

高校入試過去問(中京大中京高校) (R2)年数学

100点満点 (40) 分

1.

(1) $\left\{(-12) \times \left(-\frac{5}{3}\right) - 6\right\} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $\frac{n}{6}, \frac{n^2}{84}, \frac{n^3}{245}$ がすべて自然数となるような最小の n は $\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}$ である。

(3) $x = 3 + \sqrt{2}, y = 3 - \sqrt{2}$ のとき, $x^2 - y^2 = \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(4) 関数 $y = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} x^2$ で、 x の変域が $-4 \leq x \leq 3$ のとき、 y の最大の値は8である。

(5) $\frac{\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} + 2}{\frac{11}{3} - \frac{5}{2}} = 4$ である。

(6) 1個のさいころを続けて3回投げるとき、3回とも同じ目が出る確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}} \boxed{\text{ソ}}}$ である。

(7) n を素数とする。 $100 < n^2 < 360$ を満たす n は 個ある。

(8) 連立方程式 $2x + y = 5$ $x - 5y = 5$ の解は、 $x =$, $y =$ である。

(9) 点A (4, 2) を、点P (−3, 5) を中心として点対称移動させた点をBとすると、点Bの座標は (,) である。

- (10) 25人の生徒がそれぞれさいころを1回投げ、出た目の数をそれぞれの得点として記録する。下の表は23人目までの生徒の得点を整理したものである。

得点(点)	1	2	3	4	5	6	計
人数(人)	4	3	5	3	5	3	23

25人の生徒全員がさいころを投げ終わったとき、

- (i) 平均値が3.56点となる確率は $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。
- (ii) 中央値が4点となる確率は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。
- (iii) 最頻値が3点のみとなる確率は $\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ である。

2.

点Aと点Cの y 座標が等しく、点Bと点Cの x 座標が等しくなる

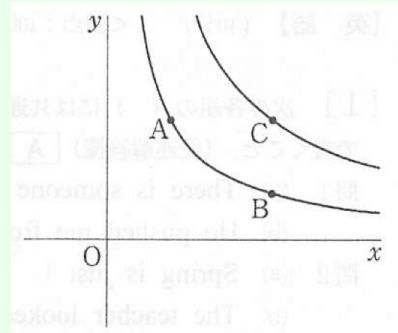
ように、 $y = \frac{5}{x}$ のグラフ上に点Aと点Bを、 $y = \frac{15}{x}$ のグラフ上に点Cをとる。また、点Aの x 座標を a ($a > 0$) とする。このとき、あとの各問いに答えよ。

(1) 点Bの座標を a を用いて表せ。 A

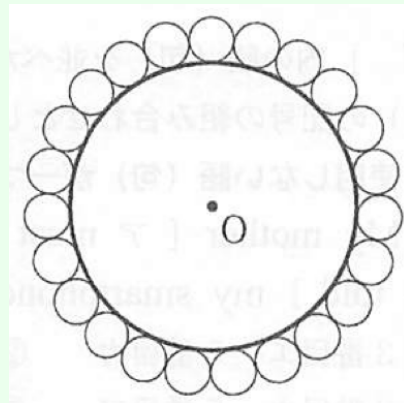
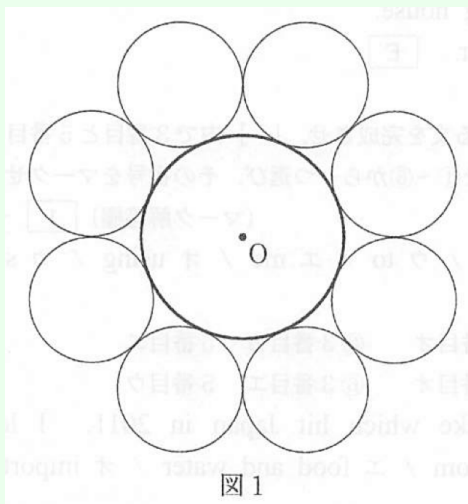
(2) 点Cを通り、傾き $\frac{1}{3}$ の直線 l をひく。直線 l 上であって、点Aと x 座標が等しい点を点Dとする。

(i) $\triangle BCD$ の面積を求めよ。 B

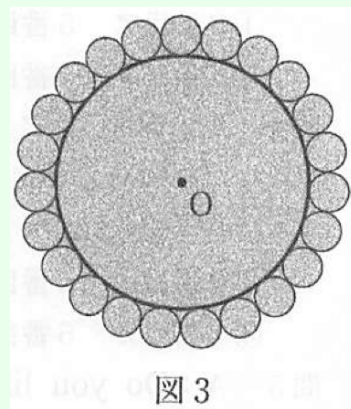
(ii) $a = \frac{1}{2}$ のとき、直線 l を軸として $\triangle BCD$ を1回転してできる立体の体積を求めよ。 C



点 O を中心とする円を円 O とする。円 O の外側に接する円を、円 O をちょうど一周するようにいくつかかく。ただし、外側の円は互いに接しており、半径がすべて等しい。例えば、図1は8個、図2は23個の場合である。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) 問題の条件を満たすように、円 O の外側に半径 r の円を4つかく。円 O の半径が $\sqrt{2}-1$ のとき、円 O の外側にかいた円の半径 r を求めよ。 D
- (2) 問題の条件を満たすように、円 O の外側に円 O と半径の等しい円をいくつかかく。このとき、円 O の外側にはいくつの円がかかるか。 E
- (3) 円 O および円 O の外側のすべての円の面積と、円 O の外側の円をかくときに生じるすべての隙間の面積の和（図3のようにかけ「 」をつけた部分の面積の和）を S とする。(2)の場合で、円 O の半径が1のときの S を求めよ。 F



高校入試過去問(中京大中京高校) (R2)年数学

100点満点(40)分

1.

(1) $\{(-12) \times (-\frac{5}{3}) - 6\} \times (-\frac{1}{2}) = \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}$ である。

$$\begin{aligned} &= (20 - 6) \times (-\frac{1}{2}) \\ &= 14 \times (-\frac{1}{2}) = \underline{\underline{-7}} \end{aligned}$$

(2) $\frac{n}{6}, \frac{n^2}{84}, \frac{n^3}{245}$ がすべて自然数となるような最小の n は $\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}$ である。

① 分母の数を素因数分解する。

$$\begin{aligned} 6 &= 2 \times 3 \\ 84 &= 2^2 \times 3 \times 7 \\ 245 &= 5 \times 7^2 \end{aligned}$$

② $\frac{n}{2 \times 3}, \frac{n^2}{2^2 \times 3 \times 7}, \frac{n^2}{5 \times 7^2}$

の分母が約分される n は

$$\underline{\underline{n = 2 \times 3 \times 5 \times 7}}$$

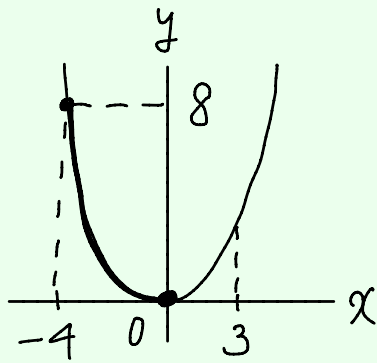


素因数分解を用いる
問題は、113113な
学校の過去問で
おさえおこす！

(3) $x = 3 + \sqrt{2}, y = 3 - \sqrt{2}$ のとき、 $x^2 - y^2 = \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\ &= \{(3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2})\} \{(3 + \sqrt{2}) - (3 - \sqrt{2})\} \\ &= 6 \times 2\sqrt{2} \\ &= \underline{\underline{12\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

(4) 関数 $y = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} x^2$ で、 x の変域が $-4 \leq x \leq 3$ のとき、 y の最大の値は 8 である。



① y の最大値が 8 で、正 + の形で
 $\cup$ のグラフの形とわかる。

② $y = ax^2$ に $(-4, 8)$ を代入。
 $8 = 16a$, $a = \frac{1}{2}$
 //

(5) $\frac{\frac{\text{サ}}{\text{シ}} + 2}{\frac{11}{3} - \frac{5}{2}} = 4$ である。

$\frac{\text{サ}}{\text{シ}} = x$ とおくと

$$\frac{x+2}{\frac{22}{6} - \frac{15}{6}} = \frac{x+2}{\frac{7}{6}} = 4$$

両辺 $\times \frac{7}{6}$ $\downarrow$ $x+2 = 4 \times \frac{7}{6}$
 $x+2 = \frac{14}{3}$

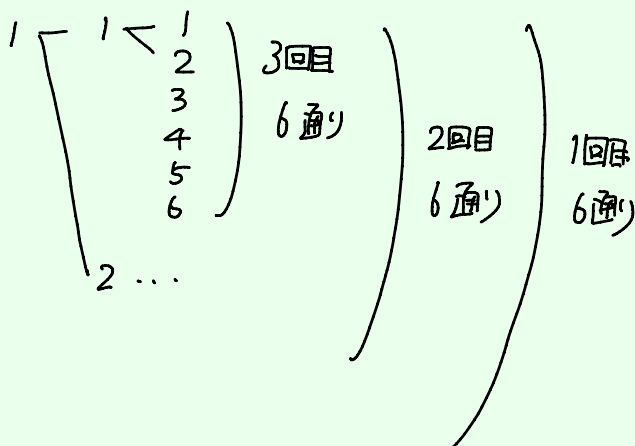


$\frac{x+2}{\frac{7}{6}}$ の計算は、

$(x+2) \div \frac{7}{6} = (x+2) \times \frac{6}{7}$
 と考え2もわかりやすい!

$x = \frac{8}{3}$
 //

(6) 1個のさいころを続けて3回投げるとき、3回とも同じ目が出る確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セ} \text{ ソ}}$ である。



出る目は $6 \times 6 \times 6$ の樹形図
 がわかるので 216通り

ゾロ目は 1-1-1 の6通り
 2-2-2
 ...
 6-6-6

$$\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

 //

(7) n を素数とする。 $100 < n^2 < 360$ を満たす n は 個ある。

平方根をとると、

$$10 < n < 6\sqrt{10}$$

$$\left(\begin{array}{l} 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \\ = 6\sqrt{10} \end{array} \right)$$

$$\underset{\substack{\parallel \\ 3}}{9} < \sqrt{10} < \underset{\substack{\parallel \\ 4}}{16} \text{ より } \sqrt{10} = 3, \dots$$

$\sqrt{10}$ のより正確な値がわからないうちに断念。

$$19^2 = 361 \text{ より}$$

$$10^2 < n^2 < 19^2 \text{ となり}$$

$$n = 11, 13, 17$$

の3個

(8) 連立方程式 $2x + y = 5$ $5x - 5y = 5$ の解は、 $x =$, $y =$ である。

$$\begin{cases} 2x + y = 5 & \dots \textcircled{1} \\ 5x - 5y = 5 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$12 + y = 5$$

$$y = -7$$

$$\textcircled{1} \times 5 + \textcircled{2}$$

$$10x + 5y = 25$$

$$+) 5x - 5y = 5$$

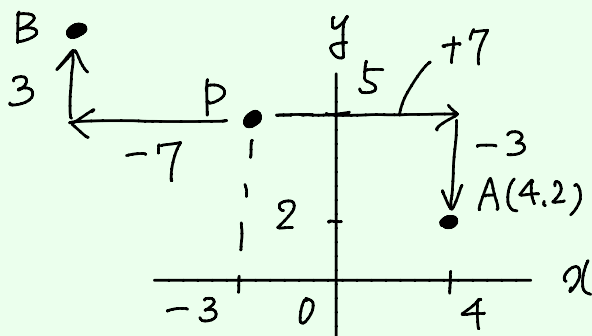
$$\hline 5x = 30$$

$$x = 6$$

$$(x, y) = (6, -7)$$

(9) 点A (4, 2) を、点P (-3, 5) を中心として点対称移動させた点をBとすると、点Bの座標は (,) である。

(i) 図で解く。



図を見て P から 左へ7
上へ3

$$\therefore B(-10, 8)$$

(ii) 点対称移動

= A と B の中点が P

$B(x, y)$ とおくと、

$$\left(\frac{4+x}{2}, \frac{2+y}{2} \right) = (-3, 5)$$

$$\frac{4+x}{2} = -3 \rightarrow x = -10$$

$$\frac{2+y}{2} = 5 \rightarrow y = 8$$

- (0) 25人の生徒がそれぞれさいころを1回投げ、出た目の数をそれぞれの得点として記録する。下の表は23人目までの生徒の得点を整理したものである。

得点(点)	1	2	3	4	5	6	計
人数(人)	4	3	5	3	5	3	23

25人の生徒全員がさいころを投げ終わったとき、

- (i) 平均値が3.56点となる確率は $\frac{\text{ヌ}}{\text{ネ}}$ である。
(ii) 中央値が4点となる確率は $\frac{\text{ノ}}{\text{ハ}}$ である。
(iii) 最頻値が3点のみとなる確率は $\frac{\text{ヒ}}{\text{フ}}$ である。



用語の扱い方、
解の流れを上げよう！

$$(1) (1 \times 4) + (2 \times 3) + (3 \times 5) + (4 \times 3) + (5 \times 5) + (6 \times 3) = 80$$

$$3.56 \times 23 - 80 = 89 - 80 = 9 \text{ 点}$$

2人で9点になる組み合わせは、

$$(3, 6)(4, 5)(5, 4)(6, 3) \text{ の } 4 \text{ 通り。} \quad \therefore \frac{4}{36} = \frac{1}{9} //$$

- (2) 点数が低い順に並べると、25人の真ん中13番目は、4。
3点以下の人数は $4 + 3 + 5 = 12$ 人 なので
2人の点数は、4点以上となる。

$$4 \leftarrow \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \right) 3 \text{ 通り} \quad 5, 6 \text{ でも } 3 \text{ 通りずつ } 3 \times 3 = 9 \text{ 通り}$$

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4} //$$

- (3) 最頻値が3のみ = 少なくとも1人が3で
もう1人が5でない。

$$(1, 3)(2, 3)(3, 3)(4, 3)(6, 3)$$

$$(3, 1)(3, 2)(4, 3)(6, 3)$$

9通り

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4} //$$

2.

点Aと点Cのy座標が等しく、点Bと点Cのx座標が等しくなる

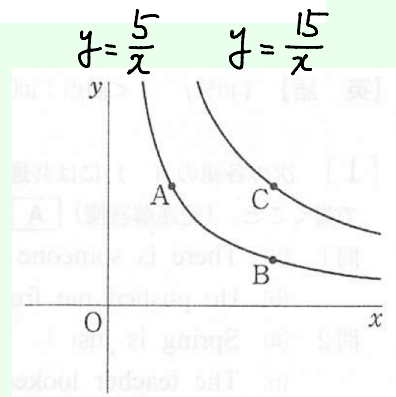
ように、 $y = \frac{5}{x}$ のグラフ上に点Aと点Bを、 $y = \frac{15}{x}$ のグラフ上に点Cをとる。また、点Aのx座標を a ($a > 0$) とする。このとき、あとの各問いに答えよ。

(1) 点Bの座標を a を用いて表せ。 A

(2) 点Cを通り、傾き $\frac{1}{3}$ の直線 l をひく。直線 l 上であって、点Aとx座標が等しい点を点Dとする。

(i) $\triangle BCD$ の面積を求めよ。 B

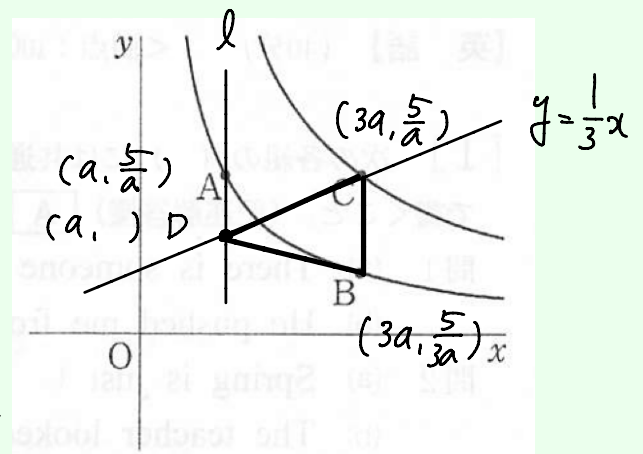
(ii) $a = \frac{1}{2}$ のとき、直線 l を軸として $\triangle BCD$ を1回転してできる立体の体積を求めよ。 C



$$\begin{aligned}
 (1) \quad & A\left(a, \frac{5}{a}\right) \rightarrow C\left(\quad, \frac{5}{a}\right) \text{ となるので } y = \frac{15}{x} \text{ へ } y = \frac{5}{a} \text{ を代入し、} \\
 & \frac{5}{a} = \frac{15}{x} \rightarrow x = 3a \quad \therefore C\left(3a, \frac{5}{a}\right) \\
 & C \text{ と } B \text{ の } x \text{ 座標は等しいので } B\left(3a, \frac{5}{3a}\right) \quad \underline{\hspace{1cm}} //
 \end{aligned}$$

(2) $l \parallel CB$, $BC = BC$ より

$$\begin{aligned}
 (i) \quad & \triangle BCD = \triangle ACB \\
 & = AC \times BC \times \frac{1}{2} \\
 & = (3a - a) \\
 & \quad \times \left(\frac{5}{a} - \frac{5}{3a}\right) \times \frac{1}{2} \\
 & = 2a \times \frac{10}{3a} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{3} \quad \underline{\hspace{1cm}} //
 \end{aligned}$$

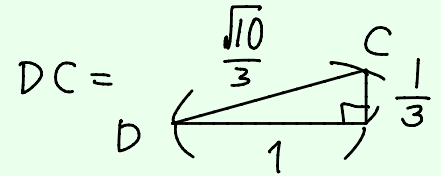
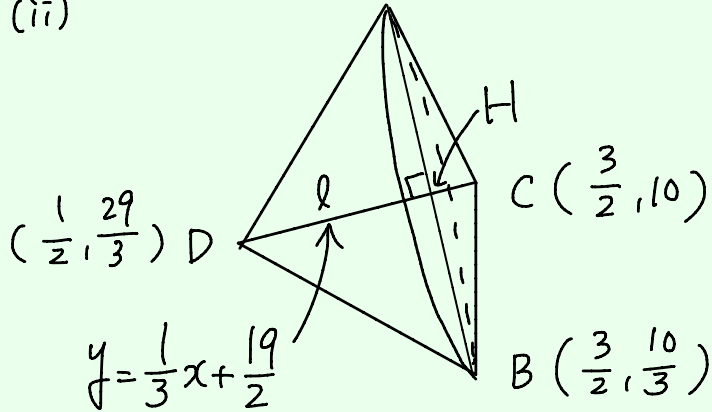


小問は次の問題の準備
に必ず読んでおこう！
つぎの幅を広げよう！！

2.

(ii) $\alpha = \frac{1}{2}$ のとき、直線 l を軸として $\triangle BCD$ を 1 回転してできる立体の体積を求めよ。 C

(i7)



① BH を求める。

$$(2) \text{ を用いて } \triangle BCD = DC \times BH \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{\sqrt{10}}{3} \times BH \times \frac{1}{2}$$

$$BH = 2\sqrt{10}$$

① 求める体積 $V = \pi \times (BH)^2 \times DC \times \frac{1}{3}$

$$= \pi \times (2\sqrt{10})^2 \times \frac{\sqrt{10}}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{40\sqrt{10}}{9} \pi$$

//



三平方の定理

or

面積の利用

← この三平方の方が
長さを求めるのが
速いことばかり!

3.

点Oを中心とする円を円Oとする。円Oの外側に接する円を、円Oをちょうど一周するようにいくつかかく。ただし、外側の円は互いに接しており、半径がすべて等しい。例えば、図1は8個、図2は23個の場合である。このとき、次の各問いに答えよ。

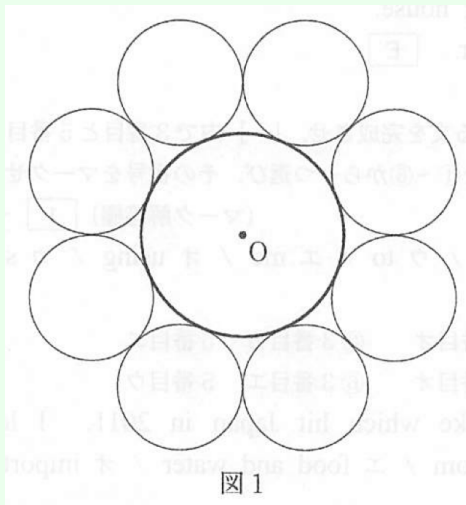
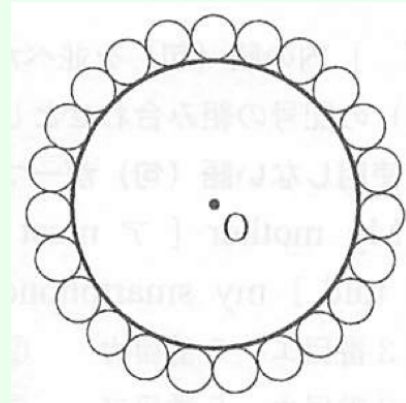


図1



(1) 問題の条件を満たすように、円Oの外側に半径 r の円を4つかく。円Oの半径が $\sqrt{2}-1$ のとき、円Oの外側にかいた円の半径 r を求めよ。 D

(2) 問題の条件を満たすように、円Oの外側に円Oと半径の等しい円をいくつかかく。このとき、円Oの外側にはいくつの円がかかるか。 E

(3) 円Oおよび円Oの外側のすべての円の面積と、円Oの外側の円をかくときに生じるすべての隙間の面積の和（図3のようにかけ「 」をつけた部分の面積の和）を S とする。(2)の場合で、円Oの半径が1のときの S を求めよ。 F

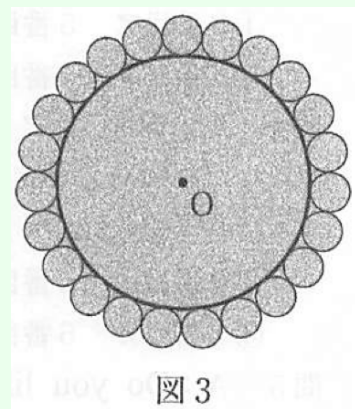
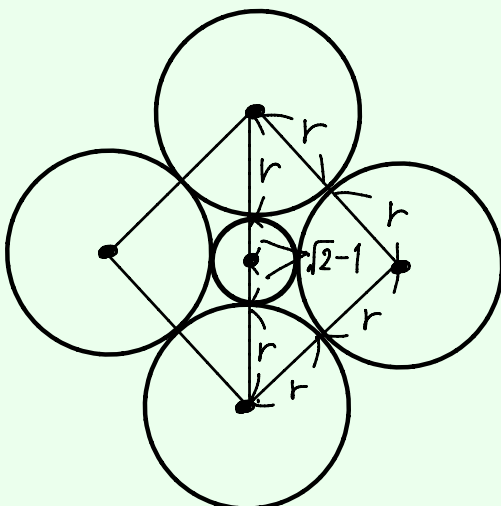


図3

(1)



$1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形なので

$$2r \times \sqrt{2} = 2r + 2(\sqrt{2}-1)$$

$$2\sqrt{2}r = 2r + 2\sqrt{2} - 2$$

$$(2\sqrt{2}-2)r = 2\sqrt{2}-2$$

$$r = \frac{2\sqrt{2}-2}{2\sqrt{2}-2}$$

$$= \frac{1}{1} //$$

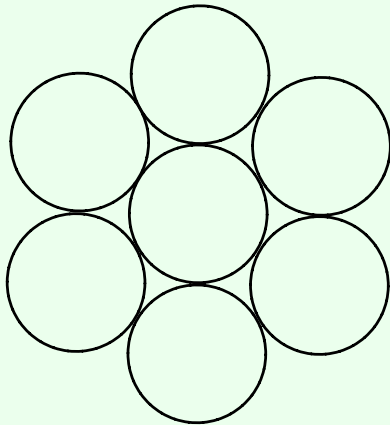


三平方の定理を
使えば 1 になる。

$$(2r)^2 + (2r)^2 = \{ 2r + 2(\sqrt{2}-1) \}^2$$

3.

(2) 問題の条件を満たすように、円Oの外側に円Oと半径の等しい円をいくつかかく。このとき、円Oの外側にはいくつの円がかけらるか。 E



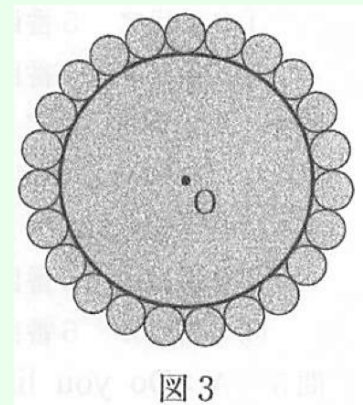
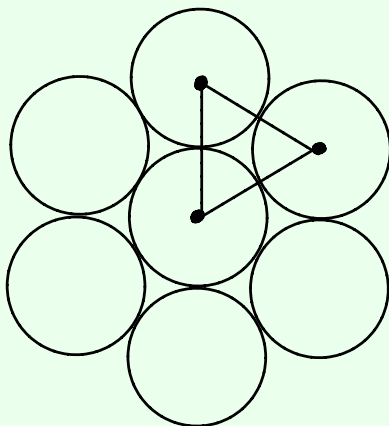
① 円Oの中心と周りの円の中心を結ぶ長さと周りの2つの円の中心を結ぶ長さが等しいので正三角形ができる。

② 正三角形 60° が円Oの中心 360° を占めるので 6コ

$\therefore$ 左図へよらになる。

6コ //

(3) 円Oおよび円Oの外側のすべての円の面積と、円Oの外側の円をかくときに生じるすべての隙間の面積の和 (図3のようにかけ「 」をつけた部分の面積の和) を S とする。(2)の場合で、円Oの半径が1のときの S を求めよ。 F



$$S = (\text{半径1の円} \times 7) + (\text{隙間} \times 6)$$

$$\begin{aligned} \text{隙間} &= \text{正三角形} - \text{扇形} \times 3 \\ &= 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} - \left(\pi \times 1^2 \times \frac{60}{360} \right) \times 3 \\ &= \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\pi \times 1^2 + 6 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) \\ &= \pi + 6\sqrt{3} + 3\pi \\ &= 4\pi + 6\sqrt{3} \end{aligned}$$