# ( 名電 )高等学校　H(31 )数学 (R1)

（１００点満点　（ 40 ）分）

１．次の問いに答えなさい。

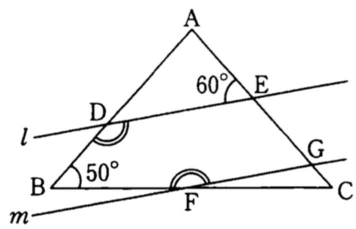
(1)　$\{(-3+1)^3-2^2\}\div\left(1-\frac{5}{2}\right)$ を計算しなさい。

(2)　$a=2\sqrt{3}$，$b=2$ とするとき，$2a^2-2b^2+(a+b)^2$ の値を求めなさい。

(3)　２けたの整数があります。一の位の数は十の位の数より７だけ大きく，それぞれの位の数に２を足した数の積はこの２けたの整数より12だけ大きくなります。このとき，もとの２けたの整数を求めなさい。

(4)　立方体の各面に１から６までの数字が１つずつ書いてあるさいころＡと，立方体の各面に「２」か「５」のどちらかの数字が１つずつ書いてある特殊なさいころＢがあります。この２つのさいころを同時に投げるとき，出る目の和が７以上となる確率は$\frac{1}{2}$でした。このとき，さいころＢの６つの面のうち２の数字が書いてある面はいくつあるか求めなさい。

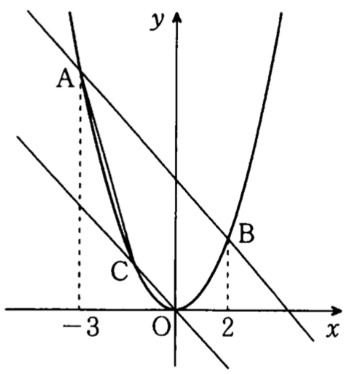
(5)　右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形ABCがあります。直線 $l$ を辺AB，ACと交わるようにひき，交点をそれぞれD，Ｅとします。さらに，直線 $l$ に平行な直線 $m$ を辺BC，ACと交わるようにひき，交点をそれぞれＦ，Ｇとします。∠ABC＝50°，∠AED＝60° のとき∠BDE＋∠BFGの大きさを求めなさい。



(6)　ある部活動の２年生と１年生の部員数の比は　4：3　でした。５人ずつの班に分けて練習をしようとすると，５人の班の他に６人の班が２つできてしまいました。できた班の数の合計が２年生の部員数の$\frac{1}{3}$であるとき，２年生と１年生の部員数はそれぞれ何人ずつか，途中の説明を書いて求めなさい。

## 2.

右の図のように，関数 $y = x^2$ のグラフ上に，２点A，Bがあります。２点A，Bを通る直線に平行で，原点を通る直線が関数 $y = x^2$ のグラフと交わる点のうち原点ではない方の点をCとします。A，Bの $x$ 座標が，それぞれ－３，２であるとき，次の問いに答えなさい。

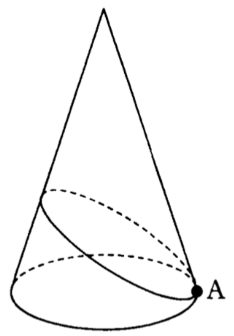



⑴　２点A，Bを通る直線の方程式を求めなさい。

⑵　⑴の直線が $y$ 軸と交わる点をDとするとき，△ACDの面積を求めなさい。

## ３.

右の図のように，底面の半径が２㎝，母線の長さが６㎝の円すいがあります。底面の円周上にある点Ａから，円すいの側面を１周して元の点Ａまで，ひもをゆるまないようにかけます。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率をπとします。



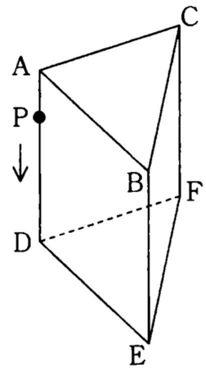

⑴　円すいの体積を求めなさい。

⑵　ひもの長さがもっとも短くなるとき，その長さを求めなさい。

⑶　⑵でかけたひもに沿って円すいを切断したとき，底面を含む方の立体の表面積から，切断面の面積を除いた面積を求めなさい。

## 4.

右の図のように，正三角形ABCを１つの底面とする三角柱ABC－DEFがあります。AB＝12cm，AD＝16cmで，側面はすべて長方形です。点Ｐは点Ａを出発し，辺AD上を毎秒２cmの速さで点Ｄまで進み，その後辺DE上を毎秒４cmの速さで点Ｅまで動きます。このとき，次の問いに答えなさい。




⑴　点Ｐが辺AD上にあり，四角形APEBの面積が156cm²となるのは，点Ｐが点Ａを出発してから何秒後か求めなさい。

⑵　点Ｐが点Ａを出発してから２秒後の三角すいPDEFの体積は，三角柱ABC－DEFの体積の何倍か求めなさい。

⑶　点Ｐが点Ａを出発してから10秒後の線分CPの長さを求めなさい。

# ( 名電 )高等学校　H( 31 )数学 (R1)

（１００点満点　（ 40 ）分）

1．次の問いに答えなさい。

(1)　$\{(-3+1)^3-2^2\}\div\left(1-\frac{5}{2}\right)$ を計算しなさい。

$$= (-8-4)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$= -12\times\left(-\frac{2}{3}\right) = \underline{8}$$

(2)　$a=2\sqrt{3}$, $b=2$ とするとき，$2a^2-2b^2+(a+b)^2$ の値を求めなさい。

$$= 2(a^2-b^2)+(a+b)^2$$
$$= 2(a+b)(a-b)+(a+b)^2$$
$$= (a+b)\{2(a-b)+(a+b)\}$$
$$= (a+b)(3a-b)$$
$$= (2\sqrt{3}+2)(6\sqrt{3}-2)$$
$$= 36-4\sqrt{3}+12\sqrt{3}-4 = \underline{-8\sqrt{3}+32}$$

Point

そのまま代入しても
めんどくさくありませんが
「式変形」が早い
場合が多いので、
練習は式変形で！

(3)　２けたの整数があります。①一の位の数は十の位の数より７だけ大きく，②それぞれの位の数に２を足した数の積はこの２けたの整数より12だけ大きくなります。このとき，もとの２けたの整数を求めなさい。

求める2けたの整数は，十の位を $a$，一の位を $b$ とすると，
$10a+b$ と表される。

$$\begin{cases} b = a+7 & \cdots ① \\ (a+2)(b+2) = 10a+b+12 & \cdots ② \end{cases}$$

① を ② に代入

$$(a+2)(a+9) = 10a+a+7+12$$
$$a^2+11a+18 = 11a+19$$
$$a^2-1=0$$
$$(a+1)(a-1)=0 \qquad a=1,\ -1$$

一の位は自然数なので　$a=1$

$b=1+7=8$　　∴ $\underline{\text{2けたは } 18}$

(4)　立方体の各面に１から６までの数字が１つずつ書いてあるさいころＡと，立方体の各面に「２」か「５」のどちらかの数字が１つずつ書いてある特殊なさいころＢがあります。この２つのさいころを同時に投げるとき，出る目の和が７以上となる確率は$\frac{1}{2}$でした。このとき，さいころＢの６つの面のうち２の数字が書いてある面はいくつあるか求めなさい。

① Bの2の面の数を $a$
Bの5 〃 $b$ とおると、

サイコロは6面なので $a+b=6$

② B−A

2 < 5, 6　　5 < 2, 3, 4, 5, 6　の7通り

全36通り中、和が7以上の確率が$\frac{1}{2}$なので
← この場合の数が18通りとなる。

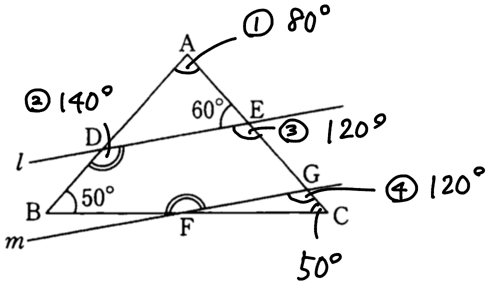
$2a+5b=18$

$$\begin{cases} a+b=6 \\ 2a+5b=18 \end{cases}$$

↳ $(a, b)=(4, 2)$

∴ 2の面は4つ

(5)　右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形ABCがあります。直線 $l$ を辺AB，ACと交わるようにひき，交点をそれぞれD，Eとします。さらに，直線 $l$ に平行な直線 $m$ を辺BC，ACと交わるようにひき，交点をそれぞれF，Gとします。∠ABC＝50°，∠AED＝60° のとき∠BDE＋∠BFGの大きさを求めなさい。




① △ABCは二等辺三角形なので
$\angle B=\angle C=50^\circ$，$\angle A=180^\circ-50^\circ\times 2=80^\circ$

② △ADEで外角の性質より
$\angle BDE=\angle DAE+\angle AED$
$=80^\circ+60^\circ=140^\circ$

③ $l /\!/ m$ の同位角より
$\angle FGC=\angle DEG=120^\circ$

④ △FGCで外角の性質より
$\angle BFG=\angle FGC+\angle ACB$
$=120^\circ+50^\circ=170^\circ$

②，④より
$\angle BDE+\angle BFG$
$=140^\circ+170^\circ$
$=310^\circ$

(6)　ある部活動の２年生と１年生の部員数の比は　４：３　でした。５人ずつの班に分けて練習をしようとすると，５人の班の他に６人の班が２つできてしまいました。できた班の数の合計が２年生の部員数の$\frac{1}{3}$であるとき，２年生と１年生の部員数はそれぞれ何人ずつか，途中の説明を書いて求めなさい。

◎ 2年生を $4x$，3年生を $3x$ 人とする。

班の合計数は，$\frac{4x+3x-6\times 2}{5}+2=4x\times\frac{1}{3}$

$$\frac{7x-12}{5}+2=\frac{4}{3}x \quad \downarrow\times 15$$

$$21x-36+30=20x$$

$$x=6$$

∴ 2年生 … $4\times 6=24$人
　 3年生 … $3\times 6=18$人 //


比の場合

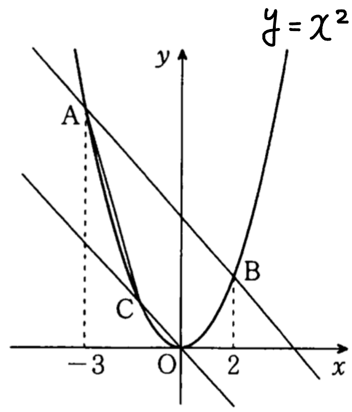
$x$を用いると，式が作れて先に進める!

2.

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，２点A，Bがあります。２点A，Bを通る直線に平行で，原点を通る直線が関数 $y=x^2$ のグラフと交わる点のうち原点ではない方の点をCとします。A，Bの $x$ 座標が，それぞれ $-3$，２であるとき，次の問いに答えなさい。

(1)　２点A，Bを通る直線の方程式を求めなさい。

(2)　(1)の直線が $y$ 軸と交わる点をDとするとき，△ACDの面積を求めなさい。




(1)　A，Bの $x$ 座標が $-3$，2より

$y$ 座標は 9，4 なので

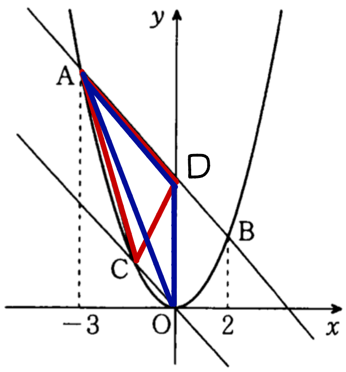
A$(-3,9)$，B$(2,4)$

∴ AB：$y=-x+6$

(2)　AB // CO より　底辺ADで等積変形すると，△ACD ＝ △AOD

$= 6\times3\times\frac{1}{2}$

$= 9$




Point

平行線がある場合

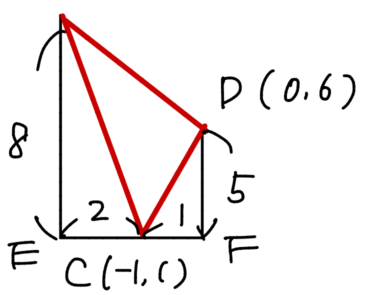
等積変形の可能性(大)

こういう解き方も修得すべきですが、今回は「等積変形」が得策でした。

時間がかかる解き方

AB // CO から　CO：$y=-x$

$\begin{cases} y=x^2 \\ y=-x \end{cases}$ から C$(-1,1)$




面積 ＝ 台形AEFD − △AEC − △DFC

$= (5+8)\times3\times\frac{1}{2} - 2\times8\times\frac{1}{2} - 1\times5\times\frac{1}{2} = 9$

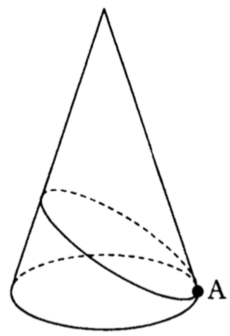
３．

右の図のように，底面の半径が２cm，母線の長さが６cmの円すいがあります。底面の円周上にある点Ａから，円すいの側面を１周して元の点Ａまで，ひもをゆるまないようにかけます。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率をπとします。

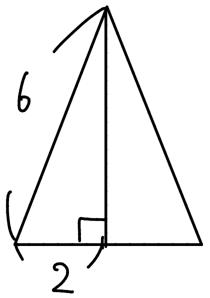
(1) 円すいの体積を求めなさい。

(2) ひもの長さがもっとも短くなるとき，その長さを求めなさい。

(3) (2)でかけたひもに沿って円すいを切断したとき，底面を含む方の立体の表面積から，切断面の面積を除いた面積を求めなさい。




(1)



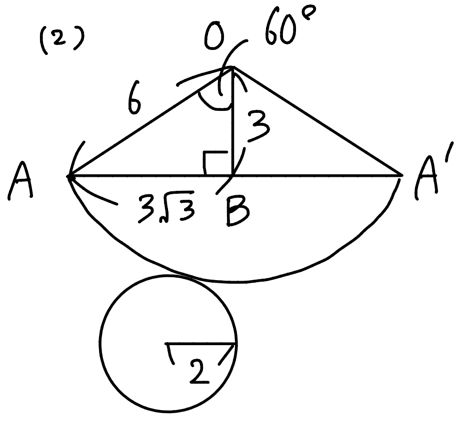

三平方の定理を用いて

$$高さ = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$$

$$体積 = \pi \times 2^2 \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi \ (\mathrm{cm}^3)$$

---

(2)




◎ おうぎ形の中心角

$$= 360 \times \frac{2 \times 2 \times \pi}{6 \times 2 \times \pi} \quad \begin{array}{l} \leftarrow 底面・円周の長さ \\ \leftarrow おうぎ形・弧の長さ \end{array}$$

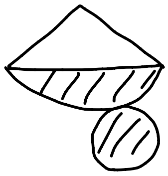
$$= 120°$$

◎ 30°, 60°, 90° の直角三角形で三平方。

求めるひもの長さ ＝ $AA' = 2 \times AB$

$$= 6\sqrt{3} \ (\mathrm{cm})$$

---

(3) 求める面積は  の斜線部

$$円錐の表面積 - \triangle OAA' = \left(\pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} + \pi \times 2^2\right) - 6\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$= 16\pi - 9\sqrt{3} \ (\mathrm{cm}^2)$$

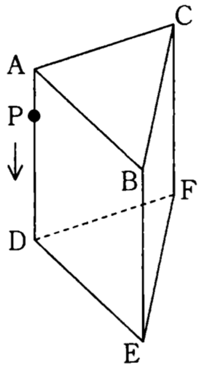
4.

右の図のように，正三角形ABCを１つの底面とする三角柱ABC－DEFがあります。AB＝12cm，AD＝16cmで，側面はすべて長方形です。点Ｐは点Ａを出発し，辺AD上を毎秒２cmの速さで点Ｄまで進み，その後辺DE上を毎秒４cmの速さで点Ｅまで動きます。このとき，次の問いに答えなさい。

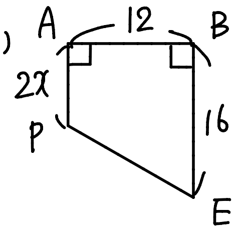
(1)　点Ｐが辺AD上にあり，四角形APEBの面積が156cm²となるのは，点Ｐが点Ａを出発してから何秒後か求めなさい。

(2)　点Ｐが点Ａを出発してから２秒後の三角すいPDEFの体積は，三角柱ABC－DEFの体積の何倍か求めなさい。

(3)　点Ｐが点Ａを出発してから10秒後の線分CPの長さを求めなさい。



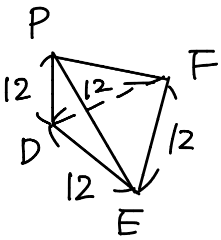

(1)




求める時間 を $x$ とすると，
AD上は毎秒 2cm なので
移動キョリ(AP) = $2x$ cm 。

□APEB = (AP + BE) × AB × $\frac{1}{2}$
$156 = (2x + 16) \times 12 \times \frac{1}{2}$
$2x + 16 = 26$
$x = 5$　　5秒後

(2)




◎ ABC－DEF = 底面積 DEF × 高さ 16
◎ P－DEF = 底面積 DEF × 高さ $12 \times \frac{1}{3}$

何倍？

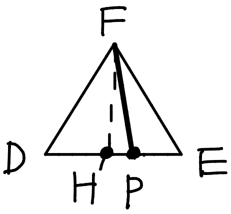
ここだけの比較でよい。

$16 \div \frac{12}{3} = 4$　　4倍

Point

2つの図形に共通する部分の面積（今回は底面積DEF）を求めていると，とても時間がかかる。

(3)　10秒後は DP = 8 cm の位置。




$$CP = \sqrt{CF^2 + (FH^2 + HP^2)}$$
$$= \sqrt{16^2 + ((6\sqrt{3})^2 + 2^2)}$$
$$= \sqrt{368} = 4\sqrt{23}\ \text{(cm)}$$