

高校入試過去問(愛 知) (R 4) 年数学

(100点満点(45分))

1.

(1) $\{-4^2 - 7 \times (-2)^3\} \div (-5^2)$ を計算しなさい。

(2) $(\sqrt{7} - 1)^2 + \frac{14}{\sqrt{7}}$ を計算しなさい。

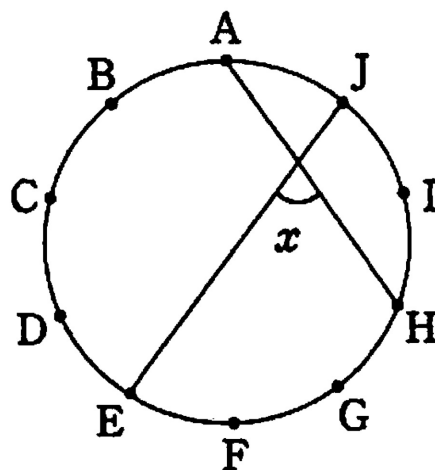
(3) y は x に反比例し、 $x = -21$ のとき、 $y = \frac{2}{7}$ である。 $y = 3$ のときの x の値を求めなさい。

- (4) x, y についての連立方程式 $\begin{cases} 3ax - by = 10 \\ bx + 2ay = -6 \end{cases}$ の解が $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ であるとき、 a と b の値をそれぞれ求めなさい。

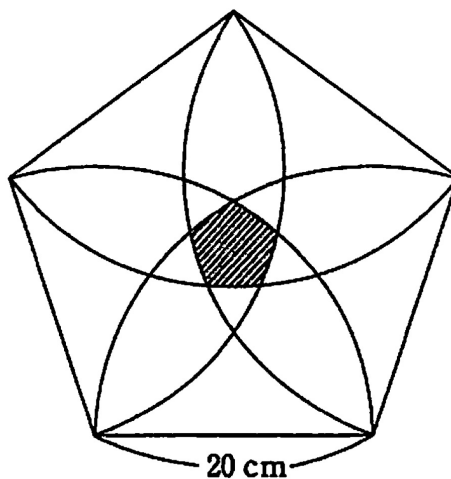
- (5) 2桁^{りた}の正の整数がある。これを8倍すると3桁になり、さらに8倍してもまだ3桁だった。最初の2桁の整数として考えられるものをすべて求めなさい。

- (6) 2次方程式 $x^2 - ax + 36 = 0$ の2つの解がともに自然数であるとき、 a の値を小さい順にすべて求めなさい。

- (7) 右の図において、点A, B, C, D, E, F, G, H, I, Jは円周を10等分する点である。
このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



- (8) 右の図のような、1辺20cmの正五角形の内側に、各頂点を中心として各辺を半径とする円弧を描いたとき、図の斜線部分の周の長さを求めなさい。

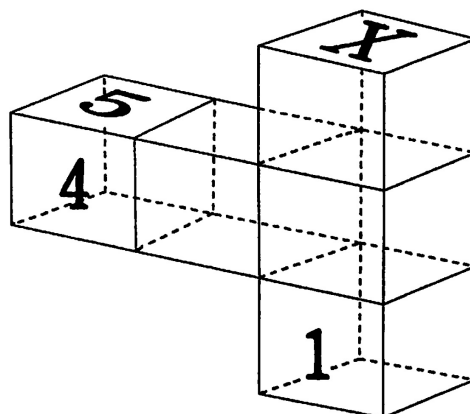


(9) 下の表は、35人のクラスで10点満点のテストを行った結果である。

7点の生徒が9点の生徒のちょうど3倍いるとき、得点の中央値を求めなさい。

得点(点)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数(人)	0	0	2	5	0	8	1		3		4

(10) 向かい合った面の目の和が7になるサイコロが5つある。このサイコロを接する面の数の和が6になるように下の図のように貼り合わせた。このとき、Xの目はいくつか答えなさい。

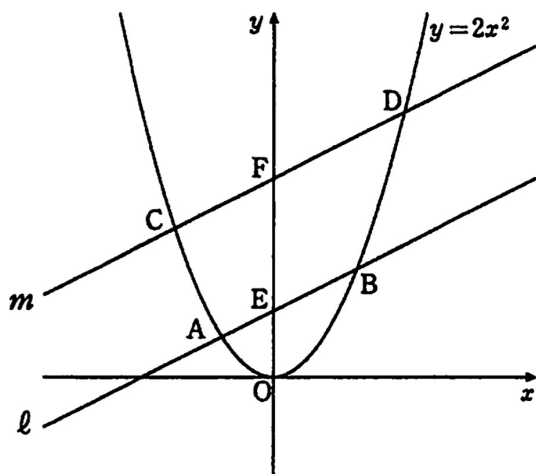


右の図のように、放物線 $y = 2x^2$ は直線 ℓ と 2 点 A, B で、直線 m と 2 点 C, D で交わっていて、点 A, B の x 座標はそれぞれ $-\frac{1}{2}$, 1 である。また、直線 m は直線 ℓ に平行で、直線 ℓ よりも上方にある。

このとき、以下の問に答えなさい。

- (1) 直線 ℓ の式を求めなさい。
- (2) $\triangle ABD$ の面積が 6 であるとき、直線 m の式を求めなさい。
- (3) 右の図のように、 y 軸と直線 ℓ , m の交点をそれぞれ E, F とする。

四角形 AEFC と四角形 EBD F の面積比が 3 : 4 になるとき、直線 m の式を求めなさい。



3.

自然数 n の一の位の数を $\langle n \rangle$ で表すと約束する。例えば、 $\langle 13 \rangle = 3$ 、 $\langle 3^3 \rangle = 7$ である。このとき、以下の問に答えなさい。

- (1) $\langle 3^{13} \rangle$ の値を求めなさい。
- (2) $\langle 33^{2022} \rangle$ の値を求めなさい。
- (3) $\langle 3 \rangle + \langle 3^2 \rangle + \langle 3^3 \rangle + \langle 3^4 \rangle + \cdots + \langle 3^{2021} \rangle + \langle 3^{2022} \rangle$ の値を求めなさい。

図1のように1から10までの数が1つずつ書かれた10枚のカードがあり、また図2のような片方の面が白でもう片方の面が黒の円板が何枚かある。これらのカードから何枚かを同時に引き、カードに書かれた数の和を求め、下の【操作】を行う。ただし、1枚だけカードを引くときは、カードに書かれた数を和として考えるものとする。

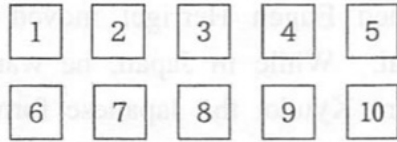


図1



図2

【操作】

最初にすべての円板を白が上になるように横一列に並べる。カードに書かれた数の和の枚数だけ、円板を左端から右へ順に1枚ずつ裏返していく。ただし、右端の円板まで裏返しても、裏返すべき枚数に足りないときは、左端の円板に戻って裏返しを続けるものとする。

※円板の色とは、円板の上の面の色を意味すると約束する。

例えば、右の図3のように、円板が5枚あり、**③**と**④**のカードを引いたときは、7枚の円板を裏返すことになる。

図3

すべて白になるように横一列に並べる



↓ 右端まで5枚裏返す



↓ 左端に戻って、あと2枚裏返す



(1) 円板が全部で5枚あるとき、以下の問に答えなさい。

(a) カードを1枚引いて【操作】を行う。【操作】が終了したとき、4枚の円板が黒である確率を求めなさい。

(b) カードを2枚引いて【操作】を行う。

【操作】が終了したとき、円板は右の図4のようになった。2枚のカードにそれぞれ書かれている数として、考えられるものを2組答えなさい。



図4

(2) Aさんは円板を10枚、Bさんは円板を x 枚もっている。Aさんがカードを何枚か引いて、AさんとBさんそれぞれが【操作】を行う。

例えば、Aさんが引いたカードの数の和が3であるとき、AさんもBさんも3枚自分の円板を裏返すことになる。このとき、以下の問に答えなさい。

(a) Aさんは右端の円板を白から黒にちょうど2回裏返したところで【操作】が終了した。また、Bさんは左端から2番目の円板を白から黒にちょうど3回裏返したところで【操作】が終了した。このとき、 x の値を求めなさい。

(b) 【操作】が終了したとき、Aさん、Bさんともにすべての円板が黒になった。考えられる x の値をすべて求めなさい。ただし、 x は10より小さい自然数とする。

高校入試過去問(愛 知) (R4)年数学

(100点満点(45)分))

1.

(1) $\{-4^2 - 7 \times (-2)^3\} \div (-5^2)$ を計算しなさい。

$$= \{-16 - 7 \times (-8)\} \div (-25) = -\frac{40}{25} = -\frac{8}{5} //$$

(2) $(\sqrt{7} - 1)^2 + \frac{14}{\sqrt{7}}$ を計算しなさい。

$$= (7 - 2\sqrt{7} + 1) + \frac{14\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2}$$

$$= 8 - 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 8 //$$

(3) y は x に反比例し、 $x = -21$ のとき、 $y = \frac{2}{7}$ である。 $y = 3$ のときの x の値を求めなさい。

比例定数は常に一定で $x \times y$ ので

$$-21 \times \frac{2}{7} = x \times 3 \quad x = -2 //$$



$y = \frac{a}{x}$ で考えるより $a = x \times y$ の方が速い
ことが判るので、使えるようにしておこう！

(4) x, y についての連立方程式 $\begin{cases} 3ax - by = 10 \\ bx + 2ay = -6 \end{cases}$ の解が $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ であるとき、 a と b の値をそれぞれ求めなさい。

代入

$$\begin{cases} 3a + 2b = 10 & \dots ① \\ -4a + b = -6 & \dots ② \end{cases}$$

① - ② $\times 2$

$$\begin{array}{rcl} 3a + 2b & = & 10 \\ -) -8a + 2b & = & -12 \\ \hline 11a & = & 22 \\ a & = & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 6 + 2b & = & 10 \\ 2b & = & 4 \\ b & = & 2 \end{array}$$

$$(a, b) = (2, 2) //$$

- (5) 2桁の正の整数がある。これを8倍すると3桁になり、さらに8倍してもまだ3桁だった。最初の2桁の整数として考えられるものをすべて求めなさい。

十の位を a 、一の位を b とすると 2桁の正の整数は $10a+b$ と表せる。

- ① 先に $8 \times 8 \times (10a+b) = 640a + 64b$ を考える。… (※)
 $640a + 64b$ が 3桁なので $a=1$ が決まる。
- ② $8(10a+b) = 80 + 8b$ が 3桁になるので $b=3, 4, 5$
 $b=6$ 以上だと $640a + 64b$ が 4桁になるので $\times$

以上より 13, 14, 15 //



条件が強い方から考えていく。今回だと 8^2 倍の方 (※)
 (絞れる方)

- (6) 2次方程式 $x^2 - ax + 36 = 0$ の2つの解がともに自然数であるとき、 a の値を小さい順にすべて求めなさい。

$x^2 - ax + 36 = 0$ の $+36$ より 因数分解すると、

	a
$(x-36)(x-1)$	$+37$
$(x-18)(x-2)$	$+20$
$(x-12)(x-3)$	$+15$
$(x-9)(x-4)$	$+13$
$(x-6)^2$	$+12$

今回 2つの解が自然数なので

$$(x+36)(x+1)$$

↑
 +の場合は考えなくてよい。

以上より 12, 13, 15, 20, 37 //



失敗例

解の公式を用いると

$$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 144}}{2} = \frac{a \pm \sqrt{(a+12)(a-12)}}{2}$$

ここから、 x が自然数となる a を見つけるのはと大変!

- (7) 右の図において、点A, B, C, D, E, F, G, H, I, Jは円周を10等分する点である。
このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

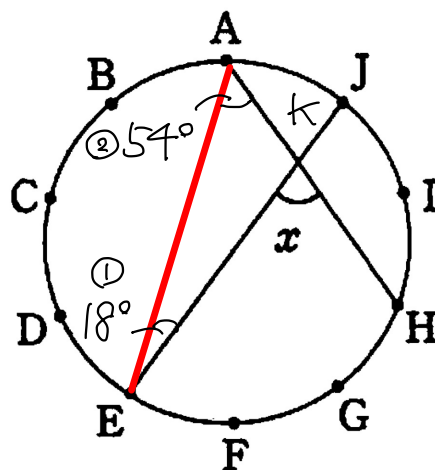
AHとEJの交点をKとすると、

$$\angle x = \widehat{AJ} \text{の円周角} + \widehat{EH} \text{の円周角}$$

- ① $\widehat{AJ}$ の円周角は円周10等分の弧の中心角 $360 \div 10 = 36$ の半分なので 18° ... ①

- ② $\widehat{EH}$ の円周角は10等分の3つ分なので
円周角 $= 18^\circ \times 3 = 54^\circ$... ②

$$\therefore \angle x = ① + ② = 18^\circ + 54^\circ = 72^\circ //$$



- (8) 右の図のような、1辺20cmの正五角形の内に、各頂点を中心として各辺を半径とする円弧を描いたとき、図の斜線部分の周の長さを求めなさい。

- 正五角形の1つの内角は

$$\frac{180(5-2)}{5} = 108^\circ$$

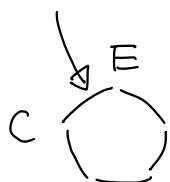
- 図より $BC = BD = CD = 20\text{cm}$ の正三角形BCDとなる。

- 求めたい図形の周の長さは

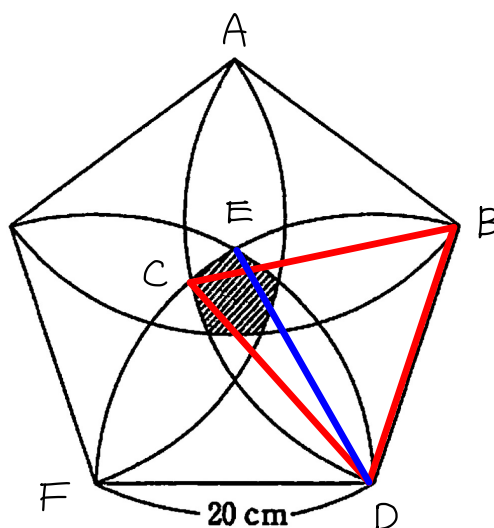
$\widehat{CE} \times 5$ で求められるので $\angle CDE$ を求める。

$$\begin{aligned} \angle CDE &= \angle FDE + \angle CDB - \angle FDB \\ &= 60^\circ + 60^\circ - 108^\circ = 12^\circ \end{aligned}$$

$$\widehat{CE} \times 5 = 2 \times 20 \times \pi \times \frac{12}{360} \times 5 = \frac{20}{3}\pi \text{ (cm)} //$$



周の長さをそのまま求められないので
同じ形で同じ長さを1つ求めた ($\widehat{CE}$)



(9) 下の表は、35人のクラスで10点満点のテストを行った結果である。

7点の生徒が9点の生徒のちょうど3倍いるとき、得点の中央値を求めなさい。

(※)

得点(点)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数(人)	0	0	2	5	0	8	1	a	3	b	4

① 7点の生徒数を a 人
9点の生徒数を b 人 とすると、(※)より $a = 3b$

② 35人のクラスなので $2 + 5 + 0 + 8 + 1 + 3b + 3 + b + 4 = 35$
 $b = 3$

③ 35人の中央は $\frac{35}{2} = 17.5$ より 18番目である。
18番目は 7点の生徒である。

7点

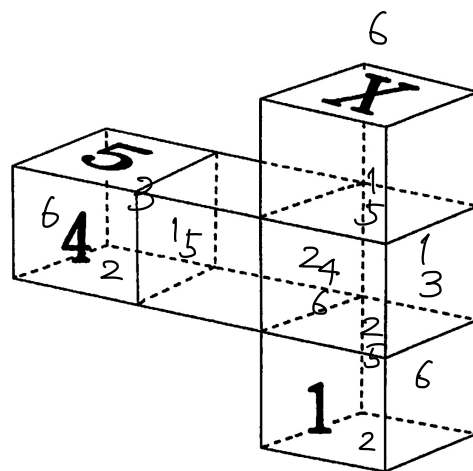
#

(10) 向かい合った面の目の和が7になるサイコロが5つある。このサイコロを接する面の数の和が6になるように下の図のように貼り合わせた。このとき、Xの目はいくつか答えなさい。

サイコロ 1つずつ 向かい合う目 と、
サイコロの目が 全て異なることを
考えて目を見つけよう。

① 最初に  が決まり
横 1列が決まる。

② 右端の 3 の存在と 6 が他のサイコロと
接することができないことから (1, 6) が決まる。

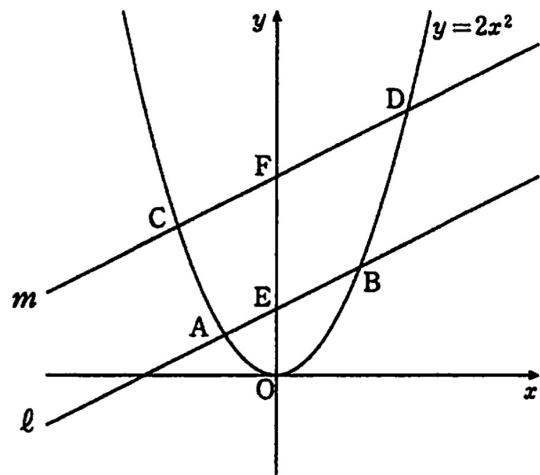


2.

右の図のように、放物線 $y = 2x^2$ は直線 ℓ と 2 点 A, B で、直線 m と 2 点 C, D で交わっていて、点 A, B の x 座標はそれぞれ $-\frac{1}{2}$, 1 である。また、直線 m は直線 ℓ に平行で、直線 ℓ よりも上方にある。

このとき、以下の問に答えなさい。

- (1) 直線 ℓ の式を求めなさい。
- (2) $\triangle ABD$ の面積が 6 であるとき、直線 m の式を求めなさい。
- (3) 右の図のように、 y 軸と直線 ℓ , m の交点をそれぞれ E, F とする。



四角形 AEFC と四角形 EBDF の面積比が 3 : 4 になるとき、直線 m の式を求めなさい。

(1)

$$\text{傾き} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = 1$$

$$y = x + b \text{ に } (1, 2) \text{ を代入し}$$

$$2 = 1 + b \quad b = 1$$

$$y = x + 1$$

(2) $\ell \parallel m$ かつ $\triangle ABD = \triangle ABF = 6$, m の切片を b' とおくと

$$\triangle ABF = \triangle AEF + \triangle BEF$$

$$= (b' - 1) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + (b' - 1) \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4}(b' - 1) = 6 \text{ を解くと } b' = 9 \text{ となるので } m: y = x + 9$$

(3) どちらの四角形も (2) 同様 高さも等しいと考えられるので

$$\text{四角形 AEFC} : \text{四角形 EBDF} = (AE + CF) : (EB + FD)$$

$$= (A \text{ と } C \text{ の } x \text{ 座標の絶対値}) : (B \text{ と } D \text{ の } x \text{ 座標の絶対値}) \quad \dots \textcircled{\star}$$

$\circ$ C, D の x 座標を s, t とおくと $C(s, 2s^2), D(t, 2t^2)$

$$\ell \parallel m \text{ より } CD \text{ の傾きは } 1 \text{ となるので } \frac{2t^2 - 2s^2}{t - s} = 2(t + s) = 1$$

$$t + s = \frac{1}{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{\star} \text{ より } (-s + \frac{1}{2}) : (t + 1) = 3 : 4 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$-4s + 2 = 3t + 3$$

$$4s + 3t = -1 \quad \dots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \text{ と } \textcircled{2}' \text{ より } (s, t) = (-\frac{5}{2}, 3)$$

$$D(3, 18) \text{ での傾きは } 1 \text{ となるので}$$

$$y = x + 15$$

3.

自然数 n の一の位の数を $\langle n \rangle$ で表すと約束する。例えば、 $\langle 13 \rangle = 3$ 、 $\langle 3^3 \rangle = 7$ である。このとき、以下の間に答えなさい。

- (1) $\langle 3^{13} \rangle$ の値を求めなさい。
- (2) $\langle 33^{2022} \rangle$ の値を求めなさい。
- (3) $\langle 3 \rangle + \langle 3^2 \rangle + \langle 3^3 \rangle + \langle 3^4 \rangle + \dots + \langle 3^{2021} \rangle + \langle 3^{2022} \rangle$ の値を求めなさい。

(1) 3 が かけられるときの規則性を見つける。

$$\begin{array}{ccccccccc}
 \langle 3 \rangle & \langle 3^2 \rangle & \langle 3^3 \rangle & \langle 3^4 \rangle & \langle 3^5 \rangle & & & & \\
 \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & & & & \\
 \langle 3 \rangle & \langle 9 \rangle & \langle 27 \rangle & \langle 81 \rangle & \langle 243 \rangle & & & & \\
 \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & & & & \\
 3 & 9 & 7 & 1 & 3 & \dots & 1 & & \\
 \hline
 & & & & & & & &
 \end{array}$$

この 4 つのかたまりを繰り返す!

13 の中に 4 つのかたまりは
 $13 \div 4 = 3 \dots 1$ より 3 つあり
 次のかたまりの 1 つ目が
 13 番目とわかる。

$$\therefore \underline{3} //$$

(2) $\langle 33^{2022} \rangle$

$$\begin{aligned}
 &= \langle (3 \times 11)^{2022} \rangle \quad \text{①} \\
 &= \langle 3^{2022} \times 11^{2022} \rangle \quad \text{②} \\
 &= \langle 3^{2022} \rangle \times \langle 11^{2022} \rangle \quad \text{③} \\
 &= \langle 3^{2022} \rangle \quad \text{④}
 \end{aligned}$$

① 素因数分解

② $(a \times b)^c = a^c \times b^c$

③ 積の 1 の位 = 1 の位の積

④ 11 は何乗しても 1 の位は「1」なので
 $\langle 11^{2022} \rangle = 1$

(1) 同様 $2022 \div 4 = 505 \dots 2$

なので $3, 9, 7, 1$ のかたまりの 2 番目の 9 である

$$\underline{9} //$$

(3) $\langle 3 \rangle + \langle 3^2 \rangle + \langle 3^3 \rangle + \langle 3^4 \rangle + \dots + \langle 3^{2021} \rangle + \langle 3^{2022} \rangle$

$$\begin{aligned}
 &\quad \parallel \\
 &3 + 9 + 7 + 1 \quad \text{のかたまりの数を考える。} \\
 &= 20
 \end{aligned}$$

$$2022 \div 4 = 505 \dots 2 \text{ より}$$

$$20 \times 505 + 3 + 9 = 10112 //$$

$$\begin{aligned}
 2022 \div 4 \\
 = 505 \dots 2 \\
 \text{の利用}
 \end{aligned}$$



いきなり 遠い目標の数
 は求めないで、
 1 つ 1 つ 計算し、
 規則性を見つけ、
 実際よく求める計算方法
 を用いよう!

図1のように1から10までの数が1つずつ書かれた10枚のカードがあり、また図2のような片方の面が白でもう片方の面が黒の円板が何枚かある。これらのカードから何枚かを同時に引き、カードに書かれた数の和を求め、下の【操作】を行う。ただし、1枚だけカードを引くときは、カードに書かれた数を和として考えるものとする。

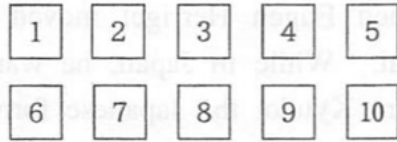


図1

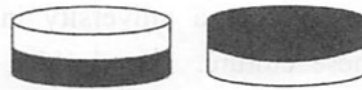


図2

【操作】

最初にすべての円板を白が上になるように横一列に並べる。カードに書かれた数の和の枚数だけ、円板を左端から右へ順に1枚ずつ裏返していく。ただし、右端の円板まで裏返しても、裏返すべき枚数に足りないときは、左端の円板に戻って裏返しを続けるものとする。

※円板の色とは、円板の上の面の色を意味すると約束する。

例えば、右の図3のように、円板が5枚あり、③と④のカードを引いたときは、7枚の円板を裏返すことになる。

図3

すべて白になるように横一列に並べる



↓ 右端まで5枚裏返す



↓ 左端に戻って、あと2枚裏返す



(1) 円板が全部で5枚あるとき、以下の問に答えなさい。

(a) カードを1枚引いて【操作】を行う。【操作】が終了したとき、4枚の円板が黒である確率を求めなさい。

(b) カードを2枚引いて【操作】を行う。

【操作】が終了したとき、円板は右の図4のようになった。2枚のカードにそれぞれ書かれている数として、考えられるものを2組答えなさい。



図4

(2) Aさんは円板を10枚、Bさんは円板を x 枚もっている。Aさんがカードを何枚か引いて、AさんとBさんそれぞれが【操作】を行う。

例えば、Aさんが引いたカードの数の和が3であるとき、AさんもBさんも3枚自分の円板を裏返すことになる。このとき、以下の問に答えなさい。

(a) Aさんは右端の円板を白から黒にちょうど2回裏返したところで【操作】が終了した。また、Bさんは左端から2番目の円板を白から黒にちょうど3回裏返したところで【操作】が終了した。このとき、 x の値を求めなさい。

(b) 【操作】が終了したとき、Aさん、Bさんともにすべての円板が黒になった。考えられる x の値をすべて求めなさい。ただし、 x は10より小さい自然数とする。

(1) (a) 黒4枚は、1枚のカードの数が4または6のとき

●●●●○ ○●●●●

なので 10通りのうち 4, 6 の2通りで $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ //

(b) ●○○○○ は、カードの数の和が「11」のとき。

(1, 10) (2, 9) (3, 8) (4, 7) (6, 5) このうち2組が答えであれば正解。

(2) (a) Aさんはカードの数の和が「30」のとき問題文のようになる。

Bさんは $\quad \quad \quad$ が「 $4x+2$ 」のときなので

$$4x+2=30 \quad x=7 //$$

(b) Aさんが全て黒になるのは、10, 30, 50, ... のときだが、カードの和は1~10の和なので最大55。

よって Aさんが全て黒になるのは 10, 30, 50 のとき。

Bさんが全て黒 $\quad \quad \quad$ $x \times \text{奇数}$ のとき。

(1, 3, 5 ... のとき 黒になり
2, 4, ... のとき 白になるため。)

$x \times \text{奇数} = 10, 30, 50$ ($x < 10$) とするのは、

$$x=2, 6$$

//