(　名電　　)高等学校　　H(30)数学

（１００点満点　（40）分）

１．次の問いに答えなさい。

⑴ $\{-1^2+(5-14)^2\}-\frac{3}{4}\div\frac{3}{20}$ を計算しなさい。

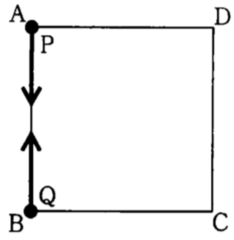
⑵ $a=19$，$b=2$ のとき，$(a+b)^2-6(a+b)+5$ の値を求めなさい。

⑶ 次の大小関係 $3<\sqrt{a}<3.5$ にあてはまる自然数 a は全部で何個あるか求めなさい。

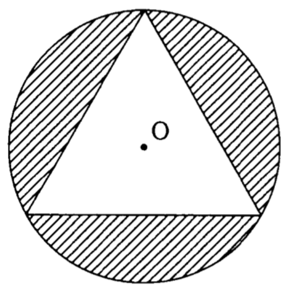
(4) 原価200円の商品Ａ，Ｂに，Ａは４割，Ｂは２割の利益を見込んでそれぞれ定価をつけ，10000円の利益を得るために２つの商品Ａ，Ｂを合わせて200個販売しました。Ｂが売れ残りそうだったので，Ｂのいくつかを定価の半額にして販売したところ，200個すべて売り切ることができ，利益は7600円でした。定価の半額で販売した商品Ｂの個数を求めなさい。

(5) ５時を過ぎてから，時計の長針と短針の間の角度がはじめて50°になるのは何時何分か求めなさい。

(6) 右の図のように２点Ｐ，Ｑが正方形ABCDの頂点Ａ，Ｂにそれぞれあります。さいころを２回投げて，１回目に出た目の数だけ点Ｐは左回りに，2回目に出た目の数だけ点Ｑは右回りに１つずつ頂点を移動します。２回さいころを投げ終わったときに点Ｐ，Ｑが正方形の同じ頂点にある確率を求めなさい。



(7) 右の図のように，半径４の円Ｏの内側に正三角形が接しています。斜線部分の面積を求めなさい。ただし，円周率をπとします。

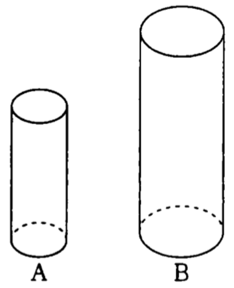


2.

右の図のように２つの相似な円柱Ａ，Ｂがあります。Ａの側面積が18π㎠，Ｂの側面積が32π㎠のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率をπとします。

⑴　円柱ＡとＢの相似比を求めなさい。

⑵　円柱ＡとＢの体積の和が182π㎤であるとき，Ａの底面の半径の長さを求めなさい。

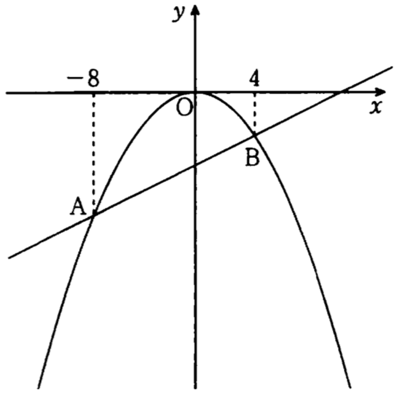


３.

右の図のように，放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上に２点A，Bがあります。点Aの x 座標は -8，点Bの x 座標は４とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　２点A，Bを通る直線の方程式を求めなさい。

(2)　△CABの面積が△OABの面積の２倍となるように点Cを y 軸上にとります。点Cを通り直線ABに平行な直線が x 軸と交わる点の座標を求めなさい。ただし，点Cの y 座標は負とします。

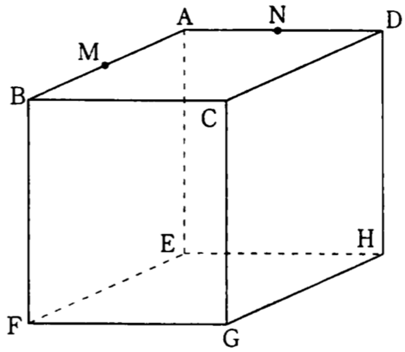


4.

右の図は，1辺が8 cmの立方体ABCD－EFGHで点M，Nはそれぞれ辺AB，ADの中点である。この立方体を4点M，F，H，Nを通る平面で切るとき，次の問いに答えなさい。

(1) 頂点Aを含む方の立体の体積を求めなさい。

(2) 頂点Aを含む方の立体の表面積を求めなさい。



(名電)高等学校 H(30)数学

（１００点満点 （ 40 ）分）

１．次の問いに答えなさい。

(1) $\{-1^2+(5-14)^2\}-\frac{3}{4}\div\frac{3}{20}$ を計算しなさい。

$= -1+(-9)^2-\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}_{1}}\times\frac{\cancel{20}^{5}}{\cancel{3}}$

$= -1+81-5$

$= \underline{75}$ //

(1)から面倒な計算がある学校（名城も）の問題は毎年出題されるので素早く解けるようにしよう！

(2) $a=19,\ b=2$ のとき，$(a+b)^2-6(a+b)+5$ の値を求めなさい。

$a+b=M$ とおくと

$M^2-6M+5 = (M-5)(M-1)$

$= (a+b-5)(a+b-1)$

$= (19+2-5)(19+2-1)$

$= 16\times 20$

$= \underline{320}$ //

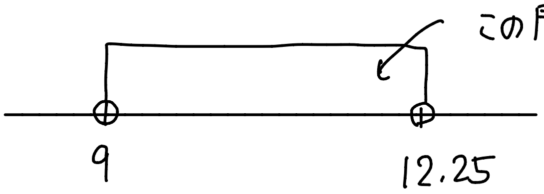
重要

おきかえずに因数分解がパッとできる力をつけると時間を削れる！

(3) 次の大小関係 $3<\sqrt{a}<3.5$ にあてはまる自然数 a は全部で何個あるか求めなさい。

2乗すると， $9<a<12.25$

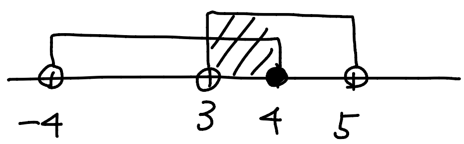
この間に入る自然数が答。



10, 11, 12 の 3個 //

今回のように簡単な不等式だと図は不要かもしれませんが2つの不等式だと，図があると求めやすい。

例 $3<a<5,\ -4<a\leqq 4$



→ $3<a\leqq 4$

(4)　原価200円の商品Ａ，Ｂに，Ａは４割，Ｂは２割の利益を見込んでそれぞれ定価をつけ，10000円の利益を得るために２つの商品Ａ，Ｂを合わせて200個販売しました。Ｂが売れ残りそうだったので，Ｂのいくつかを定価の半額にして販売したところ，200個すべて売り切ることができ，利益は7600円でした。定価の半額で販売した商品Ｂの個数を求めなさい。

	A	B	計
原価	200	200	
利益	4割 80円	2割 40円	10000
定価	$200\times\frac{14}{10}$	$200\times\frac{12}{10}$	
販売個数	x	y	200

◎ 利益 と 販売個数 から

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 80x + 40y = 10000 \end{cases}$$

$\longrightarrow (x, y) = (50, 150)$

Aは50個 ，Bは150個

◎ 利益 ＝ 7600 と，定価の半額で売たBの個数を z 個とすると，

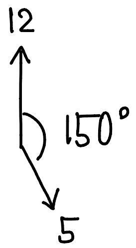
$$80\times 50 - 40(150 - z) - 80z = 7600$$

$$z = 20$$

20個 //

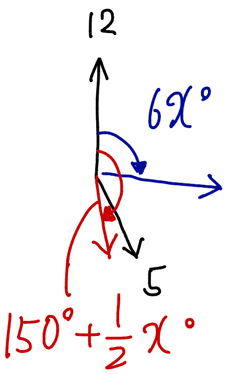
多い情報は表で
まとめるとわかりやすい。

(5)　５時を過ぎてから，時計の長針と短針の間の角度がはじめて50°になるのは何時何分か求めなさい。



◎ 長針 … 60分で 1周360°なので 1分で 6°動く。
短針 … 12時間 720分 で 1周360°なので 1分で $\frac{1}{2}$°動く。

◎ 5時から x 分経つと動く角度を考える。
長針 … 12を0°として 1分で 6°
短針 … 5時の150°から 1分で $\frac{1}{2}$°
x 分後は 長針は $6x$° 短針は $150° + \frac{1}{2}x$°



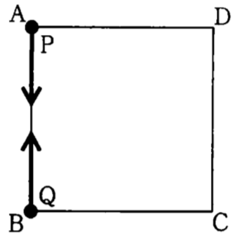
$$\therefore\ 150 + \frac{1}{2}x - 6x = 50$$

$$\frac{11}{2}x = 100$$

$$x = \frac{200}{11}$$

5時 $\frac{200}{11}$ 分 //

(6) 右の図のように２点Ｐ，Ｑが正方形ABCDの頂点Ａ，Ｂにそれぞれあります。さいころを２回投げて，１回目に出た目の数だけ点Ｐは左回りに，2回目に出た目の数だけ点Ｑは右回りに１つずつ頂点を移動します。２回さいころを投げ終わったときに点Ｐ，Ｑが正方形の同じ頂点にある確率を求めなさい。



P − Q

1 − 4 , 2 − 3 , 3 < 2, 6 ,

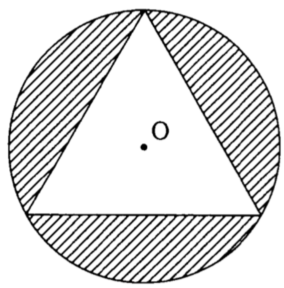
4 < 1, 5 , 5 − 4 , 6 − 3 の 8通り

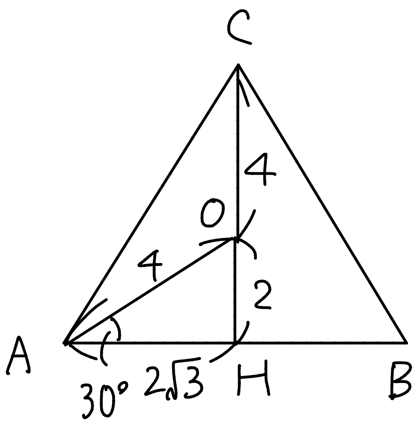
2回のサイコロの出目は 36通り なので $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ //

Point

数え忘れないように，Pを固定して
Qの場合を数えていく。

(7) 右の図のように，半径４の円Ｏの内側に正三角形が接しています。斜線部分の面積を求めなさい。ただし，円周率をπとします。





円の半径が 4 なので
面積 $= \pi \times 4^2 = 16\pi$

求める面積 $= 16\pi - 12\sqrt{3}$ //

正三角形内で 30°, 60°, 90° の
直角三角形で

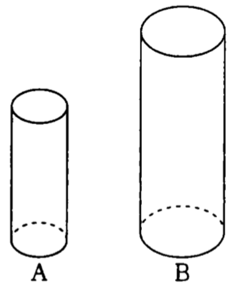
$AH = 2\sqrt{3}$ で $AB = 4\sqrt{3}$
$CH = 6$ となり
$\triangle ABC = 4\sqrt{3} \times 6 \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{3}$

2.

　右の図のように２つの相似な円柱Ａ，Ｂがあります。Ａの側面積が18π cm²，Ｂの側面積が32π cm²のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率をπとします。

(1)　円柱ＡとＢの相似比を求めなさい。

(2)　円柱ＡとＢの体積の和が182π cm³であるとき，Ａの底面の半径の長さを求めなさい。



(1) $A:B = 18\pi : 32\pi = 9:16$
$= 3^2 : 4^2$

$\therefore$ $3:4$ //

Point

相似比の2乗
＝面積比

(2) A, Bの体積比 $= 3^3 : 4^3$
$= 27:64$ … ①

・底面の半径を r，高さを h とすると，
側面積 $= 2\pi r h = 18\pi$ 　　　(Aの体積)
$rh = 9$ 　なので　$V_A = \pi r^2 h$
$= 9\pi r$ … ②

①より $V_B = 9\pi r \times \frac{64}{27} = \frac{64}{3}\pi r$

・$V_A + V_B = 182\pi$ より
$9\pi r + \frac{64}{3}\pi r = 182\pi$
$\frac{91}{3} r = 182$ ， $r = 6$ 　$\therefore$ 半径 $= 6$ cm //

Point

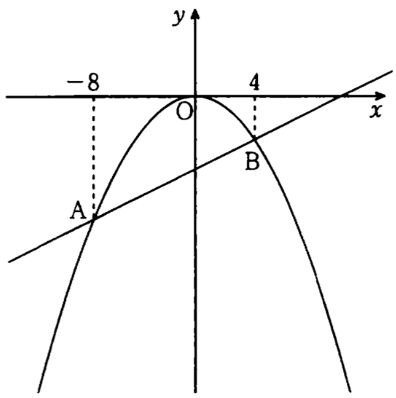
＿＿＿＿の式が作れると
一気に話が進む。

3.

右の図のように，放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上に２点Ａ，Ｂがあります。点Ａの x 座標は−8，点Ｂの x 座標は４とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　２点Ａ，Ｂを通る直線の方程式を求めなさい。

(2)　△CABの面積が△OABの面積の２倍となるように点Ｃを y 軸上にとります。点Ｃを通り直線ABに平行な直線が x 軸と交わる点の座標を求めなさい。ただし，点Ｃの y 座標は負とします。



$y=-\frac{1}{2}x^2$

(1)　A，Bの座標を求める。

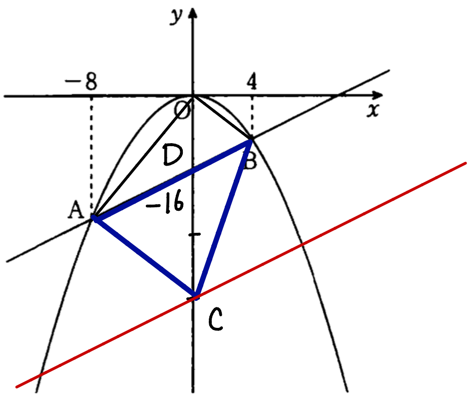
A，Bの x 座標は −8，4 なので

$y=-\frac{1}{2}x^2$ に代入して y 座標を求める。

A(−8，−32)，B(4，−8)

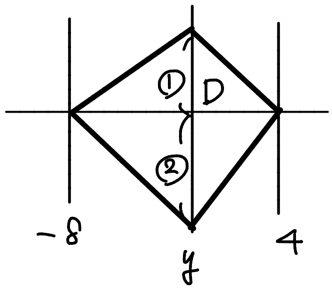
∴ AB：$y=2x-16$ //

(2)



の考えは，よく使います。

「等積変形」で説明できます。



△OAB×2 = △CAB より OD×2 = DC で C(0，−48)

よってCを通りABに平行な直線は $y=2x-48$ となる。

x 軸との交点は $y=0$ を代入すればよい。

$0=2x-48$

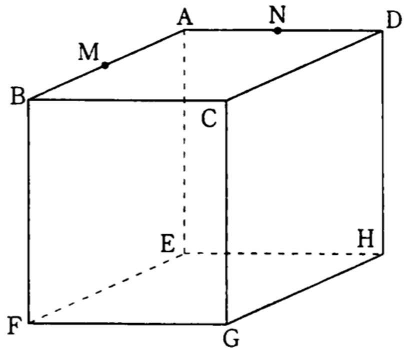
$x=24$　　　(24，0) //

4．

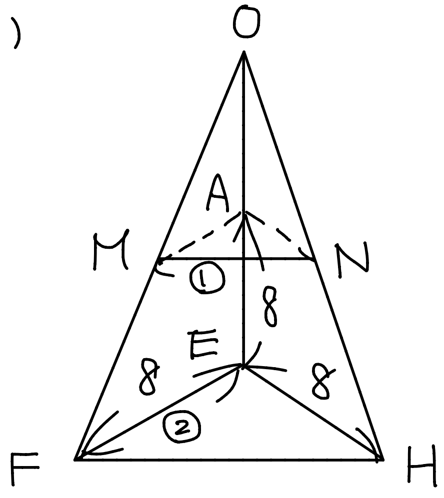
　右の図は，１辺が８cmの立方体ABCD－EFGHで点M，Nはそれぞれ辺AB，ADの中点である。この立方体を４点M，F，H，Nを通る平面で切るとき，次の問いに答えなさい。

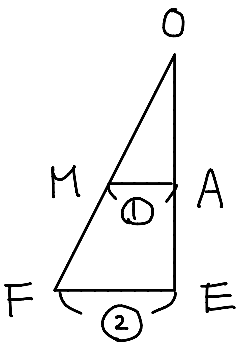
(1)　頂点Aを含む方の立体の体積を求めなさい。

(2)　頂点Aを含む方の立体の表面積を求めなさい。



(1)

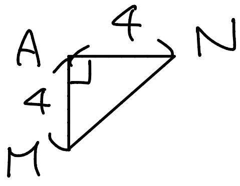




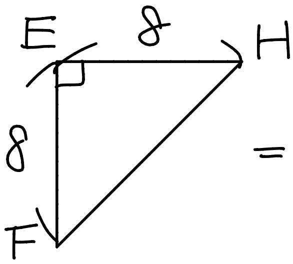
← より $OE = 8 \times 2 = 16$

$$\text{立体} = \text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$$
$$= \triangle EFH \times OE \times \frac{1}{3}$$
$$= 8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{448}{3} \ (\mathrm{cm}^3)$$

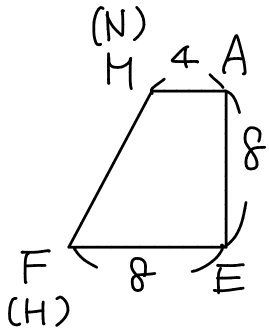
(2)　立体の表面積 ＝ △AMN ＋ △EFH ＋ ⏢AMFE ＋ ⏢ANHE ＋ ⏢MNFH



$= 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$



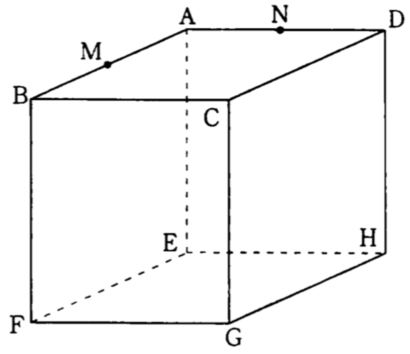
$= 8 \times 8 \times \frac{1}{2} = 32$



$= (4+8) \times 8 \times \frac{1}{2}$

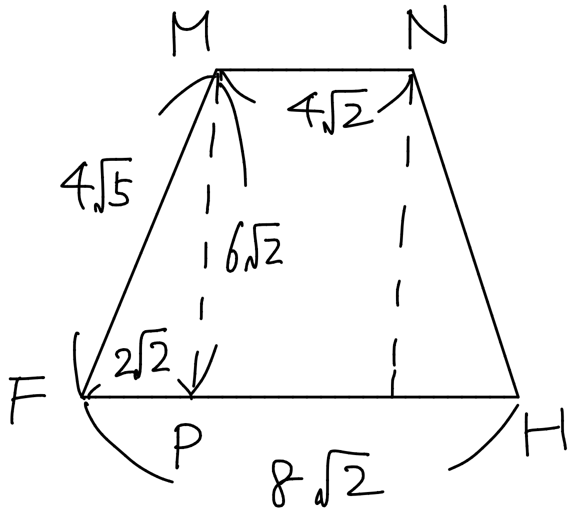
$= 48$

$$MF = \sqrt{BF^2 + BM^2}$$
$$= \sqrt{8^2 + 4^2}$$
$$= 4\sqrt{5}$$



$$FP = (8\sqrt{2} - 4\sqrt{2}) \div 2$$
$$= 2\sqrt{2}$$

$$\therefore MP = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2}$$
$$= 6\sqrt{2}$$



⏢MNFH

$$= (4\sqrt{2} + 8\sqrt{2}) \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$$
$$= 72$$

以上より

立体の表面積 $= \triangle AMN + \triangle EFH$
$+$ ⏢AMFE $+$ ⏢ANHE
$+$ ⏢MNFH

$$= 8 + 32 + (48 \times 2) + 72$$

$$= 208\ (cm^2)$$

よく出る問題です。
素早く組み立てて
答にたどりつく訓練を！