分））

１．

(1) $\dfrac{7}{3^2}-\left(-\dfrac{1}{2}\right)\div\left(1-\dfrac{5}{2}\right)^2$ を計算しなさい。

$= \dfrac{7}{9}-\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{4}{9} = \dfrac{7}{9}+\dfrac{2}{9} = 1$ //

(2) $(\sqrt{6}+\sqrt{2})\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ を計算しなさい。

$= \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= 1-\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}-1 = -\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$ //

(3) １から９までの自然数のうち異なる２つを選び，小さい方を a，大きい方を b とする。このとき，$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}$ の値が最も小さくなるときの値を求めなさい。

$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b} = \dfrac{b-a}{ab}$

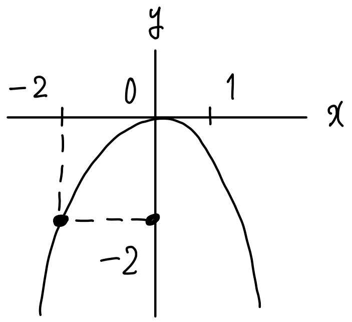
最も小さくなるためには、分母の ab が最大になればよいので

a と b は 8 と 9 となる。また，$b-a$ が最小 1 なので

$a=8$，$b=9$ が $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}$ の値が最も小さくなる。

$\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{9} = \dfrac{1}{72}$ //

(4) 関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域は $-2 \leqq y \leqq 0$ である。このとき，a の値を求めなさい。



問題文より左図のようにかける。

$y=ax^2$ は $(-2,-2)$ を通るので代入し、

$-2 = a \times (-2)^2 \longrightarrow a = -\frac{1}{2}$ //

---

(5) $m+n=90$，$mn=2021$ を満たす自然数m，n（$m<n$）を求めなさい。

$m = 90-n$ を $mn = 2021$ に代入し、

$(90-n) \times n = 2021$

$n^2 - 90n + 2021 = 0$

$(n-43)(n-47) = 0$

$n = 43, 47$ なので

$m = 47, 43$

$m<n$ より $(m, n) = (43, 47)$ //

---

(6) 5の数字が入った自然数を次のように小さいものから順に並べていく。

5，15，25，35，45，50，51，52，…

このとき，555は最初から数えて何番目の数字となるか答えなさい。

5が入っている1ケタの数 … 5, 15, 25, 35, 45 の5コ

2ケタ 〃 … 50, 51, 52, … , 58, 59

65, 75, 85, 95 の14コ

$\Big\}$ 19コ

3ケタ 〃 … 105, 115 のように↑と同じく19コ

が百の位1〜4にもあるので

$19 \times 4 = 76$ コ

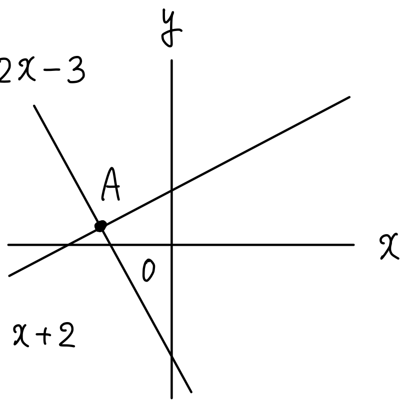
百の位が5のとき 501〜555は

56コある。

以上より $19 + 19 \times 4 + 56 = 151$ 番目 //

(7)　3直線 $y=-2x-3$ ①，$y=\frac{1}{2}x+2$ ②，$y=ax$ ③ が三角形を作らないような定数 a の値をすべて求めなさい。

① $y=-2x-3$



② $y=\frac{1}{2}x+2$

三角形を作らないためには、
3直線のうち 2直線が平行であるときと，点Aを $y=ax$ が通るとき。

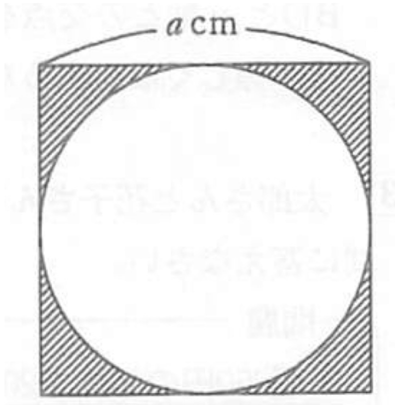
平行になるのは，①∥③ で $a=-2$
②∥③ より $a=\frac{1}{2}$

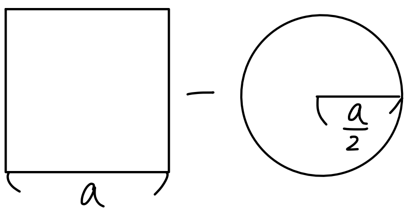
①と②の交点は $\begin{cases} y=-2x-3 \\ y=\frac{1}{2}x+2 \end{cases}$ より $(x, y)=(-2, 1)$　$a=-\frac{1}{2}$

以上より　$a=-2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ //

---

(8)　右図のように，円が1辺の長さが a cmの正方形の4辺と接している。斜線部分の面積が b cm² であるとき，この正方形の面積を b を用いて表しなさい。

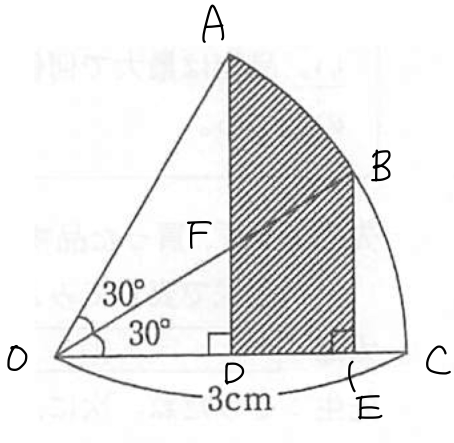




＝ 求める斜線部分の面積 b cm²

$$a^2-\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2=b$$
$$a^2-\frac{a^2}{4}\pi=b$$
$$a^2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)=b$$
$$a^2\left(\frac{4-\pi}{4}\right)=b$$
$$a^2=b\times\frac{4}{4-\pi}$$
$$a^2=\frac{4b}{4-\pi}$$ //

(9) 右図のようなおうぎ形がある。斜線部分の面積を求めなさい。



$\triangle OAD \equiv \triangle BOE$ で

$\triangle OFD$ は 2つの三角形 に共通して

いるので

$\triangle OAF$ と 四角形 FDEB の

面積 は 等しくなる。

よって

斜線部分 = おうぎ形 OAB

$$= 3 \times 3 \times \pi \times \frac{30}{360} = \frac{3}{4}\pi \ (cm^2)$$

---

(10) 下図のように，A～Jの10人が10点満点のゲームを行い，点数表を作ったが汚れてしまい，G，Hの点数がわからなくなってしまった。点数は自然数であり，Hの点数がGの点数より低いことはわかっている。このとき，点数の中央値を求めなさい。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	平均値	範囲
点数	9	5	9	6	3	9			4	2	6.0	8

G と H の点数 を それぞれ x，y とする。 ($x > y$)

・平均値 = 6.0 より

$$(9+5+9+6+3+9+x+y+4+2) \div 10 = 6.0$$

$$x + y = 13$$

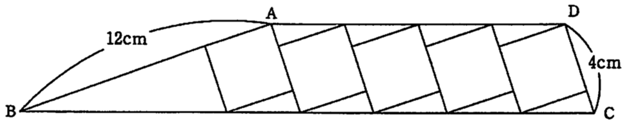
・範囲 = 8 より 最大値 − 最小値 = 8

x が 9 以下 だと 範囲 8 や $x+y=13$ を 満たさない。

$x = 10$，$y = 3$ となる。 点数を小さい順に並べると，

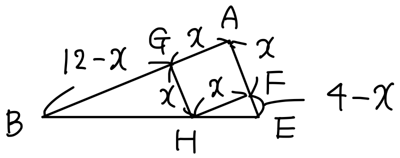
2，3，3，4，5，6，9，9，9，10 で 中央値は $\frac{5+6}{2} = 5.5$

(11) 下図のように，同じ大きさの正方形を５個並べ，両端の正方形の一辺を延長した直線と各正方形の頂点を通る直線を結んで台形ＡＢＣＤを作ったところ，辺ＡＢの長さが12㎝辺ＣＤの長さが４㎝となった。



このとき，正方形の面積が $\boxed{①}$ ㎠であるから，この台形ＡＢＣＤの面積は正方形１個の面積の $\boxed{②}$ 倍である。空欄①と②にあてはまる数値を答えなさい。

① 正方形の1辺の長さを x cm とする。



△GBH ∽ △FHE より

$12-x : x = x : 4-x$

$$x^2 = (12-x)(4-x)$$
$$x^2 = 48 - 12x - 4x + x^2$$
$$x = 3$$

∴ 正方形の面積は 9cm² //

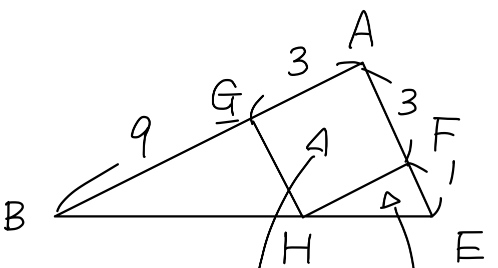
---

② $\triangle GBH = GH \times BG \times \frac{1}{2}$

$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} = \frac{27}{2}$

$\triangle FHE = FE \times HF \times \frac{1}{2}$

$= 1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$



台形ABCD = △GBH + 正方形 × 5 + △FHE × 9

$= \frac{27}{2} + 9 \times 5 + \frac{3}{2} \times 9$

$= \frac{27}{2} + \frac{90}{2} + \frac{27}{2}$

$= \frac{144}{2} = 72$ cm²

正方形の面積 9cm² の 8倍 //

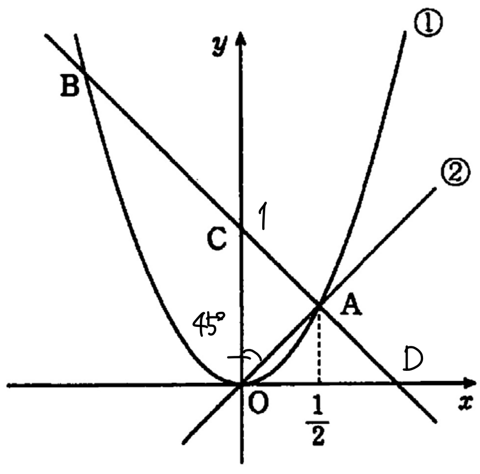
2.

　右図のように，放物線 $y = ax^2$…① と直線 $y = bx$…② が原点Oと点Aで交わっており，点Aの x 座標は $\frac{1}{2}$ である。放物線①上に点A以外の点Bをとり，直線ABと y 軸との交点をCとする。点Cの y 座標が1，∠AOC=45°であるとき，次の各問に答えなさい。

(1)　a，b の値をそれぞれ求めなさい。

(2)　点Bの座標を求めなさい。

(3)　線分OA上に2点O，Aとは異なる点Dをとり，直線BDと y 軸との交点をEとする。△BCEと△ODEの面積が等しくなるような点Dの座標を求めなさい。



(1)　∠AOC = 45° より ∠AOD = 45° で

②の傾きは 1 となるので $y = x$

∴ $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$y = ax^2$ に代入して　$\frac{1}{2} = \frac{1}{4}a$　$a = 2$　　以上より　$a = 2$，$b = 1$

---

(2)　AとCの座標より　ACは　$y = -x + 1$

Bは $y = 2x^2$ と $y = -x + 1$ の交点

$$\begin{cases} y = 2x^2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

$2x^2 = -x + 1$

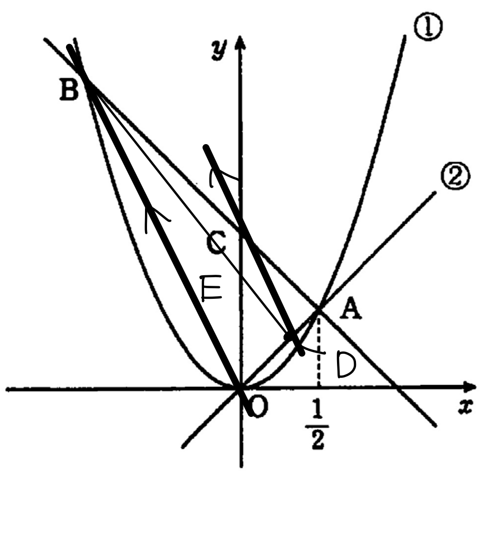
$2x^2 + x - 1 = 0$

$x = \frac{1}{2}, -1$

B $(-1, 2)$

---

(3)



△BCE = △ODE

等積変形の考えを用いると，

△BCE + △BCO = △ODE + △BCO

∴ BO // CD となり

CD : $y = -2x + 1$

$y = x$ と $y = -2x + 1$ の交点D

の座標を求める。

$x = -2x + 1$

より　$x = \frac{1}{3}$　　$D\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

3.

太郎さんと花子さんは，下の問題について先生と会話をしています。下の会話文を読み，後の各問に答えなさい。

問題

1個650円の品物を2000円の箱に入れて買うとき，合計の代金が10000円以下になるようにしたい。品物は最大で何個買うことができるか求めなさい。ただし，消費税については考えないものとする。

先生：まず，買った品物の数を x 個として，問題文中にある下線部分の数量の関係を x を用いた不等式で表してみよう。

太郎：［　①　］と表すことができます。

先生：そうだね。次に，この不等式を解いていこう。

花子："不等式を解く"とは何ですか？

先生：みんなは中学1年生で"方程式を解く"ことを学習したよね。
方程式では，両辺に同じ数を足しても，引いても等号"＝"は成り立った。両辺に同じ数をかけても，両辺を0でない同じ数で割っても等号"＝"は成り立ったよね。
それでは，不等式ではどうだろう。"不等式を解く"ことを説明する前に，不等式の性質について確認していこうか。
不等式の両辺に同じ数を足しても，不等号の向きは変わらないよ。つまり，

$A>B$　ならば　$A+C>B+C$

という性質が成り立つということだ。
それでは，不等式の両辺から同じ数を引いたらどうなるかな？

花子：［　②　］ですね。

先生：そうだね。同様に，同じ正の数をかけても，同じ正の数で割っても不等号の向きは変わらないよ。つまり，

$C>0$ であるとき，$A>B$　ならば　$A\times C>B\times C$

であるし，

$C>0$ であるとき，$A>B$　ならば　$A\div C>B\div C$

であるということ。次に同じ負の数をかけた場合，どうなるか考えていくよ。
そのために，$A>B$ の両辺から，［　③　］を引いてみると，

$A-($［　③　］$)>B-($［　③　］$)$

となるから，両辺を計算すると，$-A<-B$ となるね。

太郎：あっ！結果的に，$A>B$ の両辺に -1 をかけると不等号の向きが変わっているということですね。

先生：そのとおり。不等式は両辺に同じ負の数をかけると，不等号の向きが変わるという性質があるよ。つまり，

$C<0$ であるとき，$A>B$　ならば　$A\times C<B\times C$

ということだよ。また，同じ負の数で割っても不等号の向きが変わるんだ。
方程式を解くときと同じように，これらの性質を利用して x が満たす範囲を求めることを，"不等式を解く"というんだよ。

花子：わかりました。さっそく，問題の不等式を解いてみます。

(1)　空欄①にあてはまる適当な不等式を答えなさい。

(2)　空欄②にあてはまるものを次の (あ)～(え) 中から選び記号で答えなさい。

(あ)　$A>B$　ならば　$A-C<B-C$

(い)　$A>B$　ならば　$A-C\leqq B-C$

(う)　$A>B$　ならば　$A-C>B-C$

(え)　$A>B$　ならば　$A-C=B-C$

(3)　空欄③にあてはまる適当な式を答えなさい。

(4)　①の不等式を解いて，品物が最大何個買えるか求めなさい。

① $650x+2000\leqq 10000$ //

② $A>B$ に対して
両辺に $(-C)$ を加えると
$A+(-C)>B+(-C)$
$A-C>B-C$
∴ (う) //

③ $A-(A+B)$
$>B-(A+B)$
$-B>-A$
③ $A+B$ //

(4) $650x+2000\leqq 10000$
両辺から 2000 を引いて
$650x\leqq 8000$
両辺を 650 で割ると、
$x\leqq \frac{8000}{650}=\frac{160}{13}\fallingdotseq 12.3$
∴ 最大 12個 買える //

4.

下図のように，０から順に番号が書かれたマスがある。スタート地点を０のマスとしてコマを置く。

0	1	2	3	4	5	6	7	…	

以下の各問に答えなさい。

(1)　さいころをふって出た目の数だけコマを右側に動かすものとする。コマが最後に５のマスに止まった場合を成功とするゲームを行う。
ただし，５のマスより右側に来るような場合はその時点でゲーム失敗とする。
さいころを最大３回までふることができるとした場合，ゲームが成功するさいころの目の出方は何通りあるか答えなさい。

(2)　次に，さいころをふって偶数の目が出たときはコマを右側に出た目の数だけ動かし，奇数の目が出たときはコマを左側に出た目の数だけ動かすものとする。コマが最後に５のマスに止まった場合を成功とするゲームを行う。
ただし，スタート地点の０のマスより左側に来るような場合はその時点でゲーム失敗とする。さいころを最大３回までふることができるとした場合，ゲームが成功するさいころの目の出方は何通りあるか答えなさい。

(1)　さいころの出目を考える。

- 1回で成功する場合 … 出目は 5
- 2回 〃 … (1, 4) (2, 3) (3, 2) (4, 1)
- 3回 〃 … (1, 1, 3) (1, 2, 2) (1, 3, 1)
  (2, 1, 2) (2, 2, 1)
  (3, 1, 1)

以上 11通り

---

(2)
- 1回 … なし
- 2回 … (6, 1) の 1通り
- 3回 … (1, 2, 4) (2, 3, 6) (3, 4, 4) (4, 5, 6)

1回目に奇数は×，2回目で失敗は× を考えると，

(1, 2, 4) は (1, 2, 4) (2, 1, 4) (2, 4, 1) (1, 4, 2) で 4通り
(2, 3, 6) は (2, 6, 3) (6, 2, 3) (6, 3, 2) の 3通り
(3, 4, 4) は (4, 3, 4) (4, 4, 3) の 2通り
(4, 5, 6) は (6, 4, 5) (6, 5, 4) (4, 6, 5) の 3通り

以上 13通り