(中京大中京　)高等学校　　H(30)数学

（１００点満点　（40）分）

１．次の問いに答えなさい。

⑴ $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times 32 - (-27) \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \boxed{1}$ である。

⑵ $a=23$，$b=5$ のとき，$(a-b)^2+(a-b)-2$ の値は $\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}$ である。

⑶ 993×997 と 996×994 のうち，大きい方から小さい方を引くと，$\boxed{5}$ である。

(4)　$(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)-\sqrt{192}=\boxed{6}-\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ である。

(5)　$x=\sqrt{5}y-1$, $y=\sqrt{5}x$ のとき, $x(x+2y)-(\sqrt{5}x+\sqrt{5}y-1)^2$ の値を求めると

$\dfrac{\boxed{9}\boxed{10}}{\boxed{11}\boxed{12}}$ である。

(6)　2次方程式 $2ax^2-ax+5=0$ の解の1つが $x=1$ であるとき，もう1つの解を求めると

$x=\dfrac{\boxed{13}\ \boxed{14}}{\boxed{15}}$ である。

(7)　$\dfrac{7}{11}$ について，

(a)　小数第3位の数字を求めると $\boxed{16}$ である。

(b)　小数第4位の数字を求めると $\boxed{17}$ である。

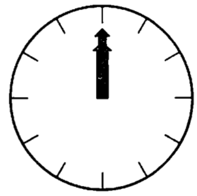
(c)　小数第1位から小数第2017位までの各位の数字の和を求めると $\boxed{18}\ \boxed{19}\ \boxed{20}\ \boxed{21}$ である。

(8) $\frac{77}{15}x$，$\frac{55}{6}x$，$\frac{121}{21}x$ がすべて正の整数になる分数 x のうち，最小のものを求めると

$x = \dfrac{\boxed{22}\,\boxed{23}\,\boxed{24}}{\boxed{25}\,\boxed{26}}$ である。

(9) 1から6までの数字が書かれたカードが1枚ずつはいっている箱がある。この箱から，カードを続けて2枚取り出し，1枚目を十の位，2枚目を一の位として2けたの数をつくる。できた数が3の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{27}}{\boxed{28}}$ である。ただし，取り出したカードは箱にもどさないものとする。

(10) 右の図の時計は，長針が１分ごとに６°ずつ時計回りに動く。また短針は12分ごとに６°ずつ時計回りに動く。この時計が ２：36 を示しているとき，長針と短針でできる角 x を求めると $\boxed{29}\boxed{30}\boxed{31}$°である。ただし，$x$ は180°より小さいものとする。



(11) 太郎君は，1日あたり７kmのランニングを目標としている。下の表は，ある１週間に太郎君が実際に走った距離と，目標との違いを示したものである。

曜日	日	月	火	水	木	金	土
目標との違い(km)	0	＋3	＋6	−3	−2	＋4	−1

① 太郎君が１日あたりに走った距離の範囲は $\boxed{32}$ kmである。

② この１週間に，太郎君が走った距離の平均値は $\boxed{33}$ kmである。

2.

△ABCにおいて，∠B＝∠C ならば AB＝AC であることを証明したい。語群から，もっとも適するものを番号で選び，マークせよ。

証明

∠Aの二等分線をひき，BCとの交点をDとする。

△ABDと△ACDで，ADが∠Aの二等分線だから，

$\boxed{\quad 34 \quad}$ ……ア

仮定より

$\boxed{\quad 35 \quad}$ ……イ

三角形の内角の和が180°であることと，ア，イから

$\boxed{\quad 36 \quad}$ ……ウ

またADは共通だから

AD＝AD……エ

ア，ウ，エから $\boxed{\quad 37 \quad}$ ので

△ABD≡△ACD

よって

$\boxed{\quad 38 \quad}$ である。

語群

①∠ABD＝∠ACD

②∠ADB＝∠ADC

③∠BAD＝∠CAD

④AB＝AC

⑤BD＝CD

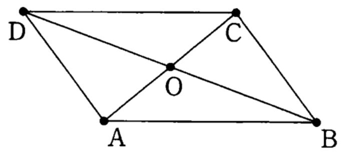
⑥１組の辺とその両端の角が，それぞれ等しい

⑦２組の辺とその間の角が，それぞれ等しい

⑧３組の辺が，それぞれ等しい

3.

AB＝５，AC＝４ である平行四辺形ABCDを考える。対角線の交点をOとする。このとき，
次の各問いに答えよ。



⑴ ∠BAC＝90°のとき，平行四辺形ABCDの面積を求めよ。$\boxed{\text{A}}$

⑵ AC：AD＝４：５ のとき，線分OBの長さを求めよ。$\boxed{\text{B}}$

⑶ AC：AD＝４：５ のとき，平行四辺形ABCDのすべての辺に内側から接する円の半径を求め よ。$\boxed{\text{C}}$

4.

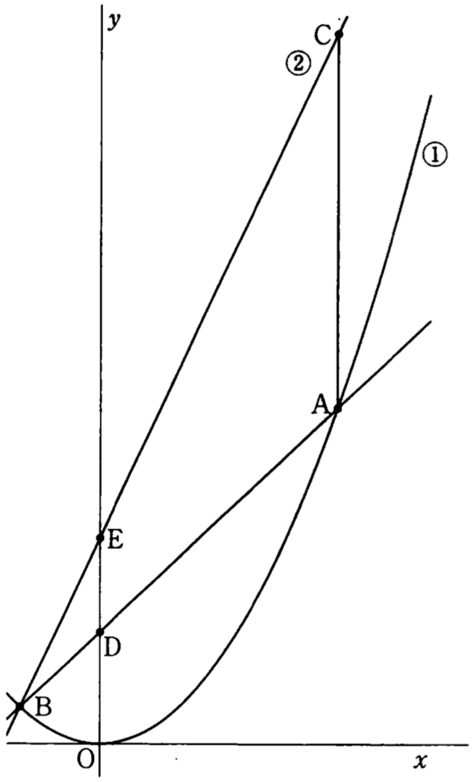
右の図のように関数 $y=ax^2\ (a>0)$ ……①のグラフが点A（9，18）を通る。放物線①と直線 $y=3x+11$ ……②との交点のうち，x 座標が負であるものをBとする。さらに直線②上に点Aと x 座標が等しい点Cをとる。直線ABと y 軸との交点を点D，直線②と y 軸との交点を点Eとする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。 $\boxed{\text{D}}$

(2) 点Bの座標を求めよ。 $\boxed{\text{E}}$

(3) 線分ABの長さを求めよ。 $\boxed{\text{F}}$

(4) 線分AB上に点P，線分BC上に点Qを，AC // PQ，AP＝PQ となるようにとる。このとき，△ABCの面積Sと四角形DEQPの面積Tの比を最も簡単な整数の比で表せ。 $\boxed{\text{G}}$



(中京大中京　)高等学校　　H(30)数学

（１００点満点　（40）分）

１．次の問いに答えなさい。

(1) $\left(\frac{1}{4}\right)^2\times32-(-27)\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=$ $\boxed{1}$ である。

$= \frac{1}{16}\times32-(-27)\times\frac{1}{9}$

$= 2+3 = \underline{5}$ //

(2) $a=23$, $b=5$ のとき，$(a-b)^2+(a-b)-2$ の値は $\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}$ である。

$(a-b)^2+(a-b)-2$

$= M^2+M-2$

$= (M+2)(M-1)$

$= (a-b+2)(a-b-1)$

$(23-5+2)(23-5-1)$

$= 20\times17$

$= \underline{340}$ //

Point

18^2+18-2 なら
即代入でも良いと
思います。

(3) 993×997 と 996×994 のうち，大きい方から小さい方を引くと，$\boxed{5}$ である。

$M=995$ とおくと

$993\times997=(M-2)(M+2)$

$996\times994=(M+1)(M-1)$

$993\times997-996\times994$

$=(M-2)(M+2)-(M+1)(M-1)$

$=M^2-4-M^2+1$

$=-3$

よって 996×994 の方が大きく

その差は $\underline{3}$ //

Point

大小比較

・○ − △ ＞ 0
　○の方が大きい。

・○ − △ ＜ 0
　△の方が大きい。

(4) $(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)-\sqrt{192}=\boxed{6}-\boxed{7}\sqrt{\boxed{8}}$ である。

$$= (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+3) - 8\sqrt{3}$$

$$= 3+4\sqrt{3}+3-8\sqrt{3}$$

$$= \underline{6-4\sqrt{3}} \ /\!/$$

$$\sqrt{192} = \sqrt{2^2\times 2^2\times 2^2\times 3}$$

$$= 2\times 2\times 2\times\sqrt{3}$$

$$= 8\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 192 \\ 3 & 96 \\ 2 & 32 \\ 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ & 2 \end{array}$$

Point

$1+\sqrt{3} \rightarrow \sqrt{3}+1$ とすると
展開公式が使えて少し早い!

(5) $x=\sqrt{5}y-1$, $y=\sqrt{5}x$ のとき, $x(x+2y)-(\sqrt{5}x+\sqrt{5}y-1)^2$ の値を求めると $\dfrac{\boxed{9}\,\boxed{10}}{\boxed{11}\,\boxed{12}}$ である。

① $x=\sqrt{5}y-1$ に $y=\sqrt{5}x$ を代入。

$x=\sqrt{5}\times\sqrt{5}x-1$

$x=5x-1 \longrightarrow x=\frac{1}{4}$

② $x=\frac{1}{4}$, $y=\frac{\sqrt{5}}{4}$ 与式に代入。

$$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}+\frac{2\sqrt{5}}{4}\right)-\left(\frac{\sqrt{5}}{4}+\frac{1}{4}\right)^2$$

$$=\frac{1}{16}+\frac{2\sqrt{5}}{16}-\frac{5}{16}-\frac{2\sqrt{5}}{16}-\frac{1}{16}$$

$$=\underline{-\frac{5}{16}} \ /\!/$$

Point

① 与式が複雑なので
x, yの式から考え
ました。

② 通常、与式を整理
しますが、答えに
$\sqrt{\ }$ がないことから
うまく消えると思い
代入で解きました。

(6)　2次方程式 $2ax^2 - ax + 5 = 0$ の解の1つが $x = 1$ であるとき，もう1つの解を求めると

$x = \dfrac{\boxed{13}\ \boxed{14}}{\boxed{15}}$ である。

◎ 解の1つが $x=1$ なので代入して　$2a - a + 5 = 0$

$a = -5$

$$-10x^2 + 5x + 5 = 0$$
$$2x^2 - x - 1 = 0$$
(※)
$$(x-1)(2x+1) = 0$$
$$x = 1,\ -\frac{1}{2}$$

∴ もう1つの解は $-\dfrac{1}{2}$ //

Point

1つの解が α

$(x-\alpha)($ 式 $) = 0$ とおける。

あとは係数を見て

2と1を決める流れ。

$(2x+1)$

(7) $\dfrac{7}{11}$について，

(a)　小数第3位の数字を求めると $\boxed{16}$ である。

(b)　小数第4位の数字を求めると $\boxed{17}$ である。

(c)　小数第1位から小数第2017位までの各位の数字の和を求めると $\boxed{18}\ \boxed{19}\ \boxed{20}\ \boxed{21}$ である。

(a)
(b)

$$\begin{array}{r} 0.6363 \\ 11\,\overline{)\,70} \\ 66 \\ \hline 40 \\ 33 \\ \hline 70 \\ 66 \\ \hline 40 \end{array}$$

小数第3位 = 6

第4位 = 3 //

Point

大きな数はかたまり(ペア)を見つけて効率良く計算♪

(c)　小数第奇数位 = 6

第偶数位 = 3

$\dfrac{7}{11} = 0.\underbrace{63}\,\underbrace{63}\,\underbrace{63}\cdots$

63のペアがいくつあるか、 $2017 \div 2 = \underbrace{1008}_{\text{ペア数}} \cdots 1$

次のペアの最初の数は6

$(6+3) \times 1008 + 6 = 9078$ //

(8) $\frac{77}{15}x$, $\frac{55}{6}x$, $\frac{121}{21}x$ がすべて正の整数になる分数 x のうち，最小のものを求めると

$x=\dfrac{\boxed{22}\boxed{23}\boxed{24}}{\boxed{25}\boxed{26}}$ である。

① 素因数分解に表すと，

$$\frac{77}{15}x=\frac{7\times11}{3\times5}x$$

$$\frac{55}{6}x=\frac{5\times11}{2\times3}x$$

$$\frac{121}{21}x=\frac{11\times11}{3\times7}x$$

① 3つの数の分母を約分するには，最小公倍数が必要なので，分母にある数の最低限ある個数をかけると

$$2\times3\times5\times7=210$$

① 3つの数の分子を最小にするには，最大公約数が必要なので分子に共通している「11」

以上より $\dfrac{210}{11}$

(9) 1から6までの数字が書かれたカードが1枚ずつはいっている箱がある。この箱から，カードを続けて2枚取り出し，1枚目を十の位，2枚目を一の位として2けたの数をつくる。できた数が3の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{27}}{\boxed{28}}$ である。ただし，取り出したカードは箱にもどさないものとする。

カードの取り出し方は

1 ─ 2, 3, 4, 5, 6

十の位の通り

5通りが6つあるので

$5\times6=30$ 通り

十の位	一の位	十の位	一の位
1	2	4	2
1	5	4	5
2	1	5	1
2	4	5	4
3	6	6	3

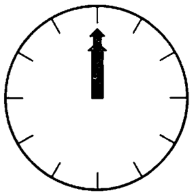
の10通り

$\therefore\ \dfrac{10}{30}=\dfrac{1}{3}$

Point

樹形図を全てかかなくても同じしくみで考えると，**かけ算**で求めることができて，早い！

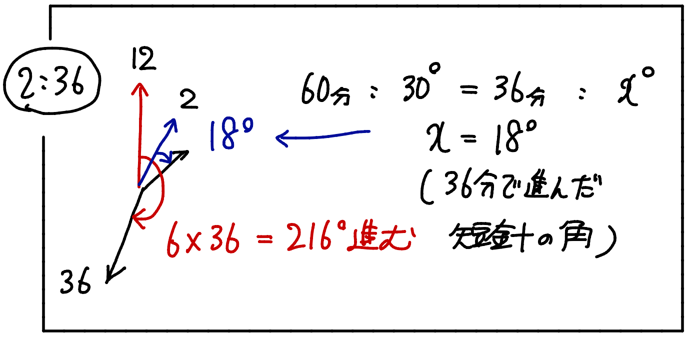
(10) 右の図の時計は，長針が1分ごとに6°ずつ時計回りに動く。また短針は12分ごとに6°ずつ時計回りに動く。この時計が 2：36 を示しているとき，長針と短針でできる角 x を求めると $\boxed{29}\boxed{30}\boxed{31}$°である。ただし，$x$ は180°より小さいものとする。

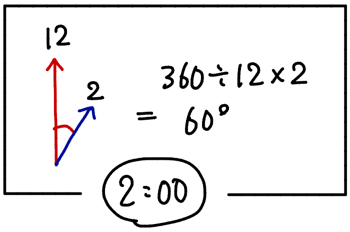


短針と12時が作る角のうち小さい方の角を「短角」
長針 〃 「長角」 と表現する。

◎ 求める角 ＝ (2:36 の 短角 − 長角) − (2:00 の 短角 − 長角)

＝ (長 $6\times36=216^\circ$
短 $6\times(36\div12)=18^\circ$ 進む) − (60°)





$216-18-60$
$=138^\circ$ //

(11) 太郎君は，1日あたり7kmのランニングを目標としている。下の表は，ある1週間に太郎君が実際に走った距離と，目標との違いを示したものである。

曜日	日	月	火	水	木	金	土
目標との違い(km)	0	＋3	＋6	−3	−2	＋4	−1

① 太郎君が1日あたりに走った距離の範囲は $\boxed{32}$ kmである。
② この1週間に，太郎君が走った距離の平均値は $\boxed{33}$ kmである。

① 最大 … 火曜
最小 … 水曜

$+6-(-3)=9$ 　9km //

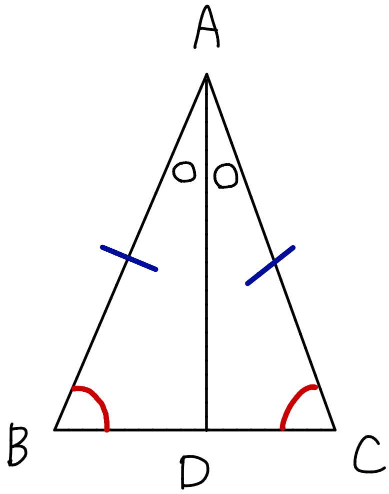
◎ 範囲 ＝ 最大 − 最小

② 違いの平均 ＝ $\dfrac{0+3+6-3-2+4-1}{7} = \dfrac{7}{7} = 1$ km

∴ 目標 7km ＋ 1km ＝ 8km //

2.

△ABCにおいて，∠B＝∠C ならば AB＝AC であることを証明したい。語群から，もっとも適するものを番号で選び，マークせよ。



証明

∠Aの二等分線をひき，BCとの交点をDとする。

△ABDと△ACDで，ADが∠Aの二等分線だから，

[34] ……ア 3

仮定より

[35] ……イ 1

三角形の内角の和が180°であることと，ア，イから

[36] ……ウ 2

またADは共通だから

AD＝AD……エ

ア，ウ，エから [37] ので

△ABD≡△ACD 6

よって

[38] である。 4

語群

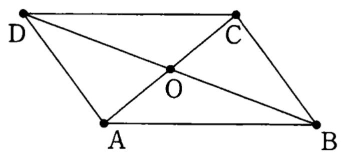
①∠ABD＝∠ACD	⑤BD＝CD
②∠ADB＝∠ADC	⑥１組の辺とその両端の角が，それぞれ等しい
③∠BAD＝∠CAD	⑦２組の辺とその間の角が，それぞれ等しい
④AB＝AC	⑧３組の辺が，それぞれ等しい

Point

教科書の二等辺三角形の証明。
他の三角形やいろいろな四角形の
性質の証明もおさえておこう！

3.

AB＝5，AC＝4 である平行四辺形ABCDを考える。対角線の交点をOとする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) ∠BAC＝90°のとき，平行四辺形ABCDの面積を求めよ。$\boxed{\text{A}}$

(2) AC：AD＝4：5 のとき，線分OBの長さを求めよ。$\boxed{\text{B}}$

(3) AC：AD＝4：5 のとき，平行四辺形ABCDのすべての辺に内側から接する円の半径を求めよ。$\boxed{\text{C}}$

(1) $\square ABCD = AB \times CA$

$= 5 \times 4 = \underline{20}$ //

$\angle BAC = 90^\circ$ より CA が高さになる。

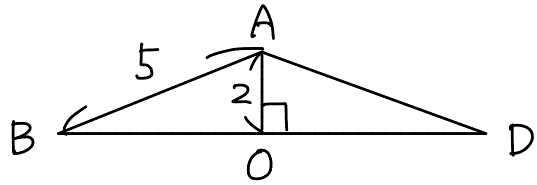
---

(2) $AD = \frac{5}{4}AC = \frac{5}{4} \times 4 = 5 = AB$ なので

$\triangle ABD$ は $AD = AB$ の二等辺三角形。

四角形 ABCD は，ひし形となり

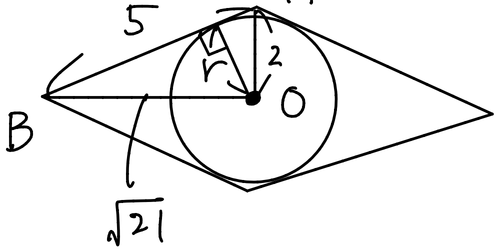
対角線はそれぞれの中点で交わり，$AC \perp DB$。



よって $OB = \sqrt{5^2 - 2^2} = \underline{\sqrt{21}}$ //

---

(3)



$\triangle OAB$ は (2) より

$\sqrt{21} \times 2 \times \frac{1}{2} = \sqrt{21}$

半径 r と AB で求めると，

$5 \times r \times \frac{1}{2} = \sqrt{21}$

$\underline{r = \frac{2\sqrt{21}}{5}}$ //

4.

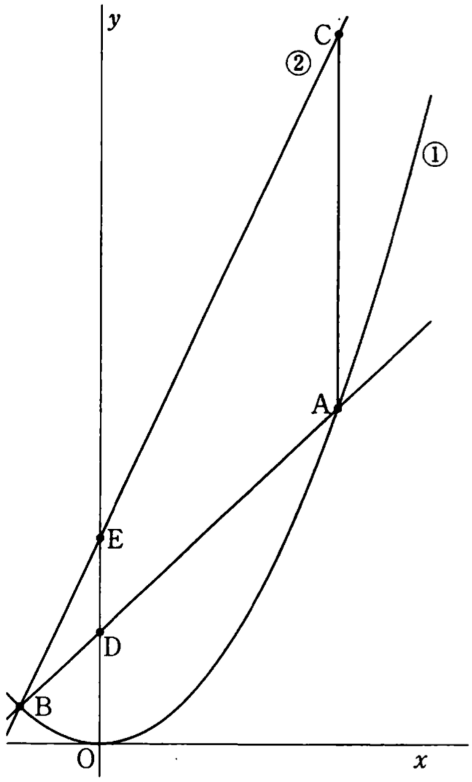
右の図のように関数 $y=ax^2\ (a>0)$ ……①のグラフが点A（9，18）を通る。放物線①と直線$y=3x+11$……②との交点のうち，x座標が負であるものをBとする。さらに直線②上に点Aとx座標が等しい点Cをとる。直線ABとy軸との交点を点D，直線②とy軸との交点を点Eとする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) aの値を求めよ。 $\boxed{\text{D}}$

(2) 点Bの座標を求めよ。 $\boxed{\text{E}}$

(3) 線分ABの長さを求めよ。 $\boxed{\text{F}}$

(4) 線分AB上に点P，線分BC上に点Qを，AC∥PQ，AP＝PQ となるようにとる。このとき，△ABCの面積Sと四角形DEQPの面積Tの比を最も簡単な整数の比で表せ。 $\boxed{\text{G}}$



(1) A(9, 18) を通るので

$y=ax^2$ に代入し，

$18=81a \quad a=\dfrac{2}{9}$ //

(2) $\begin{cases} y=\dfrac{2}{9}x^2 & \cdots ① \\ y=3x+11 & \cdots ② \end{cases}$

$\dfrac{2}{9}x^2=3x+11$

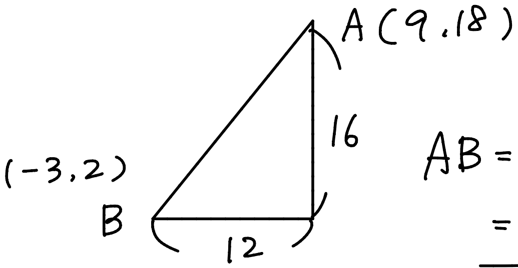
$2x^2-27x-99=0$

↓ 解くと，

$x=\dfrac{33}{2},\ -3$

$\therefore$ B$(-3, 2)$ //

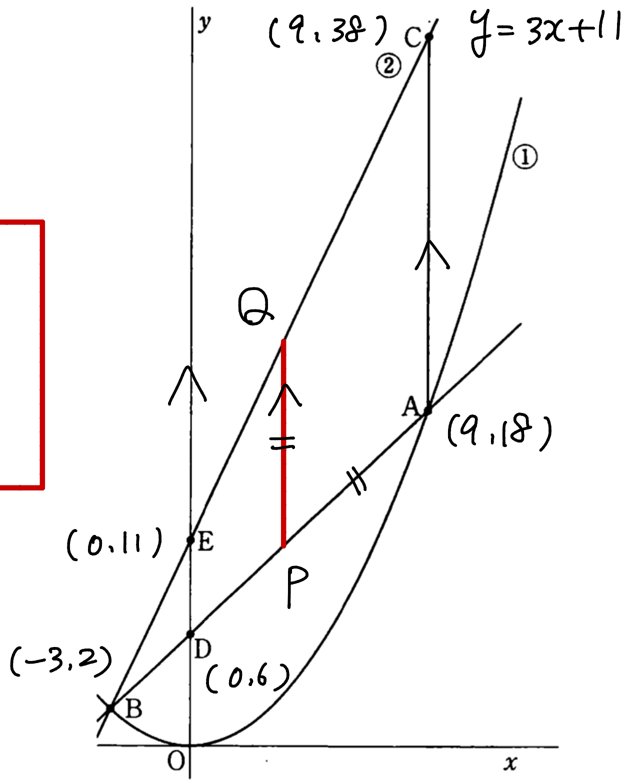
(3) A(9, 18) B(−3, 2) より



$AB=\sqrt{16^2+12^2}$

$=20$ //

(4) 線分AB上に点P，線分BC上に点Qを，AC // PQ，AP＝PQ となるようにとる。このとき，△ABCの面積Sと四角形DEQPの面積Tの比を最も簡単な整数の比で表せ。$\boxed{\text{G}}$



Point

全ての点の座標を求めれば
△ABCの面積 や 四角形DEQP
の面積を求められる。

① A(9, 18) と BC : $y = 3x + 11$ より
C(9, 38)

① $\triangle ABC = AC \times 12 \times \frac{1}{2}$
$\overset{\shortparallel}{S} \qquad = 20 \times 12 \times \frac{1}{2} = 120$

① E(0, 11) BC : $y = 3x + 11$ より

① AB : $y = \frac{4}{3}x + 6$ （2点 (−3, 2)(9, 18)より）
よって D(0, 6)

① Pのx座標をtとおくと
$P\left(t, \frac{4}{3}t + 6\right)$ $Q(t, 3t + 11)$

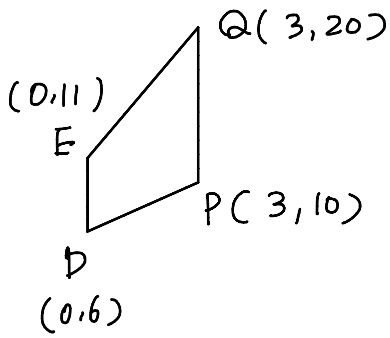
$$PQ = \left\{3t + 11 - \left(\frac{4}{3}t + 6\right)\right\} = \frac{5}{3}t + 5$$

$$AP = \sqrt{\left\{18 - \left(\frac{4}{3}t + 6\right)\right\}^2 + (9 - t)^2}$$

AP = PQ より $AP^2 = PQ^2$

$$\left(\frac{5}{3}t + 5\right)^2 = \left\{18 - \left(\frac{4}{3}t + 6\right)\right\}^2 + (9 - t)^2$$

↓ 解くと
$t = 3$



∴ 四角形 DEQP

$= (5 + 10) \times 3 \times \frac{1}{2}$
$= \frac{45}{2} = T$

$S = 120$
$T = \frac{45}{2}$ より

$S : T = 120 : \frac{45}{2}$
$= 240 : 45$
$= 16 : 3$